

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
ფიზიკა-მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა  
ფაკულტეტი  
ფიზიკის დეპარტამენტი

მირანდა ხაჯიშვილი

გარემოს არაერთგვაროვნებისა და სტატისტიკური  
მახასიათებლების გავლენა რადიოსიგნალის გავრცელებაზე

(წარდგენილია ფიზიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად)

სამეცნიერო ხელმძღვანელი:  
ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი,  
პროფესორი ნუგზარ ლომიძე

# სარჩევი

შესავალი -----	5
<b>თავი I. ტალღური პროცესები და დისპერსიული თანაფარდობები</b>	
§1. ტალღური პროცესების მახასიათებლები და მათემატიკური ფორმალიზმი (ზოგადი შემთხვევა)-----	20
§2. დისპერსიული თანაფარდობები არანიუტონისეულ ბლანტ გარემოში ბგერითი ტალღის გავრცელებისას-----	27
§3. დისპერსიული თანაფარდობები გარემოში ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელებისას-----	33
<b>თავი II. ტალღური პაკეტი დისპერსიულ გარემოში</b>	
§4. ტალღური პაკეტის მომვლების ფორმის ცვლილება დისპერსიულ გარემოში გავრცელებისას (ზოგადი გამოსახულების მიღება)-----	43
§5. ტალღური პაკეტის გავრცელების სიჩქარე -----	47
§6. სიგნალის ევოლუციის შესწავლა სტაციონარული ფაზის მეთოდით-----	51
<b>თავი III. რადიოიმპულსის გავრცელება დაჯახებად პლაზმაში</b>	
§7. იმპულსური სიგნალების სივრცე-დროითი ევოლუცია დაჯახებად იზოტროპულ პლაზმაში (ზოგადი გამოსახულების მიღება)-----	58
§8. იმპულსის გავრცელების სიჩქარის შეფასება დისპერსიულ პლაზმაში----	65
§9. დისპერსიულ პლაზმაში მართკუთხა, სინუსოიდალური, ექსპონენციალური და ბიექსპონენციალური იმპულსების მომვლების ცვლილება (რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები)-----	67
<b>თავი IV კავშირის არხი, როგორც დისპერსიული გარემოს იმიტაციური მოდელი</b>	
§10. სიგნალები დეტერმინირებული და შემთხვევითი კანონზომიერებებით-72	
§11. AM-სიგნალები რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებებით --80	
§12. კუთხური მოდულაცია რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებით-----	93
§13. იმპულსური სიგნალების ექსპერიმენტული ფორმირება და რიცხვითი დამუშავება -----	109
<b>დასკვნა -----</b>	<b>121</b>
<b>ლიტერატურა -----</b>	<b>135</b>

<b>დანართი1.</b> ცივ პლაზმაში იმპულსური სიგნალების მომვლების დროითი ევოლუციის განსაზღვრა MathCad-ის სისტემაში (რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები) -----	140
<b>დანართი2.</b> კვადრატურული სიგნალის ფორმირება და „მოდულაცია დემოდულაციის“ პროცესის განხილვა MathCad-ის სისტემაში-----	143
<b>დანართი 3.</b> ზოგიერთი ცხრილული მონაცემები-----	144
<b>დანართი 4.</b> იმპულსური სიგნალების სპექტრის პოვნის ზოგიერთი მაგალითი-----	149
<b>დანართი 5.</b> ფურიე-კოეფიციენტების გამოთვლა და იმპულსური სიგნალების ფორმირება ციფრული მანიპულაციის საფუძველზე-----	153

## შესავალი

თემის აქტუალობა. პრობლემის ლიტერატურული დასაბუთება. დღეისათვის ციფრული რადიოლოკატორების შექმნამ და ტელესაკომუნიკაციო სივრცეში ფართოზოლოვანი სიგნალების დანერგვამ მნიშვნელოვნად გაზარდა ინტერესი ამ პრობლემისადმი. რადიოლოკაციური სისტემების სიზუსტისა და გაზომვების შესაძლებლობების გაზრდა უშუალოდ დაკავშირებულია ზონდირებული სიგნალის სტრუქტურის სირთულესა და სიხშირული ზოლის გაფართოებასთან.

თანამგზავრული, მობილური, ფიჭური და ოპტიკურ ბოჭკოვანი მრავალ-მომხმარებლიანი ტელეკომუნიკაციური სისტემების განვითარების გამო, განსაკუთრებულ ყურადღებას იპყრობს ისეთი ფართოზოლოვანი სიგნალები, როგორცაა სიგნალები გაფართოებული სპექტრით.

სპექტრის გაფართოების მიზნით გამოიყენება რამდენიმე მეთოდი, მაგალითად, მზიდი სიგნალის სიხშირული მოდულაცია (**Frequency Modulation - გადამცემი არხის სიხშირული დაყოფის მეთოდი**), მზიდი სიგნალის ფაზური მოდულაცია (**Phase modulation**) ან მზიდი სიგნალის ფსევდო შემთხვევითი მოდულაცია (**Pseudo-random modulation**). საკომუნიკაციო სისტემებისადმი ზრდადი მოთხოვნილების პირობებში, აქტუალური გახდა მრავალმომხმარებლიანი სისტემების შექმნის საკითხი. ყველა შემთხვევაში საჭიროა უზრუნველყოფილი იქნას მაღალი ხარისხის კავშირი შედარებით დიდ მანძილებზე ისე, რომ არ დაირღვეს საკომუნიკაციო სივრცეში საყოველთაოდ მიღებული სტანდარტები. აღმოჩნდა, რომ ამ ტიპის ამოცანების გადაწყვეტა შესაძლებელია თუ კავშირგაბმულობის სისტემები ფართოზოლოვანი სიგნალების მიღება-გადაცემაზე იმუშავებენ.

ფართოზოლოვანი სიხშირული დიაპაზონის სიგნალების მისაღებად თანამედროვე ციფრულ რადიოელექტრონულ სისტემებში ხშირად გამოიყენება სპექტრის გაფართოების ტექნოლოგია. სიგნალი გაფართოებული სპექტრით შედარებით მეტი ინფორმაციის მატარებელია. ინფორმაციული ტევადობის გაზრდის მიზნით სპექტრის გამაფართოებელი ფუნქციების სახით იყენებენ

სხვადასხვა რთულ სიგნალებს. მაშასადამე, ფართოზოლოვანი სიგნალების მიღება შესაძლებელია მზიდი სიგნალის სპექტრის გაფართოების გზით. მაგრამ, სპექტრის გაფართოებას თან ახლავს მზიდ სიგნალზე გარეშე ეფექტების - „ხმაურის“ ზრდა. „ხმაური“ წარმოიქმნება გარემოს არაერთგვაროვნებებისა და სტატისტიკური მახასიათებლების ფლუქტუაციებით. ცხადია ყოველივე ეს გავლენას ახდენს თვით „სიგნალის“ გავრცელებაზე და მნიშვნელოვნად ზღუდავს სიგნალის ხარისხსა და გავრცელების სიშორეს.

აქტუალობას იძენს ამოცანა სიგნალისა და გარემოს დისპერსიული მახასიათებლების ენერგეტიკულ დანაკარგებს შორის კავშირის დადგენის შესახებ. უკაბელო საკომუნიკაციო სისტემებში განსაკუთრებით აქტუალურია გარემოს არაერთგვაროვნებებისა და სტატისტიკური მახასიათებლების გავლენა მზიდი სიგნალის გავრცელებაზე.

**კვლევის მიზანი:** სადოქტორო ნაშრომის **“გარემოს არაერთგვაროვნებებისა და სტატისტიკური მახასიათებლების გავლენა რადიოსიგნალის გავრცელებაზე”**, მიზანია შესწავლილი იქნას ზონდირებადი იმპულსური სიგნალის სიხშირული ზოლის გაგანიერების საკითხი სხვადასხვა მოდულაციის (სიხშირული, ფაზური, და სხვა) რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერების რადიოსიგნალებისათვის. სიგნალი გარემოში გავრცელებისას განიცდის დეფორმაციას, ევოლუციას დროსა და სივრცეში და მიმდებ მოწყობილობაზე (დეტექტორზე) მიიღება დამახინჯებული სიგნალი. სიგნალების მიღების ხარისხი დამოკიდებულია თვით სიგნალის დამახინჯებაზე, რომელსაც ის განიცდის ატმოსფეროსა და იონოსფეროში (გარემოში). დამახინჯება ვლინდება სიგნალის მომვლების ფორმაზე და სიგნალის ფაზური და ჯგუფური სიჩქარეების ცვლილებაზე. ადგილი აქვს **სიგნალის დაყოვნებას (signal delay)**, რომელიც განპირობებულია გარემოს **სიხშირული დისპერსიით (Frequency dispersion)**. ცალკეული იმპულსის დამახინჯების ხასიათი დამოკიდებულია სიგნალის **მუშა სიხშირეზე (carrier frequency)**.

სადოქტორო ნაშრომის ფარგლებში აგებული იქნა **ციფრული გენერატორი (Digital Generator)** და ექსპერიმენტით შესწავლილი იქნა გარემოს არაერთგვაროვნებებისა და სტატისტიკური მახასიათებლების გავლენა იმპულსური სიგნა-

ლის გავრცელებაზე. შედეგები გაანალიზდა, შედარებული იქნა უკვე არსებულ შედეგებთან და აისახა სადოქტორო ნაშრომში.

**სამეცნიერო სიახლეს** წარმოადგენს სატელეკომუნიკაციო სივრცეში ფართოდ დამკვიდრებული სისტემების სრულყოფის და ანალიზის ხელშეწყობის მიზნით ემპირიული ინფორმაციული სიგნალების **დროით-სიხშირული (Time-frequency)** ევოლუციის შესწავლის მეთოდოლოგიის დამუშავება.

სადოქტორო ნაშრომის **სიახლე** მდგომარეობს დასმული ამოცანების ორიგინალურობაში, კვლევების ადეკვატური მეთოდების გამოყენებაში და მიღებულ კონკრეტულ შედეგებში. კერძოდ, შესწავლილი იქნა გარემოს არაერთგვაროვნებებისა და სტატისტიკური მახასიათებლების გავლენა რადიოიმპულსების გავრცელებაზე, შეიქმნა ექსპერიმენტალური მიმღებ-გადამცემი სისტემა.

**კვლევის ინოვაციურობა** მდგომარეობს შემთხვევითი სტატისტიკის მქონე გარემოს “მოდულაცია-დემოდულაცია” პროცესის სიმულაციური მოდელის შექმნაში, კერძოდ სტატისტიკური მახასიათებლების მქონე გარემოს ლაბორატორიული მოდელის შექმნა ფიზიკურად რეალიზებადი სიგნალების ფილტრების გამოყენებით. კვლევის ინოვაცია მდგომარეობს ექსპერიმენტული გაზომვის შედეგებისა და სიგნალების არასტანდარტულ ანალიზში.

**პირველად განხორციელდა** ანალიზური და კომპიუტერული მოდელის შერწყმით რადიოტექნიკური და ელექტრონული სიმულაციური სისტემების საცდელ მოდელად „სიგნალი-გარემო-სიგნალი“ გამოყენება.

**ნაშრომის აპრობაცია.** ნაშრომში მიღებული ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია 13 სამეცნიერო ჟურნალში. მათ შორის 2 ადგილობრივ ჟურნალში, ხოლო 11 საერთაშორისო მაღალ რეიტინგულ ჟურნალში. ნაშრომში მიღებული შედეგები მოხსენებული იქნა 9 სამეცნიერო საერთაშორისო კონფერენციასა (მათ შორის თელავიში, დონეცკში, ჰონკონგში, სინგაპურში და ა.შ.) და ერთ ადგილობრივ კონფერენციაზე.

სადოქტორო ნაშრომის მნიშვნელოვანი ნაწილი შესრულებული იქნა შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის სამეცნიერო საგრანტო პროექტის „გარემოს რადიო სპექტრალური დიაგნოსტიკა სიგნალისა და გარემოს დისპერსიულ მახასიათებლებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის საფუძველ-

ზე“ (ხელშეკრულება №31/33, 2013-2016) ფარგლებში. დისერტანტი პროექტის ფარგლებში მონაწილეობდა უმცროსი მეცნიერ-თანამშრომელის (თეორეტიკოსი) პოზიციაზე.

ნაშრომი განხილული იქნა ფიზიკის დეპარტამენტის გაფართოებულ სხდომაზე **პრობლემის ლიტერატურული მიმოხილვა:**

კავშირგაბმულობისა და რადიოლოკაციის საშუალებების ინტენსიურმა განვითარებამ უკანასკნელი ორი ათწლეულის მანძილზე კაცობრიობა მიიყვანა ახალი, ჯერ კიდევ აუთვისებელი დიაპაზონის რადიოტალღებამდე. სანტიმეტრული და დეციმეტრული დიაპაზონის რადიოტალღების შედარება მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული დიაპაზონის ტალღებთან საშუალებას გვაძლევს დავასკვნათ, რომ ეს რადიოტალღები ახლოქმედების ტალღებია. ისინი მნიშვნელოვნად შთაინთქმებიან წყლის ორთქლის, ჟანგბადის მიერ რის გამოც სიგნალის გავრცელების სიშორე მკვეთრად მცირდება და დამოკიდებული ხდება მეტეოროლოგიურ პირობებზე [66,67]. მაგრამ რადიოლოკაციისა და კავშირგაბმულობის სფეროში რადიოეთერის “სიმჭიდროვის” პრობლემა შეიძლება გადაწყვეტილი იქნას მაღალსიხშირულ გამოსხივებაზე გადასვლით, რადგანაც მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული ტალღებით (მოკლე ტალღებით) შესაძლებელი ხდება პრაქტიკულად შემოუსაზღვრელი მოცულობის ინფორმაციის გადაცემა [60].

ულტრამოკლე ტალღების შესწავლა დაიწყო 40-იანი წლების დასასრულს. 50-იან წლებში შეიქმნა პირველი მილიმეტრული რეტლანსლატორი, რომელიც ვერ იქნა გამოყენებული პრაქტიკაში, რადგანაც არ იყო შესწავლილი ულტრამოკლე ტალღების ატმოსფეროში გავრცელების თავისებურებები, მაგრამ უკვე 50-იანი წლებიდან ვითარდება მილიმეტრული ტალღების შესწავლა არაკოჰერენტული სპექტროსკოპიის მეთოდებით. უნდა აღინიშნოს, რომ ამ მეთოდის ყველაზე დიდი უარყოფითი თვისება იყო ოპტიკურ-აკუსტიკური მიმღების დაბალი მგრძობიარობა და მძლავრი კოჰერენტული გამოსხივების შექმნის შესაძლებლობა [44].

დღის წესრიგში დადგა ეფექტური რადიოლოკაციური სისტემის შექმნა, რომელიც უზრუნველყოფდა საიმედო დაბრკოლებათა მიმართ მდგრად კავშირს, რაც მოითხოვდა არა მხოლოდ სუბმილიმეტრული ტალღების არაერთგვაროვან

ტროპოსფეროში გავრცელების თავისებურებების ცოდნას, არამედ საჭირო გახდა ამ ტალღების ბუნებრივ პირობებში სახვადასხვა ობიექტებზე გამოსხივების არეკვლის შესწავლაც. კერძოდ, საჭირო შეიქმნა რიგი სამხედრო და სხვა ობიექტებიდან გაბნეული ტალღების ეფექტური განიკვეთის განსაზღვრა, მათი საკუთარი გამოსხივების შესწავლა, რაც პრაქტიკულად შეუძლებელი იყო ახალი მძლავრი და მგრძობიარე ჰეტეროდინული (Heterodyne)<sup>1</sup> მიმღების შექმნის გარეშე [9,35,70].

ამ დროიდან შექმნილი ყველა რადიოტექნიკური სისტემების საფუძველს წარმოადგენს დაბალი, საშუალო და მაღალი სიმძლავრის გამომსხივებელი წყაროები, რომლებიც ხასიათდებიან სიხშირის “გარდაქმნის” თვისებებითა და გამოსხივების სტაბილურობით ულტრამოკლე დიაპაზონში. ულტრამოკლე ტალღების შესწავლის სფეროს განვითარება რთული გზით მიმდინარეობდა. იგი საჭიროებდა ულტრამოკლე ტალღებზე კოჰერენტული გამომსხივებლების შექმნასთან ერთად, გარემოს ფლუქტუაციური პარამეტრების სტატისტიკურ შესწავლასაც [69].

50-იანი წლების მეორე ნახევრიდან სწრაფი შესწავლის საგანი გახდა: ატმოსფეროს შთანთქმის სპექტრები; შთანთქმის კოეფიციენტების გამოკვლევა მყარ და თხევად დიელექტრიკებში, ატმოსფეროს აეროზოლში; ტალღსატარი სისტემების შექმნა, ანტენური სისტემების გამოკვლევა და შესწავლა, ფართოდიაპაზონიანი გამამდიერებლების, გენერატორების, მოდულატორების, გამოსხივების მიმღებების, ზემოდალი სიხშირის ნახევარგამტარული წყაროების, ასევე ახალი გამზომი სისტემების შექმნა (სტანდარტული სიგნალების გენერატორი, სიხშირემზომი, სპექტრის ანალიზატორი, სიმძლავრის საზომი ხელსაწყო და სხვა). ულტრამოკლე ტალღების თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევისა და გამოყენების სფეროს წარმოადგენს: რადიოასტრონომია ატომური ფიზიკა, ლოკაცია, კავშირგაბმულობა, სახვადასხვა სხეულების დისტანციური ზონდირება, ქიმია, ბიოლოგია და მედიცინა.

---

<sup>1</sup> მცირე სიმძლავრის ელექტრული რხევების გენერატორი, რომელიც გამოიყენება სიგნალის სიხშირული გარდამნისათვის სუპერჰეტეროდინულ და პირდაპირი გარდაქმნის რადიომიმღებებში, ტალღსაზომებში და ა.შ.



მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული რადიოტალღების შესწავლა ერთდროულად მიმდინარეობდა, აშშ-ი, რუსეთში, ინგლისში, საფრანგეთში, იაპონიაში და გერმანიაში.

ზემაღალი სიხშირის დეციმეტრული და სანტიმეტრული ხელსაწყოების წარმატებით შესწავლის შემდეგ (მძლავრი მაგნეტრონები, სხვადასხვა ჩამომჭრელი და ამრეკლი კლისტრონები, გენერატორები, გამაძლიერებლები და ა.შ) დაიწყო მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული დიაპაზონის რადიოტალღებზე ელექტრომაგნიტური ხელსაწყოების მასიური შექმნა. მაგრამ რადიოტალღების სიგრძის დამოკლებით წარმოიშვა სირთულეები, რომელთა გადალახვასაც დასჭირდა უდიდესი ენერჯის მობილიზება მეცნიერების, ინჟინერებისა და ტექნოლოგების მხრიდან [48,69].

საქმე იმაშია, რომ ტალღის დამოკლებით მკვეთრად შემცირდა ელექტრონების და ელექტრომაგნიტური ველის ურთიერთქმედების არის ეფექტური განიკვეთი. მაგალითად, სანტიმეტრული დიაპაზონიდან სუბმილიმეტრულზე გადასვლისას იგი შემცირდა  $10^4$ -ჯერ, რაც საჭიროებდა კონცენტრაციის ზრდას, რათა მომხდარიყო განიკვეთის კომპენსირება. კონცენტრაციის გაზრდა კი შეიძლებოდა მხოლოდ სიგნალის გადამცემი წყაროს სიმძლავრის, ძაბვის ან დენის ძალის გადიდებით. მაგრამ ეს უკანასკნელიც არანაკლებ სირთულეებს წააწყდა. აუცილებელი გახდა მაღალ კოეფიციენტიანი ემიტერის შექმნა, ასევე ახალი ელექტროოპტიკური სისტემებისა და ელექტრო ვაკუუმური ხელსაწყოების ეფექტური გამაგრებელი სისტემების კონსტრუირება [35,60]. მსგავს სირთულეებს ადგილი ჰქონდა მილიმეტრულ და სუბმილიმეტრულ დიაპაზონზე მომუშავე ნახევარგამტარული ხელსაწყოების შექმნისას.

მილიმეტრული დიაპაზონის ელექტროვაკუუმური ხელსაწყოების შექმნა ძირითადად დაკავშირებული იყო ახალი კათოდების შემუშავებაზე, რაც მოითხოვდა რეზონატორებისა და შემნელებელი სისტემების დიდი სიზუსტით დამზადებას. გარდა ამისა, საჭირო გახდა სითბური დანაკარგების შემცირება კოლექტორზე ძაბვის შემცირებით (რეკუპერაციის რეჟიმი). ამ რეჟიმში მნიშვნელოვნად იზრდებოდა ელექტრონების რეზონატორის ველთან ეფექტური

ურთიერთქმედების მქვ. რეკუპერაციის რეჟიმმა ფართო გამოყენება ჰპოვა მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული რადიო დიაპაზონების ხელსაწყოებში.

ელექტრონების მაღალსიხშირულ ველთან ურთიერთქმედების ეფექტურობის გაზრდის გზების ძიება წლების განმავლობაში მიმდინარეობდა. აქ უნდა აღინიშნოს **მ.ფ. სტელმახის** მიერ ღია რეზონატორის დამზადება, რომელიც ხასიათდებოდა ელექტრონების ნაკადის ველთან ხანგრძლივი ურთიერთქმედებით. მსგავსმა ხელსაწყოებმა ოროტრონების სახელწოდება მიიღეს და გამოიყენებინა მილიმეტრული დიაპაზონის რადიოტალღების გენერირებისათვის [46].

**ა.ს. საზარის** მიერ მრავალთანრიგიანი ნათურის შექმნას მოყვა, უკუტალღის თეორიის განვითარება (მათი დიაპაზონი აღწევს 0,3 მილიმეტრამდე).

საშუალო სიმძლავრის ხელსაწყოებში ძირითად სირთულეს წარმოადგენს სითბური დანაკარგის ეფექტური შემცირება და მაღალსიხშირული გარღვევების რეველირება რეზონატორებში. შეიქმნა რეზონატორი კვანტური ელექტრონიკის კანონებზე.

მცირე და დიდი სიმძლავრის ხელსაწყოებისათვის დამახასიათებელი იყო ტალღის სიგრძის შემცირების მიხედვით დანაკარგების ზრდა, რამაც გამოიწვია დენის ძალის სიმკვრივის შემცირება და სისტემის გაბარიტების გაზრდა ზღვრულ მნიშვნელობაზე (რომელსაც დანაკარგები განსაზღვრავდნენ). გამოსავალი ნაპოვნი იქნა მრავალჯერადი გაბნევის თეორიის საფუძველზე.

ოპტიკურ-კვანტური გენერატორიდან კვაზიოპტიკური გადასვლის იდეა შემოთავაზებული იქნა **ა. ვ. გაპონოვისა** და **ჯ. შნიტერის** მიერ [43], მათ დაუშვეს, რომ არსებობს ანალოგია ოპტიკურ-კვანტური გენერატორების მიერ ინდუცირებულ გამოსხივებასა და ელექტრონების ინდუცირებულ გამოსხივებას შორის. მოგვიანებით ამ იდეის საფუძველზე შეიქმნა **მაზერები**<sup>2</sup> (**MASER Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation**) და **გიროტრონები**<sup>3</sup>(**gyrotron**), რომლებშიდაც ელექტრონული ნაკადის მიღება სწარმოებდა რელატივისტური

---

<sup>2</sup> კვანტური გენერატორები, რომლებიც ასხივებენ სანტიმეტრული დიაპაზონის კოჰერენტულ ელექტრომაგნიტურ ტალღებს (მიკროტალღებს). მაზერების შემქმნელად ითვლება ამერიკელი მეცნიერი ჩ.ტაუნსონი (1954 წელი).

<sup>3</sup> ზემალაღი სიხშირის ელექტროვაკუუმური ხელსაწყო. იგი ეფუძნება ბრუნვას ძლიერ მაგნიტურ ველში ელექტრონული ნაკადის ბრუნვას ციკლოტრონული სიჩქარით. წარმოადგენს მაზერების ერთ-ერთ სახეს. გიროტრონი ასხივებს 20-1300 გჰც სიხშირის ტალღებს კვტ-იდან – მგვტ-მდე სიმძლავრის ტალღებს.

ეფექტის ხარჯზე, მაზერების სიმძლავრე მეგავატებს აღწევდა, ხოლო მქკ კი 40%-ს. შედარებისათვის დღეისათვის თანამედროვე რელატივისტური გენერატორების იმპულსური სიმძლავრე (გამოსხივებისას) გიგავატს აღწევს.

ყველა ამ შრომების შედეგად შეიქმნა სხვადასხვა სიმძლავრის ეფექტური ფართოზოლიანი, კოჰერენტული გამოსხივების წყაროები. ასეთ წყაროებს წარმოადგენენ: კლისტრონები<sup>4</sup> (klystron), მაგნეტრონები<sup>5</sup> (magnetron), ოროტრონები<sup>6</sup> (orotron) (დიფრაქციული გენერატორები), სხვადასხვა ლაზერები, რელატივისტური და ციკლოტრინული (მაზერები) გენერატორები. მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული რადიოტალღების ათვისების დარგში განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია გამოსხივების მცირე (8 - 0,3 მმ) და საშუალო (11,1 - 3,1 მმ) სიმძლავრის პაკეტური გამოსხივების წყაროების შექმნა.

ელექტროვაკუუმური ხელსაწყოების პარალელურად შეიქმნა კოჰერენტული გამოსხივების წყაროები ნახევარგამტარებზე. რის შედეგადაც დღეისათვის გამოიყენება განის დიოდი, ზვავ-მალური დიოდები.

სანტიმეტრულ და მილიმეტრულ ტალღებზე გადასვლით ტალღის სიგრძე მიმდებ-გადამცემი მოწყობილობის ხაზოვან ზომებზე მცირე აღმოჩნდა. შეიქმნა გენერატორები, გამაძლიერებლები, რომელთა მოქმედების პრინციპი ეფუძნება ტალღური პროცესების კანონზომიერებებს.

მას შემდეგ, რაც შეიქმნა მძლავრი ულტრაბგერის წყარო, დაიწყო ინტენსიური კვლევა ბგერითი ტალღის გავრცელებაზე დისპერსიული პროცესების შესწავლის მიზნით.

სიგნალის გადაცემის ეფექტურობის გაზრდის ერთ-ერთი მეთოდი მდგომარეობს ინფორმაციული სიგნალის გადაცემაში მოდულირებული სიგნალების საშუალებით ძლიერი წრფივი დამახინჯების მქონე არხის გავლით. სწორედ ეს

---

<sup>4</sup> ელექტროვაკუუმური ხელსაწყო, რომელშიდაც ელექტრონების მუდმივი ნაკადი გარდაიქმნება ცვლად ნაკადად ზემალაღი სიხშირის ელექტრული ველის საშუალებით ელექტრონების სიჩქარის მოდულაციის საფუძველზე.

<sup>5</sup> მძლავრი ელექტრონული ნათურა, რომელიც მიკროტალღების გენერირებას ახდენს ელექტრონების ნაკადის მაგნიტურ ველთან ურთიერთქმედებისას.

<sup>6</sup> ზემალაღი სიხშირის ხელსაწყო, ღია რეზონატორით და ამრეკლი ბადით, რომელიც ახორციელებს მილიმეტრული და სუბმილიმეტრული დიაპაზონის ტალღების გენერირებას. იაპონიაში ის ცნობილია ფაბი-პეროს რეზონატორის სახელწოდებით, აშშ ცნობილია ოროტრონის სახელწოდებით.

გარემოება განაპირობებს სიგნალის გაფართოებას, ანუ სიგნალის ბაზის გაფართოებას. დღეისათვის სიგნალების გაფართოების მიზნით გამოიყენება სამი მეთოდი:

**მზიდი სიხშირის ფსევდოშემთხვევითი გადართვა (FHSS — Frequency Hopping Spread Spectrum).** ამ მეთოდის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ ადგილი აქვს მზიდი სიხშირის ნახტომისებურ ცვლილებას რომელიმე ალგორითმის მიხედვით, რომელიც ცნობილია მიმღებ-გადამცემი სისტემისათვის. ამ მეთოდის დადებითი მხარე ის არის, რომ - მისი რეალიზაცია არის მეტად მარტივი, თუმცა აქვს უარყოფითი მხარეც, რაც გამოიხატებოდა სიხშირის ყოველი ნახტომისებური ცვლილებისას მონაცემთა ნაკადის დროში დაყოვნებაში. მეთოდი დღეისათვის დანერგილია Bluetooth და GSM ტექნოლოგიაში [33].

**სპექტრის გაგანიერება პირდაპირი თანმიმდევრობის მეთოდით (DSSS — Direct Sequence Spread Spectrum).** ეფექტურობის თვალსაზრისით ეს მეთოდი მსგავს მეთოდს აჭარბებს, მაგრამ რთულია მისი რეალიზაცია. ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ ადგილი აქვს მოდულაციის ტაქტური სიხშირის ამალვებს, რომლის დროსაც გადასაცემი ინფორმაციის ყოველ სიმბოლოს ემატება საკმაოდ გრძელი ფსევდოშემთხვევითი თანმიმდევრობა. მეთოდი გამოიყენება ისეთი სტანდარტის სისტემებში, როგორცაა CDMA და IEEE 802.11 [38].

**სპექტრის გაგანიერება წრფივი სიხშირული მოდულაციის მეთოდით (CSS — Chirp Spread Spectrum).** ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს მზიდი სიხშირის წრფივი კანონით გარდაქმნაში. მეთოდი ძირითადად გამოიყენება რადიოლოკაციასა და ზოგიერთ რადიომოდემებში [67].

ქაოსურად არაერთგვაროვან გარემოებში იმპულსური სიგნალების გავრცელების პრობლემას მიეძღვნა შრომების მნიშვნელოვანი რაოდენობა [24,50]. არასტაციონარულ გარემოებში ელექტრომაგნიტური ტალღების სტატისტიკური მახასიათებლები სტატისტიკური მომენტების მეთოდით [49] შესწავლილია [69] ნაშრომში. საშუალო ველის კვაზიმონოქრომატული იმპულსის დეფორმაცია შემფოთების მეთოდით არასტაციონარულ გარემოში განხილულია [25] ნაშრომში. [13] შრომა ეძღვნება იმპულსური გამოსხივების მიმდინარე სპექტრის სიმპლავრის გამოკვლევებს სუსტად დისპერსიულ, ქაოსურ, არასტაციონარულ გარემოებში დიელექტრიკული შეღწევადობის ერთგანზომილებიანი სივრცით-დროითი

ფლუქტუაციებით. [28] ნაშრომი მიეძღვნა გაუსური და დიფუზიური კორელაციური სტატისტიკის სიგნალის მიმდინარე სპექტრის გამოკვლევას დაუჯახებად პლაზმაში ელექტრონების კონცენტრაციის ფლუქტუაციებით.

ზოგადად დისპერსიულ გარემოში რადიოიმპულსების დანახინჯების პრობლემა აქტუალურია და მის განხილვას ბევრი ნაშრომი მიეძღვნა [50,64].

პრაქტიკული ღირებულების გამო განსაკუთრებით აქტუალურია რადიოიმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება დაჯახებად, იზოტროპულ პლაზმაში, პირველადი იმპულსური სიგნალის ცნობილი სტატისტიკის შემთხვევაში, ასე მაგალითად [2,4,17] შრომებში შესწავლილი იქნა მართკუთხა, სინუსოიდალური, ექსპონენციალური და პიექსპონენციალური იმპულსების მომვლების სივრცედროითი ევოლუცია, დისპერსიულ დაჯახებად პლაზმაში გავრცელებისას.

ტალღური პროცესების შესწავლა ტურბულენტურ იონოსფერულ პლაზმაში, რომლის პარამეტრები (ელექტრონების კონცენტრაცია, მაგნიტური ველი, ქარის სიჩქარე და სხვა.) შემთხვევითად იცვლებიან სივრცესა და დროში წარმოადგენს თანამედროვეობის ერთ-ერთ აქტუალურ ამოცანას. იონოსფერო, იმყოფება ტურბულენტურ მდგომარეობაში, ხასიათდება არაერთგვაროვნებით და არასტაციონარულობით, რომლებიც განპირობებულია რელაქსაციური პროცესებით, როგორებიცაა: მოძრაობა, გათბობა, იონიზაცია, რეკომბინაცია და სხვა რელაქსაციური პროცესებით. ამ შემთხვევაში სწარმოებს გაბნეული გამოსხივების სპექტრის ეფექტური გარდაქმნა სიხშირეთა ფართო დიაპაზონში. ცხადია არსებით როლს ასრულებს გარემოს დისპერსია, თუმცა ცალკეული პრობლემის გადაწყვეტა მოითხოვს სპეციფიკურ მიდგომას.

ტურბულენტური პლაზმური ფენის მიერ გაბნეული ელექტრომაგნიტური ტალღების კუთხური სპექტრის თავისებურებების შესწავლა განხორციელდა [33] ნაშრომში. კუთხური სპექტრი, როგორც სტატისტიკური მახასიათებელი ფიზიკური სიდიდე ექსპერიმენტზე დაკვირვებადი სიდიდეა. კუთხურ სპექტრს გააჩნია გარკვეული სიგანე და მაქსიმუმი. თუ ტალღები გავრცელდებიან ერთგვაროვან გარემოში მაშინ კუთხური სპექტრი ფორმას არ შეიცვლის, ხოლო თუ გარემოს პარამეტრები შემთხვევითად იცვლებიან მაშინ კუთხური სპექტრიც დეფორმირდება, ანუ დაკვირვებადი კუთხური სპექტრის მაქსიმუმის გაგანიერების და

წანაცვლების გაზომვით შესაძლებელია უკუამოცანის ამოხსნა, ანუ არაერთგვაროვანი პარამეტრების ხაზოვანი მასშტაბების დადგენა, რაც ესოდენ აუცილებელია ინფორმაციის გადასაცემად დიდ მანძილებზე მცირე დანაკარგებით.

განსაკუთრებით საინტერესოა ფართოზოლოვანი იმპულსების გავრცელების საკითხი, რომლებიც მნიშვნელოვანია თანამედროვე კავშირგაბმულობაში, რადიოლოკაცია და გარემომცველი გარემოს ზონდირებისას. [14,16,18,19] ნაშრომები ულტრაიისფერი დიაპაზონის (337.1 ნმ ტალღის სიგრძით) ლაზერული იმპულსებისათვის შეფასებული იქნა არაერთგვაროვანი თხევადი გარემოს მიერ გაბნეული ექოსიგნალისათვის სტატისტიკური მომენტები, კვანტური გამოსავალი, ინტენსივობა და რაოდენობრივად შესწავლილი იქნა არაერთგვაროვნების სტატისტიკა.

სინათლის ტალღის ფლუქტუაციები შემთხვევით-არაერთგვაროვან გარემოში შეიძლება შევაფასოთ ინტენსივობისა და ფაზის ფლუქტუაციებით, ამიტომ ველის სტატისტიკური მახასიათებლები შესაბამისად განისაზღვრება ინტენსივობისა და ფაზის სტატისტიკური მახასიათებლებით. ანალოგიური ამოცანა, ერთპარამეტრიანი გარემოს მოდელზე, როცა გარემო ხასიათდებოდა ერთადერთი სტატისტიკური პარამეტრით, კერძოდ გარდატეხის მაჩვენებლის ფლუქტუაციის კორელაციის  $a$  რადიუსით (ან მახასიათებელი მასშტაბით), კარგადაა შესწავლილი ნაშრომში [30]. მაგრამ თუკი გარდატეხის მაჩვენებლის ფლუქტუაციები განპირობებულია ტურბულენტობით, მაშინ გარემოს სტატისტიკური აღწერისათვის გამოიყენება ორპარამეტრიანი მოდელი, ესენია: ტურბულენტობის შიდა  $l$  და გარე  $L$  მახასიათებელი მასშტაბები ( $l < L_0 < L$ ).

[25] ნაშრომში მაქსველის განტოლებებისა და მინკოვსკის მატერიალური თანაფარდობების საშუალებით, შემფოთების თეორიის გამოყენებით, ერთჯერადი გაბნევის მიახლოებაში, მიღებული იქნა შემთხვევითად-არაერთგვაროვანი გარემოს სიჩქარეთა კულსაციებზე გაბნეული ელექტრომაგნიტური ველის ზოგადი გამოსახულება ფრაუნჰოფერის ზონაში. [28] ნაშრომში შედარებული იქნა გაუსური და დიფუზიური კორელაციური ფუნქციები სკალარული და ვექტორული ველებისათვის. ნაჩვენები იქნა, რომ გაუსურ მოდელში შესაძლებელია დროითი და სივრცითი ნაწილების განცალკევება, მაშინ როდესაც დიფუზიურ მოდელში, რომელიც ითვალისწინებს არაერთგვაროვნების

გადაადგილებას ერთმანეთის მიმართ  $\sqrt{\langle v^2 \rangle} \sim 1/T$  საშუალო კვადრატული სიჩქარით, სივრცისა და დროის განცალკევება შეუძლებელია.

გარემოს გარდატეხის მაჩვენებელი ფლუქტუაციური სიდიდეა და განიცდის მცირე შემფოთებებს სივრცეში. სხივი სათავეს იღებს ლაზერული მოწყობილობიდან. ფაზური ეკრანი წარმოადგენს შემთხვევით-არაერთგვაროვან გარემოს, ამიტომ ცხადია ადგილი ექნება სხივის მცირე გადახრას პირდაპირი მიმართულებიდან. სხივის გავრცელება შემთხვევით-არაერთგვაროვან გარემოში უნდა განვიხილოთ, როგორც სტოქასტური პროცესი, ხოლო სხივების კუთხური განაწილებისათვის შეიძლება გამოვიყენოთ **ეინშტეინ-ფოკერ-კოლმოგოროვის** განტოლება [31], რომელიც საშუალებას იძლევა გამოთვლილი იქნას სხივის როგორც კუთხური, ასევე წრფივი გადახრა პირველადი მიმართულებიდან. **ანალიზურად შესაძლებელია ნაპოვნი იქნას სხივის კუთხური და წრფივი წანაცვლება სხივის გარემოზე ნებისმიერი კუთხით დაცემისას.**

ქაოსურად არაერთგვაროვან გარემოში ტალღის გავრცელებისას ელექტრომაგნიტური ტალღების ენერჯის შთანთქმა მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს გაბნეული გამოსხივების სტატისტიკურ მახასიათებლებზე. ასიმეტრული ამოცანის განხილვისას შთანთქმამ შეიძლება გამოიწვიოს გაბნეული გამოსხივების ინტენსივობის სპექტრის მნიშვნელოვანი დეფორმაცია [26,27,29]. პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით, საინტერესოა ისეთი შემთხვევის განხილვა, როცა გამოსხივების წყარო და მიმღები ანტენები მდებარეობენ ქაოსურად არაერთგვაროვანი შთანთქმადი ფენის სხვადასხვა მხარეს. მაგალითად, შეგვიძლია მოვიყვანოთ ღრუბლების დასხივება ინფრაწითელი სხივებით ან ოკეანის ზედაპირის ზონდირება სხვადასხვა სიხშირის ელექტრომაგნიტური ტალღებით [12,61].

ფუნდამენტური თვალსაზრისით საინტერესოა ბუნებრივი ფლუქტუაციური პროცესები, რომლებსაც ადგილი აქვს ფაზურ ეკრანზე (სასმელი წყალი, ზღვის წყალი, თხევადი კრისტალი და ა.შ.). ფაზური ეკრანიდან სინათლის მოლეკულური გაბნევა სწორედ სითბურ ფლუქტუაციურ პროცესებთან არის დაკავშირებული, რაც თავის მხრივ გარდატეხის მაჩვენებლის, სიმკვრივის, წნევის, ტემპერატურის, ენტროპიისა და ხსნარის მოლური კონცენტრაციის ფუნქციაა. **ონზაგერის** ჰიპოტეზის თანახმად ფლუქტუაციური პროცესები წყალში შეიძლება აღწერილი იქნას მაკროსკოპული

ჰიდროდინამიკის კანონებით. ფლუქტუაციების მიღევა კი აიღწერება დროითი ავტოკორელაციური ფუნქციით, რომლის ფურიე-გარდაქმნა ვინერ-ხინჩინის თეორემის თანახმად იძლევა ოპტიკური სპექტრის ინტენსივობის ანალიზურ გამოსახულებას. რა თქმა უნდა წყალში ფლუქტუაციური პროცესების ქაოსურობა გვაიძულებს გავითვალისწინოთ დიფუზიური პროცესებიც (აინშტეინ-სტოქსის ფორმულა), რომლებიც საბოლოოდ აისახება სპექტრის ინტენსივობის ანალიზურ გამოსახულებაში.

ბუნებრივ წყლოვან გარემოში ფლუორესცირებად მინარევებს წარმოადგენს ორგანული მოლეკულები. მათი სპექტრი განპირობებულია სინგლეტურ და ტრიპლეტურ დონეებზე სისტემის რხევითი-ბრუნვითი მოძრაობით. ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად დღეისათვის არ არსებობს უნივერსალური ანალიზური მეთოდი და ამიტომ გაბნეული გამოსხივების შესახებ ინფორმაცია შესაძლებელია მივიღოთ ან ექსპერიმენტიდან ან რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით.

აღსანიშნავია, რომ ზემოაღნიშნულ (ზს) დიაპაზონში სიგნალების დამუშავების ანალოგური მეთოდები კარგად არის ცნობილი. ანალოგური მეთოდები პირველად გასული საუკუნის 50-იან წლებში იქნა გამოყენებული სპექტრის ხილულ დიაპაზონში [11]. მაგრამ სინათლის ლაზერული წყაროების გამოგონებიდან ანალოგური მეთოდები უკვე ფართოდ გამოიყენება სპექტროსკოპიაშიც [41]. რაც შეეხება სიგნალების დამუშავების რიცხვით მეთოდებს, რომელსაც სადისერტაციო ნაშრომში განვიხილავთ თანამედროვეობის ერთ-ერთი აქტუალური ამოცანაა.

რიცხვითმა მეთოდებმა გამოიყენება ჰოვან ფოტონების თვლის ექსპერიმენტებიდან, რომლებსაც ატარებდნენ სხვადასხვა ლაზერული წყაროს სტატისტიკური თვისებების შესწავლისათვის. სიგნალების დამუშავების რიცხვითი მეთოდების საფუძველზე შემუშავებული იქნა მაღალეფექტური რიცხვითი, სწრაფმოქმედი ავტოკორელატორი, რომელიც მუშაობდა რეალურ რეჟიმში [36] და რომელიც საშუალებას იძლეოდა გაზომვები ჩატრებულიყო ფართო სიხშირულ დიაპაზონში (1 - 10<sup>8</sup> გჰც). ავტოკორელატორის დანიშნულება იყო ოპტიკურ მეგაჰერცზე დაბალი სიხშირული დიაპაზონის გაფართოება. ეს პრობლემა გადაიჭრა ფაბი-პეროს ინტერფერომეტრით [60]. სადისერტაციო ნაშრომში დამუშავებული იქნა რიცხვითი კორელატორი. ფსევდო შემთხვევითი სიგნალის სპექტრი დამოკიდებული არ არის იმპულსის სიგრძეზე (სიგნალში იმპულსების რაოდენობაზე).



მნიშვნელოვანია, რომ კორელატორის მუშაობის პრინციპი სპექტრალური ხაზების სიგანის ცვლილებისას ეფუძნება გაზნეული გამოსხივების ინტენსივობის კორელაციური ფუნქციის შეფასებას, რაც ექსპერიმენტულად გაზომვადი გაზნეული ველის სტატისტიკური მომენტების თეორიული შედეგების შედარებითი ანალიზის საშუალებას იძლევა, ფაზის კორელაციური ფუნქციის როგორც გაუსური [42], ასევე არაგაუსური სტატისტიკასას.

### **წარმოდგენილი სადოქტორო ნაშრომი ოთხი თავისაგან შედგება.**

პირველ თავში განხილულია ბგერითი და ელექტრომაგნიტური ტალღები დისპერსიულ გარემოში. სხვადასხვა ტალღის სიგრძის (სიხშირის) მქონე ტალღებს გარემოში სხვადასხვა სიჩქარე გააჩნიათ, ამიტომაც იმპულსთა დამახინჯება, ფაზური და ჯგუფური სიჩქარეების განსხვავება, ტალღური ფრონტის არათანაბარი მოძრაობა და ა.შ. სწორედ დისპერსიული თანაფარდობის კონკრეტულ კანონზომიერებაზეა დამოკიდებული. თანამედროვე წარმოდგენების თანახმად დისპერსიის სახეები, როგორცაა ნორმალური და ანომალური დისპერსია წარმოადგენს ბუნების ერთიან მოვლენას. რა თქმა უნდა ეს მოსაზრება ეფუძნება ერთის მხრივ სინათლის ელექტრომაგნიტურ თეორიას, მეორეს მხრივ, ნივთიერების ელექტრონულ აგებულებას. ტერმინს ანომალური დისპერსია დღეისათვის მხოლოდ ისტორიული არსი გააჩნია, რადგან ნორმალური დისპერსია – წარმოადგენს შემთხვევას, როცა ადგილი აქვს ელექტრომაგნიტური ტალღის შთანთქმას ნივთიერების მხრიდან, ხოლო ანომალური დისპერსია კი განპირობებულია ელექტრომაგნიტური ტალღის დამუხტულ ნაწილაკებთან ურთიერთქმედებით, რომლებსაც ხშირად **ოპტიკური ელექტრონების** სახელწოდებით მოიხსენიებენ. ოპტიკური ელექტრონების ელექტრული მომენტები, მონოქრომატულ ველში იძულებითი რხევების პროცესში, პერიოდულად იცვლება რის შედეგადაც ისინი ასხივებენ მეორად ელექტრომაგნიტურ ტალღებს [71].

მეორე თავი ეძღვნება ტალღური პაკეტის გავრცელების შესწავლას დისპერსიულ გარემოში. ეს საკითხი მნიშვნელოვანია, იმდენად, რამდენადაც ინფორმაცია სწორედ ტალღური პაკეტებით ვრცელდება და არა მონოქრომატული ტალღებით. ზოგად შემთხვევაში ნებისმიერი ტალღა შეიძლება წარმოდგენილი იქნას ფურიე-სპექტრის სახით, ე.ი. ჰარმონიული (მონოქრომატული) ტალღების ჯამის სახით. **გრინის** ფუნქციის მეთოდის საფუძველზე [22] მიღებულია ტალღური

პაკეტის მომვლების დროში ცვლილების ამსახველი ზოგადი გამოსახულება და დისპერსიული განტოლებები ზოგად შემთხვევაში.

სადოქტორო ნაშრომის მესამე თავი ეძღვნება დისკრეტული სიგნალების – იმპულსების გავრცელების შესწავლას დისპერსიულ გარემოში, კერძოდ პლაზმურ ფენაში. განხილულია იზოტროპული, დაჯახებადი პლაზმის შემთხვევა და შესწავლილია იმპულსის მომვლების ცვლილება დედამიწის ზედაპირიდან სიმაღლის მიხედვით [2,4,50,53,68]. ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი კონკრეტული მზიდი სიხშირისა და ხანგრძლივობის რადიოიმპულსისათვის.

სადოქტორო ნაშრომის მეოთხე თავი ეძღვნება მოდულირებული სიგნალების გავრცელების შესწავლას. განხილულია სხვადასხვა მოდულაციის შემთხვევა და შესწავლილია კვადრატული და წრფივი სისტემები [1,3,5,55]. რიცხვითი მანიპულატორი საშუალებას იძლევა რიცხვითი ექსპერიმენტის საფუძველზე შესწავლილი იქნა მიმღებ–გადამცემი მოდულის ხმაურისადმი მდგრადობა. მზიდი სიგნალის სიხშირული სპექტრის გაფართოება განხორციელდა კუთხური მოდულაციის (PM -ფაზა-მოდულირებული, FM-სიხშირე-მოდულირებული) გზით [15,38], კერძოდ მოდემით. მოდულატორსა და დემოდულატორს შორის დამყარდა სრული სინქრონიზაცია – კოჰერენტული რეჟიმი. ზემადალი სიხშირის სიგნალი ციფრული გენერატორიდან მიეწოდება ფაზურ მოდულატორს, რომელიც იმპულსებს მართავს შემთხვევითი თანმიმდევრობით. მოდულატორის შესასვლელში სიგნალს ექნება უწყვეტი ხმაურმსგავსი სპექტრის სახე. ამ სიგნალში ერთვება არაგაუსური სტატისტიკის, ფართოსიხშირულ ზოლიანი გარეშე სიგნალი – „ხმაური“. პროცესი „მოდულაცია - დემოდულაცია“ შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც შემთხვევითი ფაზური ეკრანის სიმულაციური მოდელი.

განვიხილოთ თითოეული თავი დეტალურად.

## თავი I.

### ტალღური პროცესები და დისპერსიული თანაფარდობები

---

#### §1. ტალღური პროცესების მახასიათებლები და მათემატიკური ფორმალიზმი (ზოგადი შემთხვევა)

რხევითი და ტალღური პროცესები გვხვდება პრაქტიკულად ყველგან, ყოველდღიურ ცხოვრებაში. ჩვენს გარემომცველ სივრცეში ადგილი აქვს ბევრ ისეთ მოვლენას, რომელსაც რხევითი და ტალღური ხასიათი გააჩნია. მათ შესახებ წარმოდგენა გააჩნია ნებისმიერ ადამიანს, რომელიც აკვირდება ქანქარას მოძრაობას, წყლის ზედაპირზე მსრბოლ ტალღას და ა.შ.

ტალღური პროცესი რეალური სისტემის დინამიკის რამდენადმე რთული მოდელია. ამ დროს სისტემის მდგომარეობა დამოკიდებულია არა მხოლოდ დროზე, არამედ სივრცით პარამეტრებზეც. სწორედ ამიტომ, ასეთი პროცესები აღიწერება კერძო წარმოებულებიანი ტალღური განტოლებებით. რხევითი პროცესიდან ტალღურ პროცესზე გადასვლის კრიტერიუმს წარმოადგენს „კვაზისტაციონარულობის პირობა“, როცა სისტემის მახასიათებელი ზომები მცირეა ტალღის სიგრძესთან შედარებით  $L < \lambda$ , მაშინ შეიძლება ვისაუბროთ რხევით სისტემაზე, ხოლო როცა  $L > \lambda$  – კი ტალღურ პროცესზე [45,61].

ტალღური პროცესი მატერიის მოძრაობის ერთ–ერთი მნიშვნელოვანი ფორმაა. მიკრონაწილაკების გაბნევისა და დიფრაქციებზე ჩატარებულმა ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, რომ კორპუსკულურ–ტალღური დუალიზმი მატერიის ფუნდამენტური თვისებაა და ამიტომ კვანტური სისტემების აღწერისათვის უნდა ვისარგებლოთ ტალღური ფუნქციებით [46,47].

წრფივი თუ არაწრფივი ტალღური პროცესები ინტენსიურად შეისწავლება თანამედროვე ფიზიკის სხვადასხვა დარგში: ელექტროდინამიკაში, პლაზმის ფიზიკაში, რადიოფიზიკაში, ოპტიკაში და ა.შ. შემფოთების გავრცელების მექანიზმი ბუნებრივია ძლიერ განსხვავდება ერთმანეთისაგან. თითოეული განსხვავებული მექანიზმი აღიწერება განსხვავებული ტალღურ განტოლებათა სისტემებით. მაგრამ, შედარებით ფუნდამენტური მოვლენების აღწერისათვის, როგორებიცაა: დიფრაქცია,

ინტერფერენცია, დისპერსია, არეკვლა, გარდატეხა და ა.შ. – ხშირად არ არის აუცილებელი გავანალიზოთ პირველადი, რთული განტოლებათა სისტემები. მარტივი ეფექტები, როგორც წესი აღიწერება, მარტივი, უნივერსალური მათემატიკური მოდელებით [53, 58].

ცნობილია, რომ რხევების თეორიაში არაწრფივი პროცესები ასრულებს მნიშვნელოვან როლს. არაწრფივი რხევითი თეორიის განვითარება უკავშირდება რადიოტექნიკის განვითარებას, რადგანაც სიგნალების გენერაციის, მოდულაციისა და მიღების პროცესები უშუალოდ არაწრფივ რხევით პროცესთან არის დაკავშირებული. იმ დროს, როდესაც რადიოკავშირის განხორციელებისას გამოიყენებოდა რადიოტალღები რამდენიმე ასეული და ათეული მეტრი ტალღური სიგრძით, ითვლებოდა რომ ტალღის სიგრძე რამდენჯერმე აღემატებოდა გადამცემი და მიმღები მოწყობილობების ხაზოვან ზომებს და არაწრფივი პროცესებს გააჩნდა რხევითი პროცესის ხასიათი.

ტალღური პროცესის უმნიშვნელოვანეს მახასიათებელს წარმოადგენს დისპერსიის კანონი, რომელიც ერთმანეთთან აკავშირებს მონოქრომატული ტალღის სიხშირესა და ტალღურ რიცხვს. ის შეიძლება ჩაწერილი იქნას, როგორც  $k = k(\omega)$  სახით, ან არაცხადი ფორმით  $f(k, \omega) = 0$ .

შემთხვევითად-არაერთგვაროვან გარემოებში ელექტრომაგნიტური ტალღების გაბნევა მაქსველის განტოლებათა სისტემით აღიწერება. გამარტივებული მოდელის შემთხვევაში გაბნევა შეიძლება განხილული იქნას სკალარული  $u = u(\vec{r}, t)$  ველით. სწორედ ამ სკალარული ველით შეიძლება შეიცვალოს ელექტრული და მაგნიტური ველის დაძაბულობები.  $u = u(\vec{r}, t)$  აკმაყოფილებს ტალღურ განტოლებას:

$$\Delta u(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon(\vec{r}, t)}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad \varepsilon(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon(\vec{r}, t), \quad (1.1)$$

სადაც  $c$  - სინათლის სიჩქარე ვაკუუმში,  $\varepsilon_0$  - გარემოს დიელექტრიკული შეღწევადობის საშუალო მნიშვნელობაა, რომელიც არ არის კოორდინატისა და დროის ფუნქცია, მაშასადამე საშუალოდ სისტემა არის იზოტროპული და ერთგვაროვანი, ხოლო  $\delta\varepsilon(\vec{r}, t)$  - დიელექტრიკული შეღწევადობის ფლუქტუაციებია. პირველ მიახლოებაში დიდი სიზუსტით შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ  $\varepsilon(\vec{r}, t) = \varepsilon(\vec{r})$  -

არ არის დამოკიდებული დროზე. სისტემაში მოლეკულური პროცესების მახასიათებელი დრო რამდენიმე რიგით აღემატება ელექტრომაგნიტური ველის მახასიათებელ დროს, ამიტომ გარემო ახერხებს ველის ცვლილებაზე რეაგირებას. ტალღური განტოლება ასეთი დიელექტრიკული შეღწევადობით, პრინციპში წარმოადგენს სტოქასტური გარემოს მოდელს, რომელშიც გვაქვს შემთხვევითი პარამეტრი  $\varepsilon(\vec{r})$ . გაზნეული ველის აღწერისას საინტერესო პარამეტრებს წარმოადგენს  $u = u(\vec{r}, t)$  ველის მახასიათებლები, რომლებიც მიიღება დიელექტრიკული შეღწევადობის ფლუქტუაციების გასაშუალოებით, როგორცაა: ველის საშუალო მნიშვნელობა  $\langle u(\vec{r}, t) \rangle$  და ინტენსივობა  $I = I(\vec{r}, t)$ , რომელსაც განსაზღვრავს ველის კვადრატის საშუალო  $\langle u(\vec{r}, t)^2 \rangle$ . ფლუქტუაციების სტატისტიკა, როგორც წესი მოცემულად ითვლება და მხედველობაში მიიღება, რომ დიელექტრიკული შეღწევადობის ფლუქტუაციების საშუალო ნულის ტოლია:  $\langle \delta\varepsilon(\vec{r}, t) \rangle = 0$ .

(1.1) განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია  $\varepsilon(\vec{r})$  დიელექტრიკული შეღწევადობის ცხადი სახის ცოდნის პირობებში, მაგრამ აღმოჩნდა, რომ შემთხვევითი  $\varepsilon(\vec{r})$  - სტატისტიკის დიელექტრიკული შეღწევადობის შემთხვევაში, შეუძლებელია მისი ზუსტი ამონახსნის პოვნა. თუმცა გარკვეულ პირობებში დიდი სიზუსტით შეიძლება ტალღური განტოლების ამოხსნა შემფოთების თეორიით საფუძველზე.

ერთგვაროვანი განტოლების ტრივიალური ამონახსნი უნდა ვეძებოთ შემდეგი სახით:  $u(\vec{r}, t) = 0$ . ადვილია იმის ჩვენება, რომ ფლუქტუაციების არ არსებობისას ერთგვაროვანი განტოლების ამონახსნი ბრტყელი მონოქრომატული ტალღაა:

$$u(\vec{r}, t) = u_0 \exp[i\vec{k}_0 \vec{r} - i\omega t].$$

ამონახსნი გავითვალისწინოთ ტალღურ განტოლებაში, მივიღებთ დისპერსიულ თანაფარდობას, რომელიც ტალღის  $\omega$  სიხშირეს აკავშირებს  $\vec{k}_0$  ტალღურ ვექტორთან:

$$-\frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2} u(\vec{r}, t) + k_0^2 u(\vec{r}, t) = 0, \quad k_0^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_0}{c^2}.$$

ცხადია, რომ ტალღების ნებისმიერი წრფივი კომბინაცია, რომელიც პასუხობს ზემოთ მოცემულ დისპერსიულ თანაფარდობას, ასევე წარმოადგენს ტალღური განტოლების ამონახსნს. ვთქვათ საწყისი ტალღური განტოლების ამონახსნი არის გრინის ფუნქცია  $G_0(\vec{r}, t)$ , რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას [22,61]:

$$\frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 G_0(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \Delta G_0(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t + \alpha t} \delta(\vec{r}).$$

ამ განტოლების ამონახსნი მოსახერხებელია ვეძებოთ შემდეგი სახით:

$$G_0(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t + \alpha t} G_0(\vec{r}).$$

უკანასკნელის გათვალისწინება გრინის ფუნქციაში გვაძლევს:

$$-k_0^2 G_0(\vec{r}) - \Delta G_0(\vec{r}) = \delta(\vec{r}), \quad k_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c} (\omega + i\alpha), \quad (1.2)$$

$k_0$  -ის გამოსახულება შეიცავს წარმოსახვით და ნამდვილ ნაწილს. ბოლო განტოლება მოსახერხებელია ამოიხსნას ფურიე-გარდაქმნის გზით:

$$F(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\vec{r}) e^{-i(\vec{k}\vec{r})} d\vec{r},$$

$$F(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} F(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\vec{r})} d\vec{k}.$$

გრინის ფუნქციის ფურიე-სახე აღვნიშნოთ  $G_0(\vec{k})$  -თი. (1.2)-ე განტოლებისადმი ფურიე გარდაქმნის გამოყენება და იმის გათვალისწინება, რომ  $\delta$  - ფუნქცია წარმოადგენს ერთის ფურიე-სახეს, ვღებულობთ:

$$(k^2 - k_0^2) G_0(\vec{k}) = 1, \quad G_0(\vec{k}) = \frac{1}{k^2 - k_0^2}.$$

იმისათვის, რომ მივიღოთ  $G_0(\vec{r})$  - ფუნქციის სახე, ვისარგებლოთ ფურიეს უკუ გარდაქმნით:

$$G_0(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(\vec{k}\vec{r})}}{k^2 - k_0^2} d\vec{k}.$$

ინტეგრალი შეიძლება გამოვთვალოთ სფერულ კოორდინატთა სისტემაში, თუ ჩავთვლით, რომ პოლარული ღერძი მიმართულია  $\vec{r}$  - ვექტორის გასწვრივ, ხოლო

პოლარული კუთხე, რომელსაც ადგენს პოლარული ღერძი პოლარულ სიბრტყესთან არის  $\theta$ .

მარტივი გამოთვლების შედეგად ვღებულობთ გრინის ფუნქციას დიელექტრიკული შეღწევადობის ფლუქტუაციების არ არსებობისას  $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 = const$ :

$$\begin{aligned} G_0(\vec{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i(\vec{k}\vec{r})}}{k^2 - k_0^2} d\vec{k} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta \int_0^\infty k^2 \frac{e^{ikr\cos\theta}}{k^2 - k_0^2} dk = \\ &= \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \int_\infty^0 d\cos\theta \int_0^\infty k^2 \frac{e^{ikr\cos\theta}}{k^2 - k_0^2} dk = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{k^2}{k^2 - k_0^2} \left[ \frac{e^{ikr\cos\theta}}{ikr\cos\theta} \right]_\pi^0 dk = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{k^2}{k^2 - k_0^2} \left( \frac{e^{ikr}}{ikr} - \frac{e^{-ikr}}{ikr} \right) dk = \frac{1}{(2\pi)^2 ir} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \frac{k(e^{ikr} - e^{-ikr})}{k^2 - k_0^2} dk = \\ &= \frac{1}{8\pi^2 ir} \int_{-\infty}^\infty \frac{ke^{ikr}}{k^2 - k_0^2} dk + \frac{1}{8\pi^2 ir} \int_{-\infty}^\infty \frac{ke^{-ikr}}{k^2 - k_0^2} dk = \frac{1}{8\pi^2 ir} \left( \frac{2\pi ie^{ik_0 r}}{2} - \frac{-2\pi ie^{ik_0 r}}{2} \right) = \\ &= \frac{e^{ik_0 r}}{4\pi r}. \end{aligned}$$

უკანასკნელ გამოსახულებაში ბოლო ინტეგრალის გამოთვლისას ჩვენ ვსარგებლობთ ინტეგრალქვეშა გამოსახულების ლუწობით და ნაშთთა თეორემით. პირველი შესაკრებისათვის საინტეგრაციო კონტური იკვრება ზემოდან, და ამ ნახევარსიბრტყეში მიიღევა  $e^{ikr}$ , შესაბამისად გამოირიცხება  $k = k_0 = \sqrt{\varepsilon_0} / c \times (\omega + i\alpha)$ . მეორე შესაკრებისათვის კონტური იკვრება ქვედა ნახევარსიბრტყეში და გამოირიცხება  $k = -k_0$  წერტილი, ამასთან აუცილებელია იმის გათვალისწინება, რომ კონტურზე გარშემოვლა ხორციელდება საათის ისრის მიმართულებით, მაშინ როდესაც ნაშთთა თეორემაში გარშემოვლა ხორციელდება საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით. გარშემოვლის მიმართულება შეიძლება მარტივად შევცვალოთ თუ მეორე შესაკრებში დავუმატებთ მამრავლს (-1). გრინის ფუნქციის საბოლოო სახე იქნება:

$$G_0(\vec{r}, t) = \frac{e^{ik_0 r - i\omega t + \alpha t}}{4\pi r}.$$

ეს არის განშლადი სფერული ტალღა, რომლის ამპლიტუდა მცირდება  $r$ -ის მიხედვით წყაროდან დაშორებისას.

ახლა გავითვალისწინოთ დიელექტრიკული შეღწევადობის ფლუქტუაციები.

ტალღური განტოლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\frac{\varepsilon(\vec{r})(\omega + i\alpha)^2}{c^2} G(\vec{r}) - \Delta G(\vec{r}) = \delta(\vec{r}),$$

გადავწეროთ ის შემდეგი სახით:

$$(-k_0^2 - \Delta)G(\vec{r}) = \frac{\delta\varepsilon(\vec{r})}{\varepsilon_0} k_0^2 G(\vec{r}) + \delta(\vec{r}).$$

შეშფოთების თეორიის საფუძველზე, რომელშიც ვთვლით, რომ  $\delta\varepsilon(\vec{r})$  მცირე სიდიდეა, გადავდივართ ინტეგრალზე, რომელიც ანალოგიურია ზემოთ მიღებული ინტეგრალისა:

$$G(\vec{r}) = G_0(\vec{r}) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \int G_0(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta\varepsilon(\vec{r}_1) G_1(\vec{r}) d\vec{r}_1.$$

ზოგად შემთხვევაში შეიძლება დავწეროთ იტერაციული განტოლება მწკრივის სახით:

$$G(\vec{r}) = G_0(\vec{r}) + \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \int G_0(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta\varepsilon(\vec{r}_1) G_1(\vec{r}) d\vec{r}_1 + \\ + \frac{k_0^4}{\varepsilon_0^2} \int G_0(\vec{r} - \vec{r}_1) \delta\varepsilon(\vec{r}_1) \int G_0(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta\varepsilon(\vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 + \dots$$

აქ  $G(\vec{r})$  - შემთხვევითი სიდიდეა. შემდგომისათვის ის საჭიროა გასაშუალოვდეს დიელექტრიკული შეღწევადობის ყველა შესაძლო ფლუქტუაციის მიხედვით, რაც წარმოადგენს გრინის ფუნქციის პოვნის ერთ-ერთ შრომატევად ნაბიჯს.

ტალღური განტოლების უმარტივეს შემთხვევას წარმოადგენს ბრტყელი ტალღის განტოლება ჩაწერილი სკალარული სახით, მაგრამ დისიპაციური პროცესების გათვალისწინებისას, ტალღური განტოლება რამდენადმე რთულ სახეს ღებულობს. შესაბამისად დისპერსიის კანონიც რთულდება. ზოგად შემთხვევაში იგი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$k(\omega) = k'(\omega) + ik''(\omega) \tag{1.3}$$

დისპერსიული თანაფარდობა შეიცავს ტალღური რიცხვის ნამდვილ და წარმოსახვით ნაწილებს. ნამდვილი ნაწილი მიუთითებს ტალღის ფაზური სიჩქარის სიხშირეზე დამოკიდებულებას  $v_f = \omega / k'(\omega)$ , ხოლო წარმოსახვითი ნაწილი კი – მიღვევის კოეფიციენტის დამოკიდებულებას სიხშირეზე.

ხშირ შემთხვევაში ტალღური პროცესი გარემოში აღიწერება არა ერთი, არამედ რამდენიმე ინტეგროდიფერენციალური განტოლებით, ანუ განტოლებათა სისტემით:



$$\hat{L}_{ij}u_{ij} = 0, \quad (1.4)$$

სადაც  $L_{ij}$  – მატრიცული ოპერატორია, რომელიც მოქმედებს  $\{u_{ij}\}$  ვექტორ–სვეტზე. ამ შემთხვევაში დისპერსიის კანონის პოვნის ფორმალური სქემა შემდეგში მდგომარეობს. ჩავწეროთ ამონახსნი შემდეგი სახით:

$$u_j = u_{0j} \exp(ikr - i\omega t), \quad (1.5)$$

გავითვალისწინოთ ეს ამონახსნი ტალღურ განტოლებაში (1.4):

$$L_{ij}u_{0j} \exp(ikr - i\omega t) = u_{0j} \exp(ikr - i\omega t) D_{ij}(k, \omega) = 0,$$

ამონახსნი იქნება არატრივიალური, თუ  $\det\|D_{ij}(k, \omega)\| = 0$ . აქედან მიიღება საძიებელი დამოკიდებულება  $k = k_j(\omega)$ . დისპერსიულ განტოლებას გააჩნია რამდენიმე ფესვი ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), რომელიც მიუთითებს, რომ სისტემა შეიძლება აღიწეროს გარემოს რამდენიმე ტიპის საკუთარი ტალღებით (მოდით).

სიხშირული დისპერსია განაპირობებს მონოქრომატული ტალღების განაწილების კანონზომიერების ცვლილებას. მართლაც, დისპერსიულ გარემოში, სხვადასხვა სპექტრალურ კომპონენტებს გააჩნიათ, სხვადასხვა ფაზური სიჩქარეები და მიღევის კოეფიციენტები. გავითვალისწინოთ (1.3)– (1.5)–ში:

$$u(k, \omega) = u_0 \exp[-ik''(\omega)r] \exp[ik'(\omega)r - i\omega t].$$

ფაზური სიჩქარის დისპერსიის გამო, ტალღის გავრცელების პროცესში იცვლება სპექტრალურ კომპონენტებს შორის ფაზური თანაფარდობა. იცვლება ტალღების ინტერფერენციის შედეგი და არამონოქრომატული ტალღის ფორმა მახინჯდება. შთანთქმის კოეფიციენტის დისპერსია  $k''(\omega)$  იწვევს ტალღის სიხშირული სპექტრის  $|u(k, \omega)|^2$  ტრანსფორმაციას და ტალღის ფორმის დამატებით დამახინჯებას.

## §2. დისპერსიული თანაფარდობები არანიუტონისეულ ბლანტ გარემოში ბგერითი ტალღის გავრცელებისას

უწყვეტი გარემოს მექანიკიდან ცნობილია, რომ სითხისა და აირის მოძრაობა აღიწერება უწყვეტობის, მოძრაობის (ეილერის) და მდგომარეობის განტოლებებით:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\vec{F} = -\nabla p = \rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right], \quad (2.2)$$

$$p = p(\rho). \quad (2.3)$$

ეს განტოლებები ნაწილაკების ჰიდროდინამიკურ სიჩქარეს  $\vec{u}(\vec{r}, t)$  აკავშირებს გარემოს სიმკვრივესთან  $\rho(\vec{r}, t)$  და წნევასთან  $p(\vec{r}, t)$ . (2.1) – გამოსახავს ნივთიერების მასის შენახვის კანონს დიფერენციალური ფორმით, (2.2) - კი ნიუტონის მეორე კანონია უწყვეტი გარემოს მცირე უბნისათვის, კვადრატულ ფრჩხილებში გამოსახულება წარმოადგენს სიჩქარის დროით სრულ წარმოებულს ანუ აჩქარებას:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u}.$$

ბგერითი ტალღის გავრცელება გარემოში იწვევს ნაწილაკების შემჭიდროებას და გაიშვიათებას, რასაც თან ახლავს ლოკალურად ტემპერატურის ცვლილება. უმრავლეს შემთხვევაში ეს პროცესები იმდენად სწრაფად ხდება, რომ ტემპერატურა გათანაბრებას ვერ ასწრებს. შემჭიდროებისა და გაიშვიათების პროცესები შეიძლება ჩაითვალოს უკუპროცესებად და აღწეროთ მდგომარეობის ადიაბატური განტოლებით:

$$p = p_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (2.4)$$

იდეალური აირისათვის  $p_0$  და  $\rho_0$  - წონასწორული წნევა და სიმკვრივეა,  $\gamma = c_p / c_v$  – მუდმივი წნევის დროს სითბოტევადობის ფარდობაა მუდმივი მოცულობის სითბოტევადობასთან. სითხისათვის (2.4) ტოლობა შეიძლება განხილული იქნას, როგორც ემპირიული მიახლოებითი გამოსახულება.  $\gamma$  და  $p_0$  – მუდმივები განისაზღვრება ექსპერიმენტულად.

(2.1) – (2.3) განტოლებათა სისტემის საფუძველზე ვიპოვოთ ბგერითი ტალღის განტოლება. დავუშვათ, რომ ბგერითი ტალღა იწვევს გარემოს წნევის, სიმკვრივის და ტალღის სიჩქარის შეშფოთებას. ვთქვათ,  $p'$ ,  $\rho'$ ,  $\vec{u}$  – წარმოადგენს ბგერითი ტალღით შეშფოთებულ პარამეტრებს. ცხადია, შეშფოთებული პარამეტრები გაცილებით მცირეა საშუალო მნიშვნელობებთან  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\vec{u}_0 = 0$  შედარებით:

$$p = p_0 + p', \quad \rho = \rho_0 + \rho', \quad (p' \ll p_0, \quad \rho' \ll \rho_0) \quad (2.5)$$

გავითვალისწინოთ (2.5) ფორმულა (2.1), (2.2) და (2.4) –ში და შევინარჩუნოთ მხოლოდ პირველი რიგის მცირე წევრები, მივიღებთ:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\vec{u}) = 0, \quad (2.7)$$

$$-\nabla p' = \rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}, \quad (2.8)$$

$$p' = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \rho'. \quad (2.9)$$

დავიყვანოთ (2.7) – (2.9) განტოლებათა სისტემა ერთ განტოლებაზე, ამისათვის (2.8) და (2.9) განტოლებებიდან გამოვრიცხოთ  $p'$ , მივიღებთ [50]:

$$\gamma \frac{p_0}{\rho_0} \nabla \rho' + \rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0. \quad (2.10)$$

ავიღოთ (2.10) ფორმულის ორივე მხარის როტორი, მივიღებთ:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{u}) = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{u} = 0, \quad \vec{u} = \operatorname{grad} \varphi = \nabla \varphi, \quad (2.11)$$

სადაც  $\varphi$  – რხევის სიჩქარეა. გავითვალისწინოთ (2.11) – (2.10)–ში:

$$\gamma \frac{p_0}{\rho_0} \rho' + \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0. \quad (2.12)$$

(2.12) გავითვალისწინოთ (2.7)–ში, მივიღებთ:

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.13)$$

სადაც  $c_0^2 = \gamma(p_0 / \rho_0) = (\partial p / \partial \rho)|_{\rho_0}$  – წარმოადგენს ბგერის ადიაბატური სიჩქარის კვადრატს. ზუსტად ასეთი განტოლება შეიძლება მივიღოთ  $p'$ ,  $\rho'$  სკალარული სიდიდეებისათვის და სიჩქარის სამივე კომპონენტისათვის.

ვიპოვოთ კავშირი სიმკვრივეს, წნევასა და სიჩქარეს შორის ბრტყელი ბგერითი ტალღისათვის. ჩავთვალოთ, რომ ყველა სიდიდე იცვლება  $f_1(t-r/c_0)$  და  $f_2(t+r/c_0)$  კანონით. რეალურ გარემოში საჭიროა გათვალისწინებული იქნას ენერჯიის დანაკარგები, რომლებიც განპირობებულია გარემოს სიბლანტითა და სითბოგამტარებლობით. ასეთ გარემოში მოძრაობის განტოლებები შედარებით რთული იქნება. სითხის ან აირის ფენების შინაგანი ხახუნის შედეგად ვღებულობთ დისიპაციურ - შეუქცევად პროცესებს. დისიპაციური ძალების არსებობა ეილერის განტოლების მარჯვენა ნაწილში აისახება დამატებითი  $\partial \sigma_{ij} / \partial x_j$  ძალის გაჩენით. სადაც:

$$\sigma_{ij} = \zeta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \xi \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l}, \quad (2.14)$$

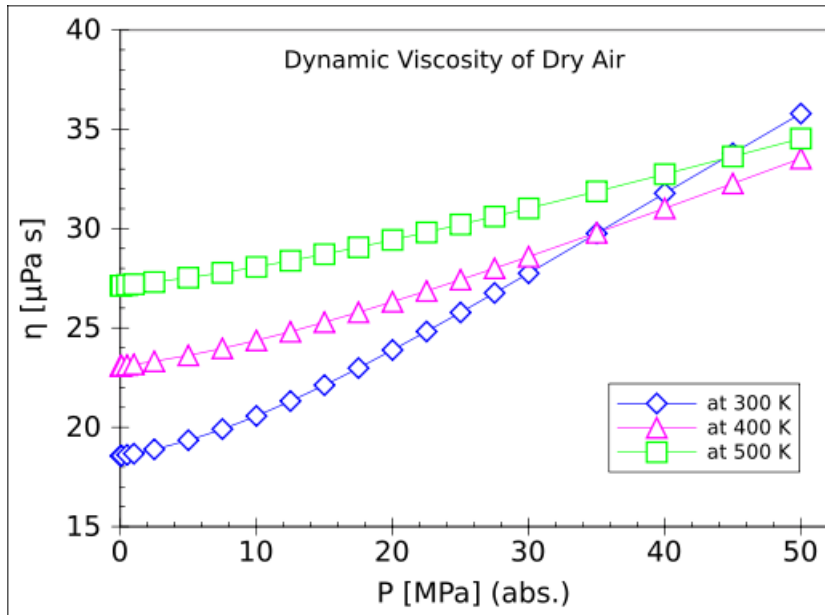
სიბლანტის ძაბვის ტენზორია არანიუტონისეული სითხისათვის [62],  $\zeta, \xi$  - შესაბამისად ძვრის და მოცულობითი სიბლანტის კოეფიციენტებია. (2.14) ტენზორის გათვალისწინება (2.2) - მოძრაობის განტოლებაში გვადლევს ნავიე-სტოქსის განტოლებას:

$$\vec{F} = -\nabla p + \nabla \hat{\sigma} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u} + \left( \xi + \frac{\zeta}{3} \right) \text{graddiv } \vec{u} = \rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right]. \quad (2.15)$$

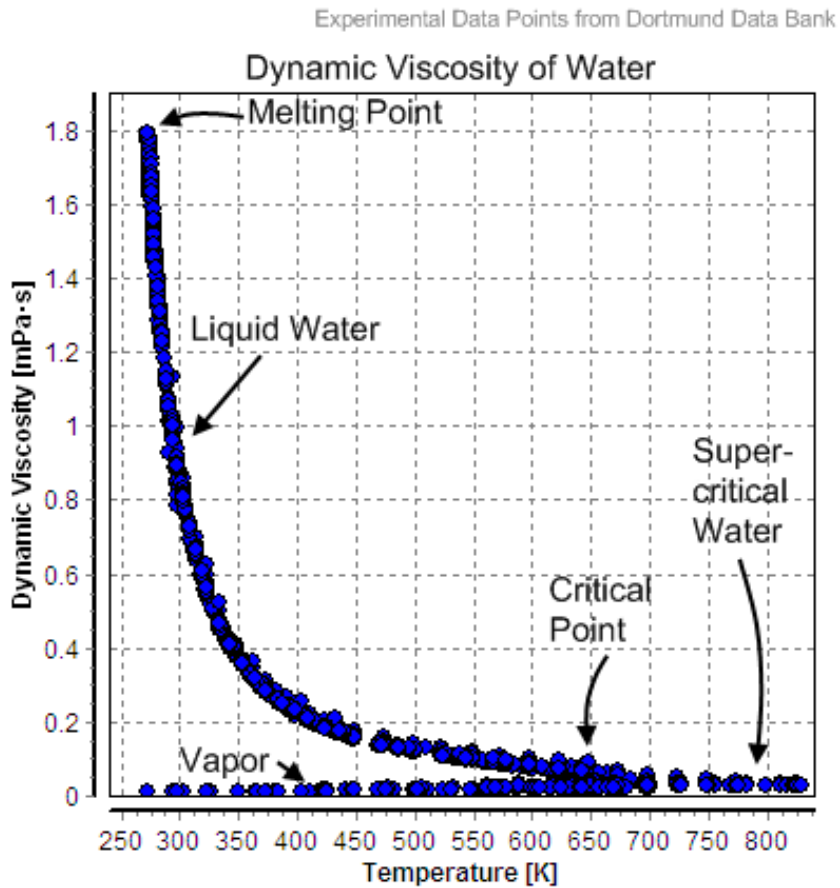
პრაქტიკაში ვხვდებით გარემოს, რომელშიდაც შესაძლებელია დიდი მიახლოებით მხედველობაში არ მივიღოთ ბგერითი ტალღის მიერ გამოწვეული შემფოთება სიმცირის გამო. დისიპაციური პროცესების გარემო მაინც წონასწორობაში იმყოფება. გავითვალისწინოთ (2.5), (2.9) (2.15)-ში, მივიღებთ:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + c_0^2 \nabla \rho' = \eta \Delta \vec{u} + \left( \xi + \frac{\zeta}{3} \right) \text{graddiv } \vec{u}, \quad (2.16)$$

(2.16) და (2.7) ქმნის სისტემას, რომელიც აღწერს ტალღურ პროცესს მცირე სიბლანტის გარემოში. ნახ.1-ზე წარმოდგენილია ექსპერიმენტული მონაცემები მშრალი ჰაერის სიბლანტის წნევაზე დამოკიდებულებისა 300, 400 და 500 K ტემპერატურაზე [8], ხოლო ნახ. 2-ზე ნაჩვენებია წყლის (თხევად და ორთქლად მდგომარეობაში) დინამიკური სიბლანტის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე [34].



ნახ.1. შშრალი ჰაერის სიბლანტის წნევაზე დამოკიდებულება 300, 400 და 500 K ტემპერატურაზე



ნახ. 2. წყლის (თხვად და ორთქლად მდგომარეობაში) დინამიკური სიბლანტის დამოკიდებულება ტემპერატურაზე

როგორც ცნობილია, ბლანტი ვექტორული ველი შეიძლება წარმოვადგინოთ პოტენციალური და გრიგალური კომპონენტების ჯამის სახით:

$$\vec{u} = \vec{u}_l + \vec{u}_t = \nabla\varphi + \text{rot}\vec{A},$$

$\varphi, \vec{A}$  – სკალარ და ვექტორ პოტენციალებია.  $\vec{u}_l$  – აღწერს გასწვრივ ბგერით ტალღებს, ხოლო  $\vec{u}_t$  – განივს. განივი რხევებისათვის (2.7) უწყვეტობის განტოლებიდან გამომდინარეობს,  $\partial\rho'/\partial t = 0$  ( $\text{div}\vec{u}_t = 0$ ). (2.16)–დან ვღებულობთ:

$$\frac{\partial\vec{u}_t}{\partial t} = \frac{\zeta}{\rho_0} \Delta\vec{u}_t. \quad (2.17)$$

(2.17) განტოლება საშუალებას გვაძლევს გადავწყვიტოთ ამოცანა სითხეში განივი ტალღების გავრცელების შესახებ. ვთქვათ სითხის ზედაპირი ემთხვევა  $yz$  სიბრტყეს და  $y$  ღერძის გასწვრივ ასრულებს რხევით მოძრაობას, კანონით:

$$u_t(x=0, t) = \begin{cases} u_x = 0 \\ u_y = u_0 \exp(-i\omega t), \\ u_z = 0 \end{cases}$$

(2.17) ტალღური განტოლების ამონახსნი შეიძლება ვიპოვოთ შემდეგი სახით:

$$\vec{u}(0, u_y, 0), \quad u_y = u_0 \exp(ikx - i\omega t). \quad (2.18)$$

ჩავსვათ (2.18) (2.17)–ში, მივიღებთ დისპერსიის კანონს, კავშირს  $k$  და  $\omega$ –ს შორის:

$$k^2 = i\omega \frac{\rho_0}{\zeta}, \quad k = (i+1) \sqrt{\omega \frac{\rho_0}{2\zeta}}, \quad (2.19)$$

გავითვალისწინოთ (2.19), (2.18)–ში, მივიღებთ:

$$u_y = u_0 \exp\left(-x \sqrt{\omega \frac{\rho_0}{2\zeta}}\right) \exp\left[i\left(x \sqrt{\omega \frac{\rho_0}{2\zeta}} - \omega t\right)\right], \quad (2.20)$$

(2.20) ფორმულა მიუთითებს, რომ ბლანტი სითხეში შეიძლება არსებობდეს განივი რხევითი მოძრაობები, რომლებიც გავრცელების მიმართულების მართობულია. მაგრამ ეს რხევები სწრაფად მიიღევა სხეულისაგან მოშორებისას, კერძოდ ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილზე რხევების ამპლიტუდა მცირდება  $\exp(2\pi) \approx 535$ –ჯერ. ე.ი. განივი ტალღა სითხეში თითქმის არ ვრცელდება.

გასწვრივი რხევებისათვის (2.7), (2.16) განტოლებათა სისტემიდან ენტროპიისა და სითხური მოვლენების გათვალისწინების პირობებში, ვღებულობთ:

$$\Delta \vec{u}_l - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{u}_l}{\partial t^2} + \frac{\left[ \left( \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right) \right]}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \vec{u}_l = 0, \quad \text{rot} \vec{u}_l = 0, \quad (2.21)$$

სადაც,  $\mu$  – სითბოგამტარებლობის კოეფიციენტი. (2.21) განტოლება ითვალისწინებს ტალღის მიღევას, მისი ამონახსნი ვეძებთ შემდეგი სახით:

$$u_l(r, t) = u_{0l}(r) \exp(ikr - i\omega t), \quad (2.22)$$

(2.22) გავითვალისწინოთ (2.21)–ში, მივიღებთ დისპერსიულ განტოლებას:

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} - i \frac{\xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)}{c_0^2 \rho_0} \omega k^2 = 0$$

აქედან:

$$k = \frac{\omega}{c_0 \sqrt{1 - i \frac{\left[ \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] \omega}{c_0^2 \rho_0}}} \approx \frac{\omega}{c_0} \left\{ \left[ 1 + i \frac{\left[ \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] \omega}{2c_0^2 \rho_0} \right] \right\} = k' + ik'' \quad (2.23)$$

(2.23)–დან გამოვყოთ რეალური და კომპლექსური ნაწილი:

$$k' = \frac{\omega}{c_0}, \quad k'' = \frac{\left[ \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] \omega^2}{2c_0^3 \rho_0}.$$

$k''$  – მიღვევის კოეფიციენტი, რომელიც ფიზიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე არ შეიძლება იყოს ძალიან დიდი, რადგან წინააღმდეგ შემთხვევაში ტალღის გავრცელების პროცესის ნაცვლად მივიღებთ აპერიოდულ მიღვევად პროცესს. იმისათვის, რომ გვეჩონდეს რეალური ტალღური პროცესი ტალღის ამპლიტუდა  $\lambda$  – ტალღის სიგრძის რიგის მანძილზე ძალიან მცირედ უნდა შეიცვალოს, ე.ი.  $\exp(-k''\lambda) \approx 1$ ,  $k''\lambda \ll 1$ .

### §3. დისპერსიული თანაფარდობები გარემოში ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელებისას

გარემოში ელექტრომაგნიტური ტალღების აღწერა ხორციელდება მაქსველის განტოლებათა სისტემით და მინკოვსკის მატერიალური თანაფარდობებით [10,14]. მაგალითად, როცა გარემოს გამტარებლობა  $\sigma \neq 0$ , ე.ი. ის გამტარია ტალღის განტოლება ელექტრული ველის დამაბულობის ვექტორისათვის ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{4\pi \mu \sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0. \quad (3.1)$$

სადაც  $\varepsilon$  და  $\mu$  გარემოს დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობებია,  $\sigma$  – კუთრი გამტარებლობაა. იზოტროპული და ერთგვაროვანი გარემოსათვის დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობები მუდმივი სიდიდეებია.

(3.1) განტოლების ამონახსნი ვიპოვოთ შემდეგი სახით:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp\left[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)\right]. \quad (3.2)$$

გავითვალისწინოთ (3.14)-ი (3.13)-ში, მივიღებთ დისპერსიულ განტოლებას:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \mu \left( \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \mu \tilde{\varepsilon}, \quad k = \frac{\omega}{c} \left( \sqrt{\varepsilon \mu} + i \sqrt{\frac{4\pi \mu \sigma}{\omega}} \right) = \frac{\omega}{c} (n + i\chi).$$

სადაც  $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$  - გარემოს გარდატეხის მაჩვენებელია, ხოლო  $\chi = \sqrt{(4\pi \mu \sigma) / \omega}$  - ახასიათებს ტალღის ამპლიტუდის კლებას გავრცელების მიმართულებით, მას შთანთქმის მაჩვენებელი ეწოდება. შთანთქმის მაჩვენებელი განსხვავდება შთანთქმის კოეფიციენტისაგან:

$$k'' = \frac{\omega}{c} \chi.$$

ცხადია გარემოს რეალური თვისებების ამსახველი მარტივი მოდელები შეიძლება აგებული იქნას სულ რამდენიმე შემთხვევაში, მაგრამ ამის მიუხედავად ეს მარტივი მოდელები ძალიან მნიშვნელოვანია ფიზიკური არსის თვალსაზრისით და იმსახურებს განსაკუთრებულ განხილვას.

$\varepsilon(\omega)$  - დამოკიდებულების პოვნისას საჭიროა გადაწყდეს საკითხი, თუ როგორაა ელექტრომაგნიტური ტალღა დაკავშირებული გარემოში მუხტებზე. დისპერსიის ყველა თანამედროვე თეორია ითვალისწინებს ნივთიერების



მოლეკულურ აღნაგობას და მოლეკულებს განიხილავს, როგორც დინამიკურ სისტემას, რომლებსაც გააჩნიათ საკუთარი სიხშირე. მოლეკულური სისტემები ემორჩილება კვანტური მექანიკის კანონებს, მაგრამ დისპერსიის კლასიკური თეორიის შედეგები ხშირ შემთხვევაში იძლევა ხარისხობრივად ზუსტ გამოსახულებებს, მაგალითად, გარდატეხის მაჩვენებლის და შთანთქმის კოეფიციენტისათვის, როგორც სიხშირის ფუნქციებისათვის.

დიელექტრიკები პირობითად ორ ტიპად იყოფა, პოლარული და არაპოლარული. არაპოლარული დიელექტრიკების მოლეკულებში ელექტრონების მუხტები კომპენსირდება ბირთვების მუხტებით, ამასთან უარყოფითი და დადებითი მუხტების ცენტრები ერთმანეთს ემთხვევა. გარე ელექტრული ველის არ არსებობისას არაპოლარული დიელექტრიკები არ ხასიათდება დიპოლური მომენტით, მაგრამ ველის მოქმედების შედეგად ადგილი აქვს ელექტრონების წანაცვლებას და თითოეული მოლეკულა პოლარიზდება, შედეგად უჩნდება  $\vec{p} = e\vec{r}$  დიპოლური მომენტი. თუ დიელექტრიკი ერთგვაროვანია და მოცულობის ერთეულში არის  $N$  მოლეკულა, მაშინ პოლარიზაციის მოცულობითი სიმკვრივის ვექტორი  $\vec{P} = N\vec{p}$ .  $\vec{P}$  - ვექტორის განსაზღვრისათვის საჭიროა ამოიხსნას ელექტრონების მოძრაობის განტოლება, რომელსაც განაპირობებს ველი და ნაპოვნი იქნას ელექტრონების წანაცვლება, როგორც ველის ფუნქცია. დისპერსიის კლასიკურ თეორიაში ელექტრონების მოძრაობა აღიწერება დრუგე-ლორენცის მოდელით [9, გვ.80], რომლის თანახმადაც მოლეკულა წარმოდგენილია ერთი ან რამდენიმე წრფივი ჰარმონიული ოსცილატორის სახით:

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + m\beta \frac{d\vec{r}}{dt} + m\omega_0^2 \vec{r} = e \left( \vec{E} + \frac{4}{3} \pi \vec{P} \right), \quad (3.3)$$

სადაც,  $m$  ოსცილატორის ეფექტური მასაა,  $\beta$  - მილევის მუდმივაა, რომელსაც სიხშირის განზომილება აქვს,  $\omega_0$  - ნორმალური რხევის რეზონანსული კუთხური სიხშირეა. თუ ჩავთვლით, რომ  $\vec{E}$  - ველი დროზე ჰარმონიული კანონით არის დამოკიდებული, (3.3) განტოლებიდან ვღებულობთ:

$$\left( -\omega^2 - i\omega\beta + \omega_0^2 \right) \vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \left( \vec{E} + \frac{4}{3} \pi \vec{P} \right). \quad (3.4)$$

გავითვალისწინოთ, რომ:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \vec{E} + (4/3)\pi \vec{P}$ , გვექნება:

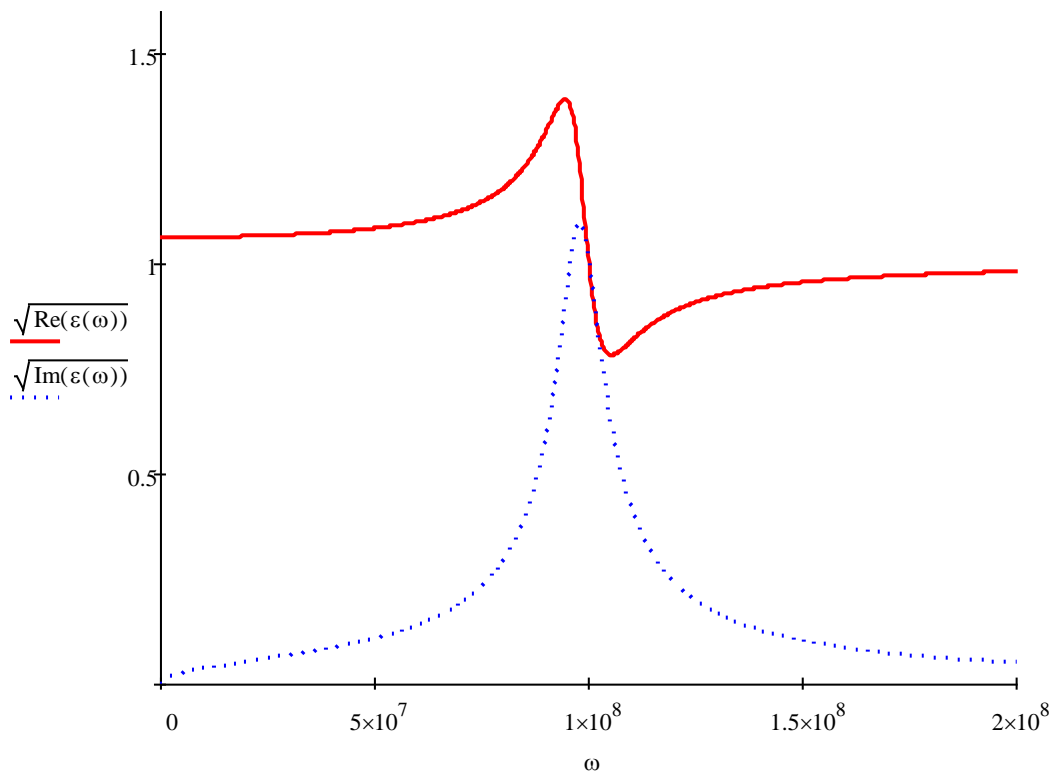
$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2 \left( \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3} - \omega^2 \right)}{\left( \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3} - \omega^2 \right)^2 + \omega^2 \beta^2} + i \frac{\omega_p^2 \beta \omega}{\left( \omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3} - \omega^2 \right)^2 + \omega^2 \beta^2}. \quad (3.4)$$

სადაც,  $\omega_p^2 = 4\pi N e^2 / m$ . დაბალი სიხშირეების არეში, როდესაც  $\omega^2 \ll \omega_0^2$ , (3.4)

გამოსახულება ღებულობს სახეს:

$$\varepsilon(0) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \frac{\omega_p^2}{3}}. \quad (3.5)$$

აირეში, ჩვეულებრივ პოლარიზებული მოლეკულების რაოდენობა არ არის დიდი, ამიტომ  $\omega_p^2 \ll \omega_0^2$ , ვღებულობთ, რომ  $\varepsilon \approx 1$ . ნახ.3-ზე მოცემულია დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური და წარმოსახვითი ნაწილების დამოკიდებულება სიხშირეზე, როცა  $\omega_0 = 10^8$  წმ<sup>-1</sup>,  $N = 10^{22}$ ,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  კგ,  $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$  კ,  $\beta = 10^7$  ჰც. დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური ნაწილი ასახავს გარდატეხის



ნახ.3. დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური (გარდატეხის მაჩვენებელი) და წარმოსახვითი (შთანთქმის მაჩვენებელი) ნაწილების დამოკიდებულება სიხშირეზე, როცა  $\omega_0 = 10^8$  წმ<sup>-1</sup>,  $N = 10^{22}$  სმ<sup>-3</sup>,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  კგ,  $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$  კ,  $\beta = 10^7$  ჰც.

მაჩვენებლის ცვლილებას სიხშირის მიხედვით, რადგან, როგორც ცნობილია:  $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ , ხოლო წარმოსახვითი ნაწილი კი ასახავს შთანთქმის მაჩვენებლის დამოკიდებულებას სიხშირეზე  $\chi(\omega)$ . როცა  $\omega < \omega_0$ , გარდატეხის მაჩვენებელიც და შთანთქმის მაჩვენებელიც იზრდება  $\omega$ -ს ზრდასთან ერთად და აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო რეზონანსის პირობებში (როცა,  $\omega^2 = \omega_0^2 - \omega_p^2/3$ ), გარდატეხის მაჩვენებელი 1-ის ტოლი ხდება. ჩვენს შემთხვევაში აირის მოცემული პარამეტრებისას  $\omega_p \approx 3.4 \cdot 10^7$  წმ<sup>-1</sup>, შეიძლება მარტივად გამოვთვალოთ სიხშირის რა მნიშვნელობა შეესაბამება მაქსიმუმს:  $\omega = 9.8 \cdot 10^7$  წმ<sup>-1</sup>  $\approx \omega_0$ . როცა  $\omega > \omega_0$  გარდატეხის მაჩვენებელი სწრაფად იკლებს და 1-ზე ნაკლები ხდება, ხოლო შთანთქმის მაჩვენებელი მაღალ სიხშირეებზე ექსპონენციალურად იკლებს და მიისწრაფვის ნულისაკენ.  $\omega \gg \omega_0$  გარდატეხის მაჩვენებელი იზრდება და მიისწრაფვის 1-ისაკენ. სიხშირეთა დიაპაზონი, რომელშიდაც გარდატეხის მაჩვენებელი კლებულობს სიხშირის ზრდასთან ერთად, შეესაბამება ანომალური დისპერსიის არეს. ამ არეში ადგილი აქვს ფაზური სიჩქარის ზრდას.

ზემოთ განვიხილეთ დიელექტრიკული გარემოს დისპერსიის კანონი, როცა გარემოს მოლეკულები დიპოლურ მომენტს იძენენ მხოლოდ გარე ველის ზემოქმედების შედეგად, მაგრამ პოლარული მოლეკულების შემცველი დიელექტრიკებისათვის დიპოლური მომენტი გვაქვს გარე ველის არ არსებობის შემთხვევაში. ასეთ ნივთიერებას მიეკუთვნება, მაგალითად წყალი. გარე ველი ამ შემთხვევაში მაორიენტირებელ ზემოქმედებას ახდენს დიპოლებზე. ვთქვათ ერთი მოლეკულის დიპოლური მომენტია  $\vec{p}_0$ . სითბური მოძრაობის გამო, გარე ველის არ არსებობისას, ის ორიენტირებული იქნება ქაოსურად. ხოლო გარე ველის არსებობის შემთხვევაში ყოველი დიპოლი ორიენტირდება  $\vec{E}$  ველის გასწვრივ, შესაბამისად ერთეული მოცულობის დიპოლური მომენტი ნულისაგან განსხვავებული ხდება:

$$\vec{P} = N \langle \vec{p}_0 \rangle, \quad P = N \langle p_0 \cos \theta \rangle. \quad (3.6)$$

სადაც  $\theta$  - არის კუთხე  $\vec{p}_0$  და  $\vec{E}$  ვექტორებს შორის. ის შემთხვევითი პარამეტრია. კუთხური ფრჩხილები აღნიშნავს გასაშუალოებას მოლეკულათა ანსამბლით. ვთქვათ მოლეკულათა განაწილება მოცემულია ბოლცმანის სტატისტიკური კანონით  $W(U) = C \exp(-U/k_B T)$ , სადაც  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$  ჯ/ K,  $U = -(\vec{p}_0 \vec{E}) = -p_0 E \cos \theta$  -

ელექტრულ ველში მოლეკულების პოტენციური ენერჯიაა,  $C$  - ბოლცმანის მუდმივაა, რომელიც განისაზღვრება ნორმირების პირობიდან:

$$\int_{-p_0E}^{p_0E} C \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) dU = 2Ck_B T \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right) = 1; \quad C = \frac{1}{2k_B T \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right)}.$$

(3.6) ფორმულაში სტატისტიკური გასაშუალოების ოპერაციის ჩატარებით, ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} P &= N \int_{-p_0E}^{p_0E} \left(-\frac{U}{E}\right) W dU = -\frac{N}{2k_B T \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right)} \int_{-p_0E}^{p_0E} U \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) dU = \\ &= -\frac{N}{2k_B T \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right)} \left(\frac{U^2}{2} - \frac{U^3}{6k_B T}\right) \Big|_{-p_0E}^{p_0E} = \frac{Np_0^3 E^2}{3k_B^2 T^2 \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right)}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

დიპოლების ორიენტაცია გარე ველში ხორციელდება გარკვეულ დროში. კლასიკური თვალსაზრისით ითვლება, რომ ისინი მეყსეულად ორიენტირებენ ველის გასწვრივ, რაც რეალურად ასე არაა. დროითი დაყოვნების ეფექტები განაპირობებს სიგნალის გავრცელებისას სიხშირული დისპერსიის გათვალისწინების აუცილებლობას.

წრფივ მიახლოებაში, როდესაც დიპოლის ორიენტაციის ენერჯია სითბურ ენერჯიასთან შედარებით მნიშვნელოვნად მცირეა:  $U \ll k_B T$ , შესაძლოა მწკრივად გავშალოთ ჰიპერბოლური სინუსი და შემოვიფარგლოთ პირველი წევრით [9]:

$$\operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{18} + \frac{x^5}{600}, \quad \operatorname{sh}\left(\frac{p_0E}{k_B T}\right) \approx \frac{p_0E}{k_B T},$$

$$P = \frac{Np_0^2}{3k_B T} E = \chi_0 E. \quad (3.8)$$

ჩავთვალოთ, რომ პოლარიცაზია დროის მიხედვით იცვლება **დებლის** კანონით:

$$\vec{P}(t) = \chi_0 \vec{E} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]. \quad (3.9)$$

სადაც  $\chi_0$  - სტატისტიკური ამთვისებლობაა, როცა  $t \rightarrow \infty$ . ვისარგებლოთ მატერიალური თანაფარდობით:

$$\vec{P}(t) = \int_0^{\infty} \chi(t-t') \vec{E}(t) dt. \quad (3.10)$$

(3.10) და (3.11) შედარებით ვპოულობთ:

$$\chi(t) = \frac{\chi_0}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

ამ უკანასკნელის ფურიე-სახე შემდეგნაირად ჩაიწერება:

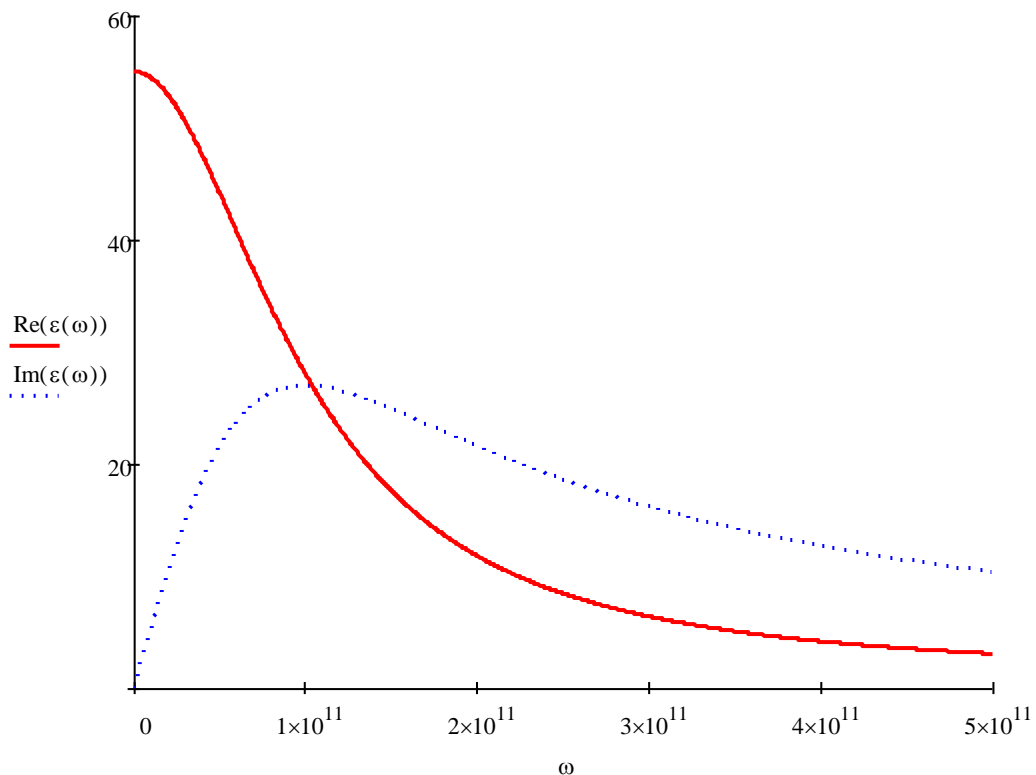
$$\chi(\omega) = \frac{\chi_0}{1-i\omega\tau} = \frac{\chi_0}{1+\omega^2\tau^2} + i \frac{\chi_0\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}.$$

გავითვალისწინოთ კავშირი დიელექტრიკულ შეღწევადობასა და ამთვისებლობას შორის:  $\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi\chi(\omega)$ , შესაბამისად დიელექტრიკული შეღწევადობისათვის მივიღებთ:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi \frac{\chi_0}{1+\omega^2\tau^2} + i4\pi \frac{\chi_0\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} = 1 + \frac{\varepsilon_0 - 1}{1+\omega^2\tau^2} + i \frac{(\varepsilon_0 - 1)\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}. \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_0 = 1 + \frac{4\pi Np_0^2}{3k_B T}.$$

წყლის ორთქლში რელაქსაციის დრო დაახლოებით არის  $\tau = 10^{-11}$  წმ-ის რიგის, თუ ჩავთვლით,  $100^\circ C$  ტემპერატურის წლის ორთქლის დიელექტრიკული შეღწევადობაა  $\varepsilon_0 \approx 55$ , შეიძლება განვსაზღვროთ გარდატეხის მაჩვენებლისა და შთანთქმის



ნახ.4. გარდატეხის მაჩვენებლისა და შთანთქმის მაჩვენებლის დამოკიდებულება სიხშირეზე  $100^\circ C$  ტემპერატურის წლის ორთქლში, როცა  $\varepsilon_0 \approx 55$ .

კოეფიციენტის ცვლილება სიხშირის მიხედვით (ნახ.4).

როგორც გრაფიკიდან ჩანს გარდატეხის მაჩვენებელი სიხშირის ზრდასთან ერთად ექსპონენციალურად მცირდება და მიისწრაფვის 1-ისაკენ, ხოლო შთანთქმის კოეფიციენტი მნიშვნელოვანია  $\omega = 10^{11}$  წმ<sup>-1</sup>, ანუ  $f_0 = \omega / 2\pi \approx 15$  გჰც სიხშირის მიდამოებში, რომელიც მოლეკულების საკუთარი რხევის სიხშირეს წარმოადგენს. ამიტომ რადიოკავშირის განხორციელებისას, მაგალითად ტროპოსფეროს გავლით აუცილებელია შერჩეული იქნას ისეთი სიხშირეები, რომლებიც არ ემთხვევა გარემოს მოლეკულების რხევის საკუთარ სიხშირეებს.

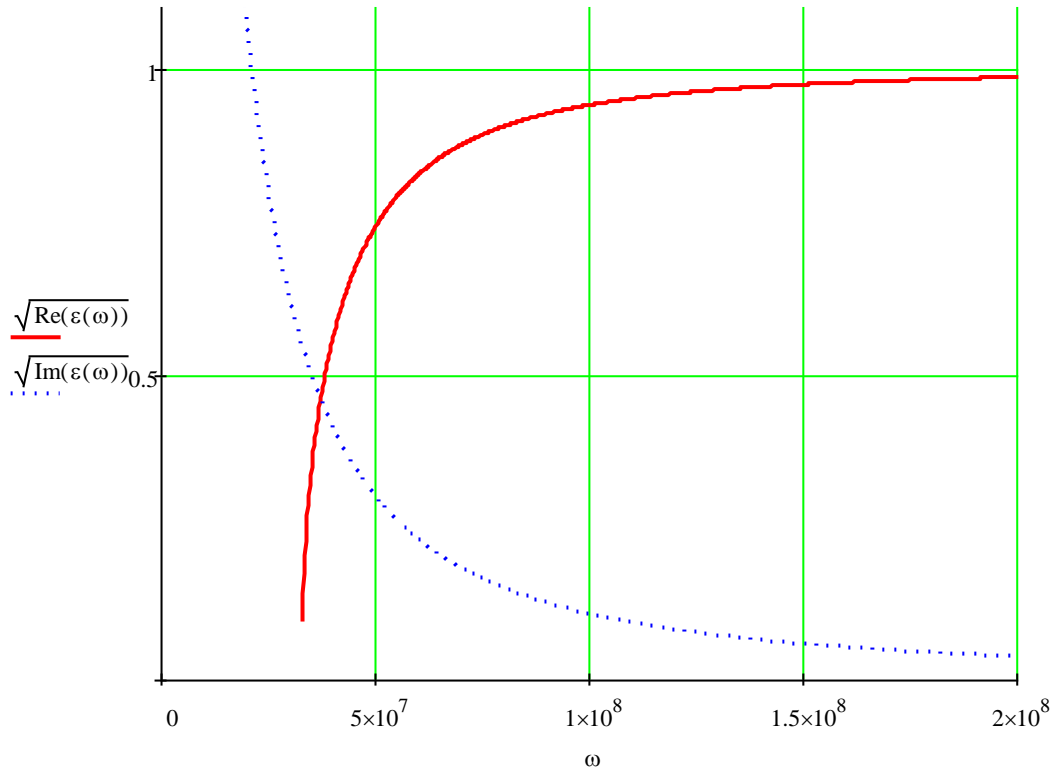
განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელების განხილვა გამტარ გარემოში. როგორც წესი ასეთ გარემოს მიეკუთვნება გარემო, რომელშიც ჭარბადაა თავისუფალი დამუხტული ნაწილაკები. ასეთია, მაგალითად ლითონები და პლაზმა. ელექტრონების, როგორც მუხტის გადამტანების მოძრაობის განტოლება მოცემულ შემთხვევაში ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\nu \frac{d\vec{r}}{dt} = e\vec{E}, \quad (3.12)$$

სადაც,  $\nu$  – ელექტრონების იონებთან და მოლეკულებთან დაჯახების ეფექტური სიხშირეა. რადგან დენის სიმკვრივე გამტარ გარემოში შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:  $\vec{J} = \partial \vec{P} / \partial t = -i\omega \vec{P}$ . შესაბამისად ანალიზური გამოთვლები დიელექტრიკული შეღწევადობისათვის გვაძლევს შემდეგ გამოსახულებას:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} + i \frac{\omega_p^2 \nu}{\omega(\omega^2 + \nu^2)}. \quad (3.13)$$

ასეთ გარემოში ტალღის გავრცელებისათვის აუცილებელია სრულდებოდეს პირობა  $\omega^2 > \omega_p^2 - \nu^2$ , მაღალ სიხშირეებზე გარდატეხის მაჩვენებელი მიისწრაფვის 1-ისაკენ (ნახ.5), ხოლო შთანთქმის მაჩვენებელი ექსპონენციალურად სწრაფად მცირდება და მიისწრაფვის ნულისაკენ. ლითონებში  $\nu = 3 \cdot 10^{13}$  წმ<sup>-1</sup>, ლითონის ზედაპირიდან ტალღების არეკვლის კოეფიციენტი ახლოსაა ერთთან, ველი არსებობს მხოლოდ სკინ-ფენაში, რომლის სისქე  $d \ll \lambda$ . გაიშვიათებული პლაზმისათვის  $\nu \sim 10^3 - 10^4$  წმ<sup>-1</sup>, უკვე  $f > 10^6$  წმ<sup>-1</sup> სიხშირეებისათვის სრულდება პირობა:  $\omega \gg \nu$ , შესაბამისად (3.13) გამოსახულებაში შეიძლება უგულებელვყოთ წარმოსახვითი ნაწილი და ვღებულობთ დისპერსიის კლასიკურ გამოსახულებას:  $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ .



ნახ.5. გარდატეხის მაჩვენებლისა და შთანთქმის მაჩვენებლის დამოკიდებულება სიხშირეზე გამტარ გარემოში, როცა  $N = 10^{22}$ ,  $\nu = 10^7$  წმ<sup>-1</sup>.

როცა  $\omega^2 < \omega_p^2 - \nu^2$  გარდატეხის მაჩვენებელი წარმოსახვითი ხდება, შესაბამისად ტალღები ასეთი სიხშირით უნდა ირეკლებოდეს პლაზმის საზღვარიდან. იონოსფეროში ელექტრონული კონცენტრაცია სიმაღლის ფუნქციაა, რომელიც იონოსფეროს ქვედა საზღვარიდან იზრდება ნულიდან გარკვეულ მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე და კვლავ იკლებს. არსებობს სიხშირეთა მთელი რიგი არე, რომლებზეც ადგილი აქვს ტალღების არეკვლას იონოსფეროს საზღვრიდან. ამ სიხშირეებს კრიტიკულ სიხშირეებს უწოდებენ:  $f_{kr} = e\sqrt{N_{\max}/\pi m}$ . ვთქვათ, იონოსფეროს საზღვარს მართობულად ეცემა  $f_{kr} = 10$  მგჰც ტალღა, მარტივად შეიძლება შევაფასოთ იონოსფეროს მაქსიმალური კონცენტრაცია:  $N_{\max} = 1.24 \cdot 10^6$  სმ<sup>-3</sup>.

ჩვენ განვიხილეთ სიხშირული დისპერსიის შემთხვევები დიელექტრიკულ გარემოში და გამტარ გარემოში, თუმცა არ გაგვითვალისწინებია სივრცითი დისპერსიის ეფექტები. ვთქვათ იზოტროპულ გარემოში ვრცელდება ტალღა, რომლის  $\omega$  სიხშირე გარემოს საკუთარი  $\omega_0$  სიხშირესთან ახლოსაა. განვიხილოთ გიროტროპული და არაგიროტროპული გარემოს შემთხვევა.

შთანთქმის ზოლთან ( $\omega \rightarrow \omega_0$ ) მახლობლად  $\varepsilon_{ij}(\omega \approx \omega_0) \rightarrow \infty$ , ამიტომ მინკოვსკის მატერიალური თანაფარდობა გვაძლევს:

$$D_j(\omega, k) = \varepsilon_{ij}(\omega, k)E_i \rightarrow E_i = \varepsilon_{ij}^{-1}(\omega, k)D_j, \quad (3.14)$$

შესაბამისად, გიროტროპული გარემოსათვის გვაქვს:

$$\varepsilon_{ij}^{-1}(\omega, k) = \varepsilon^{-1}(\omega)\delta_{ij} + ig(\omega)e_{ilm}n_l, \quad (3.15)$$

არაგიროტროპული გარემოსათვის კი:

$$\varepsilon_{ij}^{-1}(\omega, k) = \varepsilon^{-1}(\omega)\delta_{ij} + g_1(\omega)n^2\delta_{ij} + g_2(\omega)n_in_j. \quad (3.16)$$

თავის მხრივ მაქსველის განტოლება შეიძლება წარმოვადგინოთ ტენზორული ჩანაწერით:

$$D_i(\omega, k) = (n^2\delta_{ij} - n_in_j)E_j. \quad (3.17)$$

გიროტროპული გარემოსათვის (3.14) მატერიალური თანაფარდობის გათვალისწინება გვაძლევს განტოლებათა სისტემას ელექტრული ინდუქციის ვექტორისათვის:

$$\left\{ \left( \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} - 1 \right) \delta_{ij} - \frac{n_in_j}{\varepsilon(\omega)} + in^2g(\omega)e_{ijl}n_l \right\} D_i = 0. \quad (3.18)$$

z - ღერძის გასწვრივ მსრბოლი ტალღისათვის, გვაქვს:

$$\left( \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} - 1 \right) D_x + in^3g(\omega)D_y = 0,$$

$$in^3g(\omega)D_x + \left( \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} - 1 \right) D_y = 0,$$

$$\left( \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} - 1 \right) D_z + \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} D_z = 0.$$

როგორც ვხედავთ,  $D_z = 0$ , ე.ი. გასწვრივი ტალღები არ გვაქვს. განივი კომპონენტების მამრავლების დეტერმინანტის ნულთან გატოლებით და ამოხსნით, ვღებულობთ:

$$\left( \frac{n^2}{\varepsilon(\omega)} - 1 \right)^2 + n^6g^2(\omega) = 0. \quad (3.19)$$

მიღებული განტოლება  $n^2$ -ის მიმართ მესამე ხარისხის განტოლებაა და მის ამონახსნს სამი ფესვი შეიძლება ჰქონდეს. ეს გვიჩვენებს, რომ გიროტროპულ გარემოში შთანთქმის ზოლის მახლობლად შეიძლება არსებობდეს ერთი სიხშირის სამი განივი ტალღა, მაგრამ სხვადასხვა გარდატეხის მაჩვენებლით.



არაგიროტროპულ გარემოში კი ანალოგიური გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ ინდუქციის ვექტორისათვის განტოლებათა სისტემას აქვს შემდეგი სახე:

$$\left\{ \frac{1}{\varepsilon(\omega)} + g_1(\omega)n^2 - \frac{1}{n^2} \right\} \delta_{ij} D_j = 0, \quad (3.20)$$

შესაბამისად დისპერსიული განტოლებისათვის ვღებულობთ:

$$g_1(\omega)n^4 + \frac{1}{\varepsilon(\omega)}n^2 - 1 = 0. \quad (3.21)$$

ამ შემთხვევაშიც მსრბოლი გასწვრივი ტალღები არ გვაქვს, დისპერსიულ განტოლებას აქვს ორი ფესვი, ე.ი. გარდატეხის მაჩვენებლის ორი მნიშვნელობა შეესაბამება ერთი პოლარიზაციის ორ ტალღას.

## თავი II.

### ტალღური პაკეტი დისპერსიულ გარემოში

#### §4. ტალღური პაკეტის მოძვლების ფორმის ცვლილება დისპერსიულ გარემოში გავრცელებისას (ზოგადი გამოსახულების მიღება)

ბუნებაში მონოქრომატული ტალღები პრაქტიკულად არ არსებობს. გარემოში ტალღის საშუალებით რაიმე სახის ინფორმაცია რომ გადავცეთ, საჭიროა ტალღის მოდულირება. წრფივ მიახლოებაში მოდულირებული ტალღა (ან სიგნალი მოდულირებული სპექტრით) შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ბრტყელი ჰარმონიული ტალღების სუპერპოზიცია. არადისპერსიულ გარემოში, როდესაც  $k(\omega)$  დამოკიდებულება წრფივია, სიგნალის შემადგენელი სხვადასხვა სიხშირის ჰარმონიული ტალღის სიჩქარე ერთი და იგივეა, ამიტომ სიგნალი არადისპერსიულ გარემოში ვრცელდება ფორმის ცვლილების გარეშე. სიგნალის გავრცელება ამ დროს აღიწერება (1.1) ტალღური განტოლებით. ამ განტოლების ამონახსნი შეიძლება წარმოდგენილი იქნას, ორი ნებისმიერი ფორმის ბრტყელი ტალღის სახით [59,64].

დისპერსიულ გარემოში კი, სხვადასხვა სიხშირული კომპონენტის სიჩქარე სხვადასხვაა. რაც იწვევს სიგნალის შემადგენელ სიხშირულ კომპონენტებს შორის ფაზათა სხვაობასა და სიგნალის ფორმის ცვლილებას გარემოში გავრცელებისას. შესაძლოა ცალკეული ჰარმონიული კომპონენტის ფაზური სიჩქარე მნიშვნელოვნად განსხვავდებოდეს თვით სიგნალის გავრცელების სიჩქარისაგან. ამიტომ დისპერსიულ გარემოში ცნება „სიგნალის სიჩქარე“ დაზუსტებას მოითხოვს.

მათემატიკურად სიგნალის გავრცელება დისპერსიულ გარემოში აღიწერება არაერთგვაროვანი ტალღური განტოლებით:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - L(u) = 0, \quad (4.1)$$

სადაც  $L$  – წრფივი ოპერატორია, რომელიც მოქმედებს  $u$  ფუნქციაზე. მაგალითად, ბგერითი ტალღებისათვის (2.21) ფორმულიდან:

$$L(u) = - \frac{\left[ \left( \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right) \right]}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \Delta u .$$

ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის კი (3.1) ფორმულიდან:

$$L(\vec{E}) = \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} .$$

შევნიშნოთ, რომ რიგ შემთხვევებში, მაგალითად მძიმე სითხის ზედაპირზე ტალღების გავრცელებისას, ტალღა აღიწერება სრულიად განსხვავებული განტოლებით, რომელიც არაფრით არ ჰგავს (4.1)–ს.

განვიხილოთ არამონოქრომატული ტალღური პაკეტი, რომელიც ვრცელდება დისპერსიულ გარემოში რომელიმე მიმართულებით, ვთქვათ  $z$ –ღერძის გასწვრივ. ტალღა შეიძლება აღიძვრას თვით ამ გარემოს საზღვარზე ( $z=0$ ). თუ დავუშვებთ, რომ დისპერსიული გარემო ავსებს ნახევარსივრცეს  $z>0$  და ამ ნახევარსივრცის საზღვარზე საწყისი სიგნალი არის  $u(z=0, t) = u_0(t)$ . არამონოქრომატული ტალღური პაკეტი შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც ჰარმონიული ტალღების სუპერპოზიცია:

$$u(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(\omega) \exp[ik(\omega)z - i\omega t] d\omega , \quad (4.1)$$

სადაც, კონკრეტულ სიხშირეზე დამოკიდებული მონოქრომატული კომპონენტია, რომელიც შეესაბამება  $u_0(t)$  სიგნალის ფურიე–სპექტრს:

$$u_0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(t) \exp(i\omega t) dt . \quad (4.2)$$

(4.2)–ით აღწერილი სპექტრალური კომპონენტები დისპერსიულ გარემოში წარმოქმნიან ტალღურ პაკეტს, რომლის ამონახსნი შეიძლება ვეძებოთ პირველ პარაგრაფში განხილული გრინის ფუნქციის მეთოდით:

$$u(z, t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} u_0(t') \exp[ik(\omega)z - i\omega(t-t')] d\omega dt = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(t') G(z, t-t') dt' \quad (4.3)$$

$$G(z, t-t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[ik(\omega)z - i\omega t] d\omega \quad (4.4)$$

როცა დისპერსია არ გვაქვს, მაშინ  $k(\omega) = k/\omega$  და (4.4)–იდან მარტივად ვღებულობთ:  $G(z, t-t') = \delta(t - z/c_0)$ . ამ უკანასკნელის გათვალისწინებით (4.3)–ში მივიღებთ:  $u(z, t) = u_0(t - z/c_0)$ . ეს შედეგი გვიჩვენებს, რომ შეშფოთება არადისპერსიულ

გარემოში რაიმე  $z$  წერტილს აღწევს  $z/c_0$  დროის დაგვიანებით, ამასთან დაგვიანების დრო არ არის დამოკიდებული ტალღის სპექტრალურ შემადგენლობაზე. დისპერსიულ გარემოში კი, როცა  $k(\omega)$  დამოკიდებულება არ არის წრფივი გრინის ფუნქციის ცხადი სახის პოვნა შეიძლება მხოლოდ კონკრეტულ შემთხვევაში, მაგალითად ბლანტ გარემოში ბგერითი ტალღების გავრცელებისას, როცა დისპერსიის კანონი მოიცემა (2.23) კანონით, (4.4)–ფორმულის საფუძველზე გრინის ფუნქციისათვის მივიღებთ:

$$G(z, t-t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ i \left( \frac{\omega}{c_0} + iA\omega^2 \right) z - i\omega t \right] d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -Az\omega^2 - i \left( t - \frac{z}{c_0} \right) \omega \right] d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -Az\omega^2 - i(t - z/c_0)\omega \right] d\omega = \frac{1}{\sqrt{4\pi Az}} \exp \left[ -\frac{(t - z/c_0)^2}{4Az} \right], \quad (4.5)$$

$$A = \frac{\left( \xi + (4/3)\zeta + \mu \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right)}{(2c_0^3 \rho_0)}.$$

ასეთი მიახლოება კარგად გამოიყენება სიგნალების გადაცემისას დისპერსიულ გარემოში. ტალღური პაკეტი ითვლება ვიწრო სიხშირული დიაპაზონის კვაზიმონოქრომატულ სიგნალად. თუ ტალღური პაკეტის სიხშირული დიაპაზონიდან გამოვყოფთ რომელიმე საშუალო სიხშირეს  $\omega_0$ , მაშინ მისი წარმოდგენა შეიძლება შემდეგი სახით:

$$u_0(t) = A_0(t_1 = \delta t) \exp(-i\omega_0 t), \quad (4.6)$$

სადაც,  $A_0$  – მდორედ ცვლადი კომპლექსური ფუნქციაა,  $\delta \ll \Delta\omega/\omega_0$ , ხოლო  $\Delta\omega$  – სპექტრის სიგანეა. საკმარისია ვიცოდეთ დისპერსიის არასრული კანონი, ე.ი.  $k(\omega)$  დამოკიდებულება  $\omega = \omega_0$  სიხშირის მახლობლად, (4.1) შეიძლება გავამარტივოთ, მაშასადამე :

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left( \frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2k}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots, \quad (4.7)$$

$$u(z, t) = A(z, t) \exp[ik(\omega_0)z - i\omega_0 t], \quad (4.8)$$

სადაც:

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -i \left[ (t - t') - \frac{dk}{d\omega} z \right] (\omega - \omega_0) + \frac{i}{2} z \frac{d^2k}{d\omega^2} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \right\} d\omega. \quad (4.9)$$

(4.7) გამლაში სხვადასხვა წევრების გათვალისწინება შეესაბამება დისპერსიის თეორიის სხვადასხვა მიახლოებას. პირველ მიახლოებაში (4.7) გამოსახულების მარჯვენა ნაწილში უნდა შევინარჩუნოთ მხოლოდ პირველი ორი წევრი, მაშინ (4.9) დებულობს სახეს:

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') dt' \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-i\left[(t-t') - \frac{dk}{d\omega} z\right](\omega - \omega_0)\right\} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(t') \delta\left[(t-t') - \frac{dk}{d\omega} z\right] dt' =$$

$$= A_0\left(t - \frac{dk}{d\omega} z\right)$$

სადაც:

$$\delta\left[(t-t') - \frac{dk}{d\omega} z\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-i\left[(t-t') - \frac{dk}{d\omega} z\right](\omega - \omega_0)\right\} d\omega.$$

საბოლოოდ (4.8) ტოლობა მიიღებს სახეს:

$$u(z, t) = A_0\left(t - \frac{dk}{d\omega} z\right) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t) \quad (4.10)$$

## §5. ტალღური პაკეტის გავრცელების სიჩქარე

შევაფასოთ ტალღური პაკეტის ჯგუფური და ფაზური სიჩქარეები. როგორც (4.10) ჩანს ტალღური პაკეტი დამახინჯების გარეშე ვრცელდება ჯგუფური სიჩქარით:

$$v_{gr} = \left( \frac{dk}{d\omega} \right)^{-1} \Big|_{\omega_0}. \quad (5.1)$$

სხვაობა გჯუფურ და ფაზურ სიჩქარეებს შორის ვლინდება მხოლოდ დისპერსიულ გარემოში. თუ გარემო გამოირჩევა მცირე შთანთქმით და  $k$  ტალღური რიცხვი კომპლექსურია, მაშინ (5.1) ფორმულაში შედის ტალღური რიცხვის მხოლოდ ნამდვილი ნაწილი  $k'$ . ტალღის შთანთქმას ასახავს მამრავლი  $\exp(-k''z)$ .

პირველ მიახლოებაში ტალღური პაკეტის ამპლიტუდა აკმაყოფილებს პირველი რიგის დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_{gr}} \frac{\partial A}{\partial t} = 0. \quad (5.2)$$

გავამრავლოთ (5.2)-ის ორივე მხარე  $A^*$  კომპლექსურად შეუღლებულ ამპლიტუდაზე, მივიღებთ:

$$\frac{\partial |A|^2}{\partial z} + \frac{1}{v_{gr}} \frac{\partial |A|^2}{\partial t} = 0. \quad (5.3)$$

რადგან  $|A|^2$  – ახასიათებს ტალღის ენერგიას, ამიტომ შეიძლება ვთქვათ, რომ ტალღის ენერგია დისპერსიულ გარემოში ჯგუფური სიჩქარით ვრცელდება. ვიპოვოთ კავშირი ჯგუფურ და ფაზურ სიჩქარეებს შორის. როგორც ვიცით ფაზური სიჩქარე გამოითვლება ფორმულით:  $v_{ph} = k / \omega$  ან  $\omega = kv_{ph}$ , მაშინ (5.1)-დან ვღებულობთ:

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_{ph})}{dk} = v_{ph} + k \frac{d(v_{ph})}{dk}. \quad (5.4)$$

გავითვალისწინოთ, რომ  $k = \omega / v_{ph} = \omega n / c$ , მაშინ (5.4) შეიძლება ასეც გადავწეროთ:

$$v_{gr} = c \left( \frac{d(\omega n)}{dk} \right)^{-1} \Big|_{\omega_0} = \frac{c}{n(\omega_0) + \omega_0 \left( \frac{dn}{d\omega} \right) \Big|_{\omega_0}}. \quad (5.5)$$

ნორმალური დისპერსიის არეში, როცა  $dn/d\omega > 0$  ჯგუფური სიჩქარე მცირეა ფაზურზე, ხოლო როცა  $dn/d\omega < 0$  კი პირიქით, ფაზური სიჩქარე მცირეა ჯგუფურ სიჩქარეზე (იხ. ნახ.3). შესაძლოა ჯგუფური სიჩქარე უარყოფითიც იყოს, ე.ი.

ტალღური ვექტორის მიმართულება და ჯგუფური სიჩქარის მიმართულება ურთიერთ საწინააღმდეგო აღმოჩნდეს. ანომალური დისპერსია გვხვდება ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელებისას დიელექტრიკებში, როცა ტალღების სიხშირე შთანთქმის ზოლების რეზონანსულ სიხშირესთან ახლოსაა, აგრეთვე სითხის ზედაპირზე კაპილარული ტალღების განხილვისას და სხვა რიგი ტალღური პროცესებისას.

შევნიშნოთ, რომ ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის პირობა  $v_{gr} > v_{ph}$  ეწინააღმდეგება ფარდობითობის თეორიას, მაგრამ შთანთქმის ზოლების მახლობლად გარდატეხის მაჩვენებელი და ტალღური ვექტორი იმდენად სწრაფად იცვლება, რომ (4.7) ფორმულაში პირველი მიახლოება აღარ არის საკმარისი და საჭიროა დამატებითი, უფრო მაღალი რიგის წევრების გათვალისწინება მოხდეს.

მაღალსიხშირული სიგნალი გარემოში დამახინჯების გარეშე ვრცელდება მხოლოდ პირველ მიახლოებაში. თუ (4.7) გამლაში კვადრატული წევრებით შემოვიფარგლებით, მაშინ (4.9) დაიყვანება შემდეგ სახეზე:

$$A(z, t) = \frac{1}{\sqrt{-2\pi iz}} \left( \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right)^{-1/2} \left| \int_{\omega_0}^{+\infty} A_0(\tau) \exp \left[ -\frac{i}{2z} \left( \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right)^{-1} \left( t - \frac{z}{v_{gr}} - \tau \right)^2 \right] d\tau \right. \quad (5.6)$$

მეორე მიახლოებაში ტალღური პაკეტის ამპლიტუდა აკმაყოფილებს პარაბოლურ განტოლებას:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i}{2} \left( \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right) \Big|_{\omega_0} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} = D \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}, \quad (5.7)$$

$$D = -\frac{i}{2} \left( \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right) \Big|_{\omega_0} = -\frac{i}{2} \left( \frac{dv_{gr}}{d\omega} \right) \Big|_{\omega_0},$$

სადაც  $D$  – ასახავს ჯგუფური სიჩქარის დისპერსიას, იგი წარმოადგენს დიფუზიის კომპლექსურ კოეფიციენტს, ამიტომ ტალღური პაკეტის არა მხოლოდ ამპლიტუდის პროფილი იცვლება, არამედ იცვლება ფაზური მოდულაციაც. ტალღური პაკეტის დისპერსიული გამლა მანძილის მიხედვით საგრძნობი ხდება. გარემოს დისპერსია ძალიან სუსტიც რომ იყოს, ხოლო ტალღური პაკეტის სპექტრი იმდენად ვიწრო, რომ (4.7) გამლაში მესამე წევრი, როგორც მნიშვნელოვნად მცირე წევრი ვიდრე მეორე, შეიძლება უგულებელვყოთ, გარკვეულ მანძილზე სიგნალის დამახინჯება მაინც მნიშვნელოვანია. მანძილი, რომელზედაც ჯერ კიდევ შეიძლება ჩაითვალოს, რომ

სიგნალის ამპლიტუდური ფორმა არ არის დამახინჯებული დამოკიდებულია იმპულსის ხანგრძლივობაზე და ჯგუფურ სიჩქარეზე.

მაგალითისათვის განვიხილოთ კარტევეგა-დე ვრიზის გაწრფივებული განტოლება [9]:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^3 u}{\partial t^3}. \quad (5.8)$$

ამ განტოლებას დიდი მნიშვნელობა აქვს სხვადასხვა ფიზიკური ბუნების ტალღებისათვის, რადგან აკმაყოფილებს დისპერსიის მარტივ ხარისხობრივ კანონს.

$$k = \frac{\omega}{c} + \alpha \omega^3 \quad (5.9)$$

შესაბამისად:

$$v_{gr} = \left( \frac{dk}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{c}{1 + 3\alpha c \omega^2}, \quad \left( \frac{d^2k}{d\omega^2} \right) \Big|_{\omega_0} = 6\alpha \omega_0.$$

(5.8) განტოლების ამონახსნი (4.8) სახით. მარტივი გაწარმოების პროცედურების შესრულების შემდეგ, მივიღებთ მომვლებისათვის ტალღის განტოლებას:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left( \frac{\partial A}{\partial z} + ik_0 A \right) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t),$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left( \frac{\partial A}{\partial t} - i\omega_0 A \right) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left( \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i2\omega_0 \frac{\partial A}{\partial t} + \omega_0^2 A \right) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t),$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} = \left( \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - i3\omega_0 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + 3\omega_0^2 \frac{\partial A}{\partial t} - i\omega_0^3 A \right) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t),$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \left( \frac{1}{c} + 3\alpha \omega_0^2 \right) \frac{\partial A}{\partial t} = -i3\alpha \omega_0 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^3 A}{\partial t^3}. \quad (5.10)$$

თუ შემოვიფარგლებით კვადრატული წევრებით, კუბური წევრები შეიძლება უგულებელვყოთ, მაშასადამე შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ტალღური პაკეტი მდორედ იცვლება დროში. ვთქვათ:

$$\tau = t - \frac{z}{c} \left( 1 + 3\alpha c \omega_0^2 \right),$$

მაშინ (5.10) მიიღებს სახეს:



$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i \cdot 3\alpha\omega_0 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2}. \quad (5.11)$$

როგორც ვხედავთ, (5.11) ემთხვევა (5.7)-ს. მოცემულ შემთხვევაში:  $D = -i \cdot 3\alpha\omega_0$ .

## §6. სიგნალის ევოლუციის შესწავლა სტაციონარული ფაზის მეთოდით

განხილულ პარაგრაფებში ვითვალისწინებდით, რომ ტალღური პაკეტის სიხშირული სპექტრის სიგანე მცირე იყო და სრულდებოდა პირობა:  $\Delta\omega/\omega_0 = \delta \ll 1$ , მაგრამ მრავალი სიგნალისათვის ზემოთ განხილული მიახლოებითი მეთოდები არასაკმარისია და საჭიროა გამოითვალოს ინტეგრალი შემდეგი სახით [64]:

$$u(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\omega) e^{ik(\omega)z - i\omega t} d\omega. \quad (6.1)$$

მაგალითისათვის განვიხილოთ სინუსოიდალური სიგნალი და დავაკვირდეთ მის ყოფაქცევას, კერძოდ კი მისი წინა ფრონტის დამახინჯებას, გავრცელებას. მიახლოებითი მეთოდებით შეიძლება ვიპოვოთ ამპლიტუდის დროზე დამოკიდებულება.

კიდევ უფრო ზუსტი გამოთვლები გვიჩვენებს, რომ ზემოთ აღწერილი სურათი სამართლიანია სიგნალის მხოლოდ ძირითადი ნაწილისათვის, ზომერფელდისა და ბრილუენის მიერ 1914 წელს ნაჩვენები იქნა, რომ ადგილი აქვს ახალი ეფექტების წარმოქმნას დისპერსიულ გარემოში [7,39]. ამ ეფექტების დახასიათების მიზნით სიგნალისათვის განვიხილოთ ელექტრომაგნიტური ტალღა.

აღმოჩნდა, რომ სიგნალის წინა ფრონტი ვაკუუმში ყოველთვის ვრცელდება ელექტრომაგნიტური ტალღის გავრცელების სიჩქარით  $c$  -თი. ეს აიხსნება შემდეგნაირად, დისპერსიული თვისებები აიხსნება გარემოში დამუხტული ნაწილაკების იძულებითი მნიშვნელობით. შეშფოთების წარმოქმნამდე დამუხტულ ნაწილაკებს ინერციის გამო არ გააჩნია მოწესრიგებული მოძრაობის ხასიათი და გარემო, როგორც ვაკუუმში „ოპტიკურად“ ცარიელია. გარდატეხის მაჩვენებელი  $n=1$ , ხოლო სიგნალის გავრცელების სიჩქარე აღვნიშნოთ  $c$  -თი, სპექტრულ ენაზე ეს შეიძლება ავხნათ შემდეგნაირად: სასრული ხანგრძლივობის სიგნალის სპექტრი შეიცავს იმდენად დიდ სიხშირეებს, რომ სრულდება პირობა:  $n \rightarrow 1, v_f = v_g = c$ . თუმცა ამ სიხშირეების ენერგეტიკული წილი კვაზიმონოქრომატული სიგნალის სპექტრში მცირეა, ამიტომ სიგნალის წინა ნაწილს გააჩნია მცირე ამპლიტუდა და მაღალი სიხშირე. სიჩქარე, რომლითაც სიგნალის ძირითადი ნაწილი აღწევს სინათლის სიჩქარეს ნაკლებია  $c$  -ზე. სიგნალის გავრცელება გარემოში შეიძლება

აღიწეროს შემდეგნაირად:  $t = z/c$  -დროის მომენტამდე გარემო არ არის აგზნებული, მაშინაც კი როცა ფაზური სიჩქარე აღემატება  $c$ -ს, ვერავითარი ტალღა ვერ მიაღწევს  $z$  -წერტილამდე ამ დროზე უფრო ადრე.  $t = z/c$  -დროში წარმოიქმნება პირველი სიგნალის ფრონტი რომლის ამპლიტუდაც იზრდება  $t$ -ს ზრდასთან ერთად ხოლო სიხშირე აღემატება  $\omega_0$  -სიხშირეს,  $t$  -დროის შემდგომი ზრდა განაპირობებს ამპლიტუდის შემცირებას 0-მდე. ტალღის პირველ ნაწილს კვალდაკვალ მიყვება მეორე და ა.შ. მეორე ნაწილის თვისებები პირველის მსგავსია. სიგნალის საბოლოო ფორმის ჩამოყალიბება დამოკიდებულია გარემოში დისპერსიის კანონზე. სიგნალის ძირითადი ნაწილის მოსვლა დაკვირვების წერტილში განპირობებულია ამპლიტუდის ზრდით და ვრცელდება  $v_c$  -სიჩქარით. ეს არის სიგნალის ის სიჩქარე, რომელიც შეიძლება დაარეგისტრიროს ხელსაწყომ, ცხადია, რომ ხელსაწყოს მგრძობიარობის გაზრდასთან ერთად სიგნალის მოსვლის სიჩქარის განსაზღვრული მნიშვნელობა შესაძლოა ახლოს აღმოჩნდეს  $c$  -სთან. თუმცა გაზომვის ზღვრული მნიშვნელობა მნიშვნელოვნად ნაკლებია  $c$  -ზე, რადგან ხელსაწყოს შესასვლელზე არსებობს ფლუქტუაციური ეფექტები-ხმაური, რაც ზღუდავს გაზომვის სიზუსტეს.

არსებობს სიგნალის სიჩქარის განსაზღვრის ანალიტიკური მეთოდები, როგორცაა **სტაციონარული ფაზის მეთოდი**. იგი წარმოადგენს ასიმპტოტურ მეთოდს და გვაძლევს საშუალებას შევაფასოთ (6.1) ინტეგრალი  $z \rightarrow \infty$  შემთხვევაში. მართლაც  $z$  -სა და  $t$  -ს დიდი მნიშვნელობისათვის ( $z/t$  - სასრული სიდიდეა), (6.1) ინტეგრალის ექსპონენტაში ვღებულობთ დიდი სიდიდის პარამეტრს, რის გამოც ექსპონენტა სწრაფად ოსცილირებად ფუნქციად იქცევა. განსაკუთრებულ წერტილს წამოადგენს ფაზის სტაციონარულობის წერტილები, რომელშიც სრულდება პირობა:  $\partial\phi/\partial\omega = 0$ , სადაც  $\phi(\omega) = k(\omega) - \omega t$ . თუ  $\phi(\omega)$  ფუნქციას, აქვს ერთი ან რამდენიმე სტაციონარულობის  $\omega_s$  წერტილი, ხოლო გარემოში შემავალი სიგნალის სპექტრი  $u(\omega)$  მდორედ იცვლება  $\omega$  -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის, მაშინ ცხადია, რომ (6.1) ინტეგრალში ძირითადი წვლილი შეაქვს  $\omega_s$  -სიხშირის მახლობელ სიხშირეებს, შესაბამისად  $\omega_s$  -ისაგან მნიშვნელოვნად განსხვავებული სიხშირეების წვლილი შეიძლება უგულებელვყოთ. მაშასადამე:

$$\frac{\partial\phi}{\partial\omega} = \frac{\partial k(\omega)}{\partial\omega} z - t = 0 \quad \text{და} \quad \frac{\partial k(\omega)}{\partial\omega} = \frac{t}{z},$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial k(\omega)} = \frac{z}{t} = v_{gr}(\omega_s) . \quad (6.2)$$

(6.2)-ს გააჩნია მნიშვნელოვანი არსი, იგი მიუთითებს, რომ სივრცის  $z$  - წერტილში  $t$ -დროის შემდეგ აღწევს იმ სიხშირის სიგნალები, რომელთათვისაც  $z/c$  ემთხვევა ჯგუფურ სიჩქარეს. გამოვთვალოთ:

$$\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_s} = - \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_s} .$$

გავშალოთ  $\phi(\omega)$ -მწკრივად:

$$\phi(\omega) = \omega \frac{t}{z} - k(\omega), \quad (6.3)$$

$$\phi(\omega) \approx \phi(\omega_s) - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_s} (\omega - \omega_s)^2 . \quad (6.4)$$

ვთქვათ, (6.1)-ინტეგრალქვეშა გამოსახულებაში  $u(\omega_s)$  ფუნქცია მდორედ იცვლება სიხშირის მიხედვით:

$$u(\omega_s) = |u(\omega_s)| \exp[i\phi(\omega_s)] . \quad (6.5)$$

სადაც  $|u(\omega_s)| = const$ . მაშინ (6.1) შეიძლება გარდავქმნათ შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} |u(\omega_s)| \exp[i\phi(\omega_s)] \exp \left[ i\phi(\omega_s) - i \frac{z}{2} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_s} (\omega - \omega_s)^2 \right] d\omega = \\ &= |u(\omega_s)| \exp[i\phi(\omega_s)] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ i\phi(\omega_s) - i \frac{z}{2} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_s} (\omega - \omega_s)^2 \right] d\omega . \end{aligned} \quad (6.6)$$

ვისარგებლოთ ინტეგრალური აღრიცხვით [54]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (ax^2 + bx + c) e^{-px^2 \pm qx} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{p^{5/2}} [4cp^2 \pm 2qpb + a(q^2 + 2p)] e^{\frac{q^2}{4p}} ,$$

ჩვენს შემთხვევაში  $a = 0$ ,  $b = 0$ ,  $c = 0$ , შესაბამისად, გვაქვს:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ i \frac{\gamma}{2} z (\omega - \omega_s)^2 \right] d\omega = \left( \frac{2\pi}{z|\gamma|} \right)^{1/2} \exp \left( i \frac{\pi}{4} sng\gamma \right) .$$

შესაბამისად (6.6) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned}
u(z,t) &= |u(\omega_s)| \exp[i\phi(\omega_s)] \exp[-i\phi(\omega_s)z] \left[ \frac{2\pi}{z} \left( \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right)^{-1} \right]^{1/2} \exp \left[ i \frac{\pi}{4} \operatorname{sng} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right] = \\
&= |u(\omega_s)| \left[ \frac{2\pi}{z} \left( \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right)^{-1} \right]^{1/2} \exp \left\{ i\phi(\omega_s) - i\phi(\omega_s)z + i \frac{\pi}{4} \operatorname{sng} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right\} = \\
&= |u(\omega_s)| \left[ \frac{2\pi}{z} \left( \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right)^{-1} \right]^{1/2} \exp \left\{ i\phi(\omega_s) - i\omega_s t + ik(\omega_s)z + i \frac{\pi}{4} \operatorname{sng} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right\} = \\
&= |u(\omega_s)| \left[ \frac{2\pi}{z} \left( \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right)^{-1} \right]^{1/2} \exp\{i\psi(z,t)\},
\end{aligned}$$

სადაც:

$$\psi(z,t) = \phi(\omega_s) - \omega_s t + k(\omega_s)z + \frac{\pi}{4} \operatorname{sng} \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s}.$$

ამრიგად,

$$u(z,t) = |u(\omega_s)| \left[ \frac{2\pi}{z} \left( \left( \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right) \Big|_{\omega_s} \right)^{-1} \right]^{1/2} \exp\{i\psi(z,t)\}. \quad (6.7)$$

ჩვეულებრივ დისპერსიის კანონი მოიცემა კენტი ფუნქციით და სტაციონარულობის წერტილები არსებობს წყვილად ( $\pm \omega_s$ ), მაშინ (6.1) ინტეგრალის მნიშვნელობა განისაზღვრება ამ წერტილების წყვილით (ჯამით).

(6.7) გამოსახულება აღწერს სიგნალის პირველად სპექტრს. როცა სიგნალის პირველად სპექტრს გააჩნია მაქსიმუმი  $\omega_0$ - მზიდ სიხშირეზე, მაშინ  $u(\omega)$ -ფუნქცია არ შეიძლება ჩავთვალოთ მდორედ ცვალად ფუნქციად  $\omega = \omega_0$  არეში. შესაბამისად სტაციონარული ფაზის მეთოდი ამ წერტილში არ სრულდება და (6.1) ინტეგრალის გამოთვლისას საჭიროა გათვალისწინებული იქნას  $\omega = \omega_0$  მიდამოების მახლობელი სიხშირეების წვლილიც.

მოვიყვანოთ მაგალითი: ვთქვათ პირველადი სიგნალი არის მართკუთხა იმპულსი  $u_0(t = t_i)$ , მის ფორმასა და სპექტრს გააჩნია სახე:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{1}{2} \operatorname{sng}(t + t_i) - \frac{1}{2} \operatorname{sng}(t - t_i), \quad u(\omega) = \frac{u_0}{\pi} \frac{\sin(\omega t_0)}{\omega}. \quad (6.8)$$

დავუშვათ, იმპულსი ვრცელდება დისპერსიულ პლაზმაში, რომელშიც სრულდება დისპერსიის კანონი:

$$k = \frac{\omega}{c} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right). \quad (6.9)$$

(6.9) და (6.8) გავითვალისწინოთ (6.1)-ინტეგრალში. დავიყვანოთ ის შემდეგ სახეზე:

$$\frac{u}{u_0} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(\omega t_i)}{\omega} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c_0} \right) + \frac{\omega_p z}{c \omega} \right] d\omega. \quad (6.10)$$

ანალიზური გარდაქმნების შესრულების შემდეგ (6.10) გამოსახულება დაიყვანება ინტეგრალის გამოთვლაზე [56]:

$$\int_0^\infty \sin \left( a^2 x \pm \frac{b^2}{x} \right) \frac{dx}{x} = \begin{cases} \pi, J_0(2|ab|) \\ 0 \end{cases}$$

საბოლოოდ (6.10) მიიღებს სახეს:

$$\frac{u}{u_0} = \begin{cases} 0, & t' = t - \frac{z}{c} < -t_i \\ J_0 \left( 2\omega_p \sqrt{\frac{z}{c}} \sqrt{t' + t_i} \right), & -t_i < t' < t_i, \\ J_0 \left( 2\omega_p \sqrt{\frac{z}{c}} \sqrt{t' + t_i} \right) - J_0 \left( 2\omega_p \sqrt{\frac{z}{c}} \sqrt{t' - t_i} \right), & t' > t_i, \end{cases} \quad (6.11)$$

სადაც  $J_0$ -ბესელის ნულოვანი რიგის ფუნქციაა.

პრაქტიკაში ხშირად გვაქვს საქმე ტალღებთან, რომელთა სპექტრებიც საკმარისად ვიწრო სიხშირული დიაპაზონით გამოირჩევა. ზოგჯერ, განსახილველ სიხშირულ დიაპაზონში შეიძლება უგულებელვყოთ ან ტალღის მიღება, ან ფაზური სიჩქარეების დისპერსია. მაგალითად ბგერითი ტალღებისათვის ხშირ შემთხვევაში შეიძლება დისპერსია არ გავითვალისწინოთ, ხოლო ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის პირიქით - შთანთქმა.

როგორც ოპტიკიდან არის ცნობილი გარდატეხის მაჩვენებლის (ან დიელექტრიკული შეღწევადობის) დამოკიდებულება სინათლის ტალღის სიგრძეზე (ან სიხშირეზე) შედარებით ძლიერად აისახება რეზონანსული სიხშირეების მახლობლად, რომლებიც შეესაბამება კვანტურ დონეებს შორის გადასვლებს. რეზონანსის მახლობლად მკვეთრად იზრდება ტალღის მიღევაც (სწორედ ამით აიხსნება ატომების შთანთქმის სპექტრებში ბნელი ხაზების არსებობა). სიხშირული

დისპერსია მნიშვნელოვანია მაშინ, როდესაც გამოხატულია გარემოს მახასიათებელი შინაგანი პროცესები და რომლის მიმდინარეობის დრო იმავე რიგისაა რაც გარე ტალღური ველის ცვლილების პერიოდი. ამ სიხშირეების მახლობლად გარემოს რეაქცია გარეშე ველის ცვლილებისადმი დროითი დაგვიანებით ხასიათდება. დროის მოცემულ მომენტში დისპერსიულ გარემოში ველი დამოკიდებულია გარე ველის მნიშვნელობაზე. ხშირად საუბრობენ, რომ ასეთ გარემოს გააჩნია „მეხსიერება“.

ზემოთქმული გარკვეულწილად ეხება ტალღების გავრცელებას გარემოში მახასიათებელი სივრცითი მასშტაბით. ასეთი გარემოს მაგალითს წარმოადგენს, პლაზმა (მახასიათებელი სივრცითი მასშტაბი არის დებაის რადიუსი), არაერთგვაროვანი გარემო (არაერთგვაროვნებების მასშტაბი), ჩვეულებრივი გაზისებური გარემო, თხევადი და მყარი სხეულები მაღალ სიხშირეებზე, როცა ბგერითი ტალღის სიგრძე თავისუფალი განარბენის სიგრძის რიგისაა. ამ შემთხვევაში გარე ველი გარემოს მოცემულ წერტილში დამოკიდებულია მეზობელ წერტილებში ველის მნიშვნელობაზე, ე.ი. გარემოში ველსა და გარეშე ველს შორის კავშირი არალოკალურ ხასითს ატარებს – ადგილი აქვს სივრცით დისპერსიას. ამრიგად, დისპერსია მნიშვნელოვანი ხდება სიხშირეთა და ტალღურ რიცხვთა კონკრეტულ დიაპაზონში, რომლებიც რეზონანსულს უახლოვდება. მაგრამ სივრცის სხვადასხვა წერტილებიდან დისპერსიული ეფექტები შეიძლება ჯამდებოდეს და ერთი შეხედვით სუსტი დისპერსია შეიძლება გახდეს მნიშვნელოვანი გარკვეულ მანძილზე არარეზონანსულ სიხშირეებზეც. ამის საუკეთესო მაგალითია, ოპტიკურად გამჭვირვალე პრიზმით სინათლის სპექტრად დაშლა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მახასიათებელი პარამეტრები დროითი ან სიგრძის განზომილებით, ყოველთვის არ ასახავს გარემოს შინაგან თვისებებს. ცნობილია, რომ დისპერსია მნიშვნელოვნად აისახება ტალღსატარებში ტალღების გავრცელებისას, სადაც მახასიათებელი მასშტაბის როლს ტალღსატარის განივი კვეთის ზომა ასრულებს. მეორე მაგალითს წარმოადგენს, არადისპერსიულ გარემოში კვაზიბრტყელი ტალღის გავრცელება, როცა ტალღა შემოსაზღვრულია სივრცეში ვიწრო ნაკადის სახით. ამ შემთხვევაში ტალღის სიჩქარის დამოკიდებულება სიხშირეზე განპირობებულია დიფრაქციული ეფექტებით. რა თქმა უნდა ჩვენს განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს დისპერსიული ეფექტები, რომლებიც გავლენას

ახდენს ტალღის გავრცელებაზე და დამოკიდებულია მატერიალური გარემოს მხოლოდ ფიზიკურ თვისებებზე.



### თავი III.

#### რადიოიმპულსის გავრცელება დაჯახებად პლაზმაში

---

#### §7. იმპულსური სიგნალების სივრცე-დროითი ევოლუცია დაჯახებად იზოტროპულ პლაზმაში (ზოგადი გამოსახულების მიღება)

დისპერსიულ პლაზმაში რადიოიმპულსების დამახინჯების საკითხის შესწავლა დიდი ხნის წინათ დაიწყო [7,40], თუმცა მისი პრაქტიკული ღირებულების გამო საკითხი აქტუალობას დღესაც იძენს. თავისი ადგილი აქვს ამოცანებს რადიოიმპულსის გავრცელების შესახებ იონოსფეროს გავლით. ამ მიმართულებით შრომები ითვალისწინებს გავრცელებული სიგნალის სიხშირული სპექტრის მონაცემთა ანალიზს, რომელიც ანალიზური ან რიცხვითი ფურიე გარდაქმნის გზით მიიღება [49,52,53,57]. მრავალ მათგანში გამოიყენება სიგნალის ვიწროსიხშირულ ზოლიანი მიახლოება, რომელიც მნიშვნელოვნად ამარტივებს, როგორც წესი, გაუსური ან მარტკუთხა იმპულსის დამახინჯების ანალიზს. ჩვეულებრივ ხშირია შრომები, რომლებიც ეძღვნება არადაჯახებად პლაზმაში იმპულსის გავრცელებას, მაგრამ კავშირგაბმულობაში, გარემომცველი გარემოს ლოკაციისა და ზონდირებისას ძირითადად სარგებლობენ ფართო სიხშირულ ზოლიანი იმპულსებით, შესაბამისად ის მიახლოებითი დაშვებები, რომლებიც ვიწროსიხშირულ ზოლიანი სიგნალებისათვის კეთდებოდა მიუღებელი და გამოუყენებელია. ფართო სიხშირულ ზოლიანი იმპულსებისათვის ფურიეს უკუგარდაქმნა შეიძლება შესრულდეს მხოლოდ რიცხვითი მეთოდებით. მოცემულ თავში წარმოდგენილია რადიოიმპულსის გავრცელების საკითხი დაჯახებად, იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში, რომელიც არ ეფუძნება სიგნალის სიხშირულ წარმოდგენას. ანალიზურად მიღებულია რადიოიმპულსის სივრცე-დროითი ევოლუციის ამსახველი ზოგადი გამოსახულება, რომელიც პირველადი იმპულსის ცნობილი სახის შემთხვევაში კონკრეტული შედეგის გაანალიზების საშუალებას იძლევა. შედეგები ნაწილობრივ წაროდგენილია [2,5,15,17,23] შრომებში.

ვთქვათ მოცემული გვაქვს იმპულსი, რომლის გავრცელებაც აღიწერება ტალღური განტოლებით [10]:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}, \quad (7.1)$$

სადაც  $\vec{E}$  -ელექტრული ველის დამაბულობაა,  $c$  -გარემოში სინათლის გავრცელების სიჩქარეა,  $z$  -რადიოიმპულსის გავრცელების მიმართულებაა,  $t$  -გავრცელების დრო,  $\vec{P}$  -გარემოს ერთეულოვანი მოცულობის პოლარიზაციაა. ჩავთვალოთ, რომ გარემო შეიცავს თავისუფალ მუხტებს, მაშინ პოლარიზაციის ვექტორი  $\vec{P}$  -აკმაყოფილებს განტოლებას [50]:

$$\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + \nu \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \frac{e^2 N}{m} \vec{E}, \quad (7.2)$$

სადაც  $e$  და  $m$  ელექტრონის მუხტი და მასაა,  $N$  -ელექტრონული კონცენტრაცია,  $\nu$  -დაჯახების ეფექტური სიხშირეა, რომელიც ითვალისწინებს ელექტრონების იონებთან და ნეიტრალურ მოლეკულებთან დაჯახებისას ენერჯის დანაკარგებს.

$z \geq 0$  ნახევარსიბრტყის საზღვარზე, რომელზედაც ვრცელდება იმპულსი ქმნის ველს, რომლის დამაბულობაც წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$E(0, t) = A(0, t) \exp(i\omega t), \quad t \geq 0, \quad (7.3)$$

სადაც  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  -იმპულსის მზიდი სიგნალია;  $A(0; t)$  -იმპულსის მომვლეობა, როცა  $z = 0$ . ცხადია იმპულსი ვრცელდება  $c$  -სიჩქარით, ამიტომ მიზანშეწონილია  $E(z, t)$ -ველი ვეძებოთ შემდეგი სახით.

$$E(z, t) = \begin{cases} A(z, t') \exp[i(\omega t - kz)] & t' > 0 \\ 0 & t' \leq 0 \end{cases} \quad (7.4)$$

(7.1) და (7.2) განტოლებებში გავითვალისწინოთ, რომ:

$$z' = z \quad t' = t - \frac{z}{c}. \quad (7.5)$$

(7.4)-ჩავსვათ (7.1)-სა და (7.2)-ში მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z'^2} - \frac{2}{c} \frac{\partial^2 A}{\partial z' \partial t'} - 2ik \frac{\partial A}{\partial z'} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t'^2} \exp(-i\omega t'), \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t'^2} + \nu \frac{\partial P}{\partial t'} = \frac{e^2 N}{m} A(z'; t') \exp(i\omega t'). \quad (7.7)$$

ვთქვათ იმპულსის მახასიათებელი ხანგრძლივობა  $t_i$  -აკმაყოფილებს უტოლობას:

$$ft_i \gg 1, \quad (7.8)$$

ხოლო იმპულსი  $z'$  ღერძზე დაიკავებს ინტერვალს:

$$L_i = ct_i \gg \lambda, \quad (7.9)$$

მაშასადამე, სრულდება პირობა:

$$\left| \frac{\partial^2 A}{\partial z'^2} \right| \approx \left| \frac{1}{L_i} \frac{\partial A}{\partial z'} \right| \ll \left| \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\partial A}{\partial z'} \right|. \quad (7.10)$$

(7.10) პირობა საშუალებას გვაძლევს (7.6) გამოსახულებაში უგულებელვყოთ პირველი წევრი. რადგან ელექტრონის მდებარეობა და სიჩქარე არ შეიძლება შეიცვალოს მეყსეულად, ამიტომ ცივ პლაზმაში იმპულსის მოსვლის დროს  $z'$  წერტილში სრულდება ტოლობა:

$$P(z';0) = 0, \quad \left. \frac{\partial P}{\partial t'} \right|_{t'=0} = 0, \quad (7.11)$$

(7.11) ტოლობების ძალით (7.7) განტოლების ამონახსნი შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$P(z';t') = \frac{e^2 N}{m} \int_0^{t'} E(z';\tau) \frac{1 - \exp[-\tau(t' - \tau)]}{\tau} \partial \tau \quad (7.12)$$

(7.12) განტოლების ამონახსნი ჩავსვათ (7.6)-ში და გავითვალისწინოთ (7.10), მაშინ იმპულსის მომვლებისათვის, განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z' \partial t'} + i\omega \frac{\partial A}{\partial z'} = -\frac{2\pi e^2 N}{mc} A(z';t') + \frac{2\pi e^2 N}{mc} \nu \int_0^{t'} A(z';\tau) \exp[-(\nu + i\omega)(t' - \tau)] \partial \tau. \quad (7.13)$$

(7.13) განტოლებისათვის გამოვიყენოთ ლაპლასის გარდაქმნა  $t'$ -ცვლადის მიმართ, მივიღებთ [56]:

$$L(z';p) = L(p) \exp\left[-\frac{\eta z'}{p + \nu + i\omega}\right], \quad (7.14)$$

სადაც შემოღებულია შემდეგი აღნიშვნები:

$$L(z';p) = \int_0^\infty A(z't') \exp(-pt') dt',$$

$$L(p) = \int_0^\infty A(0,t') \exp(-pt') dt'.$$

სადაც  $\eta = \omega_p^2 / (2c)$ ,  $\omega_p^2 = (4\pi e^2 N) / m$  [53]; როცა  $t=0$  იმპულსი ჯერ კიდევ არ იმყოფება გარემოში, ამიტომ  $\partial A(z';0) / \partial z' = 0$ . შევასრულოთ ლაპლასის უკუ გარდაქმნა:

$$A(z';t') = A(0;t') - \int_0^{t'} \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{t'-\tau}} J_1\left(2\sqrt{\eta(t'-\tau)}\right) \exp\left[-(\nu+i\omega)(t'+i\omega)\right] A(0;\tau) d\tau, \quad (7.15)$$

სადაც  $J_k(x)$  -ბესელის ფუნქციაა [56]. (7.15)-ის ამონახსნი ჩავწეროთ საწყისი მომვლენებისათვის, რომელთაც აქვს ბიექსპონენციალური ფორმა:

$$A(0;t) = A_0 \left[ \exp\left(-\alpha \frac{t}{t_i}\right) - \exp\left(-\beta \frac{t}{t_i}\right) \right]. \quad (7.16)$$

აქ  $A_0, \alpha, \beta$  - რიცხვები, განსაზღვრავენ იმპულსის წინა და უკანა ფრონტის სიმრუდეს. შემოვიღოთ ახალი ცვლადი  $x = \sqrt{\tau/t}$  და (7.16) ჩავსვათ (7.15)-ში. მივიღებთ:

$$A(z't') = A(z't';\alpha) - A(z't';\beta), \quad (7.17)$$

სადაც:

$$A(z';t';\alpha) = A_0 \exp\left(-\alpha \frac{t'}{t_i}\right) \left[ 1 - \int_0^1 J_1\left(2x\sqrt{\eta t'}\right) \exp\left[-\left(\nu - \frac{\alpha}{t_i} + i\omega\right) t' x^2\right] \left(2\sqrt{\eta t'}\right) dx \right], \quad (7.18)$$

$$A(z';t';\beta) = A_0 \exp\left(-\beta \frac{t'}{t_i}\right) \left[ 1 - \int_0^1 J_1\left(2x\sqrt{\eta t'}\right) \exp\left[-\left(\nu - \frac{\beta}{t_i} + i\omega\right) t' x^2\right] \left(2\sqrt{\eta t'}\right) dx \right]. \quad (7.19)$$

ვთქვათ საწყისი იმპულსი სინუსოიდალური ფორმისაა, მაშინ მისი საწყისი მომვლენი შეიძლება ასე ჩავწეროთ;

$$A(0,t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{t_i}\right), & t \leq t_i \\ 0, & t \geq t_i \end{cases} \quad (7.20)$$

(7.19) წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$A(0,t) = \begin{cases} g(0,t), & t \leq t_i \\ g(0,t) + g(0,t-t_i), & t \geq t_i \end{cases} \quad (7.21)$$

სადაც:

$$g(0,t) = \frac{1}{2i} \left[ \exp\left(i\pi \frac{t}{t_i}\right) - \exp\left(-i\pi \frac{t}{t_i}\right) \right].$$

(7.21) ჩავსვათ (7.15)-ში და გავაკეთოთ იგივე ოპერაციები რაც ზემოთ შევასრულეთ, მაშინ დეფორმირებული სინუსოიდალური იმპულსის მომვლენებისათვის მივიღებთ:

$$A(z', t') = \begin{cases} g(z'; t'), & t' \leq t_i \\ g(z', t') + g(z'; t' - t_i), & t' > t_i \end{cases} \quad (7.22)$$

სადაც:

$$g(z'; t') = \frac{\exp\left(i\pi \frac{t'}{t_i}\right)}{2i} \left[ 1 - \int_0^1 J_1(2x\sqrt{\eta t'}) \exp\left[-\left(\nu + \frac{i\pi}{t_i} + i\omega\right) t' x^2 (2\sqrt{\eta t'})\right] dx \right] - \frac{\exp\left(-i\pi \frac{t'}{t_i}\right)}{2i} \left[ 1 - \int_0^1 J_1(2x\sqrt{\eta \cdot z \cdot t'}) \exp\left[\tau + \frac{i\pi}{t_i} + i\omega\right] t' x^2 \left[2(\sqrt{\eta \cdot z \cdot t'})\right] dx \right]. \quad (7.23)$$

ახლა გადავიდეთ მართკუთხა იმპულსის შემთხვევაზე:

$$A(0; t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq t_i \\ 0, & t > t_i \end{cases} \quad (7.24)$$

დამახინჯების შემდეგ ასეთი იმპულსი შეიძლება ასე აღვწეროთ:

$$A(z'; t') = \begin{cases} g(z', t'), & 0 \leq t' \leq t_i \\ g(z', t') - g(z'; t' - t_i), & t' > t_i \end{cases} \quad (7.25)$$

$g(z', t')$  - ფუნქციის პოვნისას, ყურადღება უნდა მივაქციოთ იმ გარემოებას, რომ ერთდროულად როცა  $\alpha \rightarrow 0$  და  $\beta \rightarrow \infty$ , ბიესპონენციალური იმპულსი ტრანსფორმირდება საფეხურეობრივ იმპულსად  $A_0$  - სიმაღლით, ამასთან  $A = 0$ , როცა  $t = 0$ . (7.18)-სა და (7.19)- გამოსახულებებში შესაბამისი გარდაქმნის შესრულების შემდეგ, როცა  $t' > 0$ , მივიღებთ საფეხურეობრივი იმპულსის მომვლეს ( $A_0 = 1$ ):

$$g(z'; t') = 1 - \int_0^1 \sqrt{\eta z'} J_1(2x\sqrt{\eta z' \tau}) \exp[-(\nu + i\omega) t' x^2] dx. \quad (7.26)$$

აღსანიშნავია, რომ ზემოთ მოყვანილი ყოველი ამონახსნი შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ლომელის ფუნქციის კომბინაცია [56].  $t'$ -ის ზრდით ნახევრადუსასრულო ერთგვაროვანი გარემოს საზღვარზე საფეხურეობრივი იმპულსის დაცემის ამოცანა მარტივდება და გადადის ბრტყელი ტალღის ერთგვაროვან გარემოში გავრცელების ამოცანებზე. ვაჩვენოთ, რომ მიღებული შედეგი აკმაყოფილებს ამ მოთხოვნას. მივმართოთ (7.15) განტოლებას, რომელიც საფეხურეობრივი იმპულსისათვის დებულობს სახეს:

$$A(z'; t') = 1 - \int_0^{t'} \frac{\sqrt{\eta z'}}{\sqrt{\tau}} J_1(2\sqrt{\eta z' \tau}) \exp[-(\nu + i\omega)\tau] d\tau. \quad (7.27)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ (7.26) და (7.27) თანაფარდობები ტოლძალოვანია. ბოლო ტოლობებში მივასწრაფოთ  $t' \rightarrow \infty$ . მაშინ მარჯვენა მხარეს მყოფი ინტეგრალი დაიყვანება ცხრილურ ფორმაზე. მისი გამოთვლით ვღებულობთ:

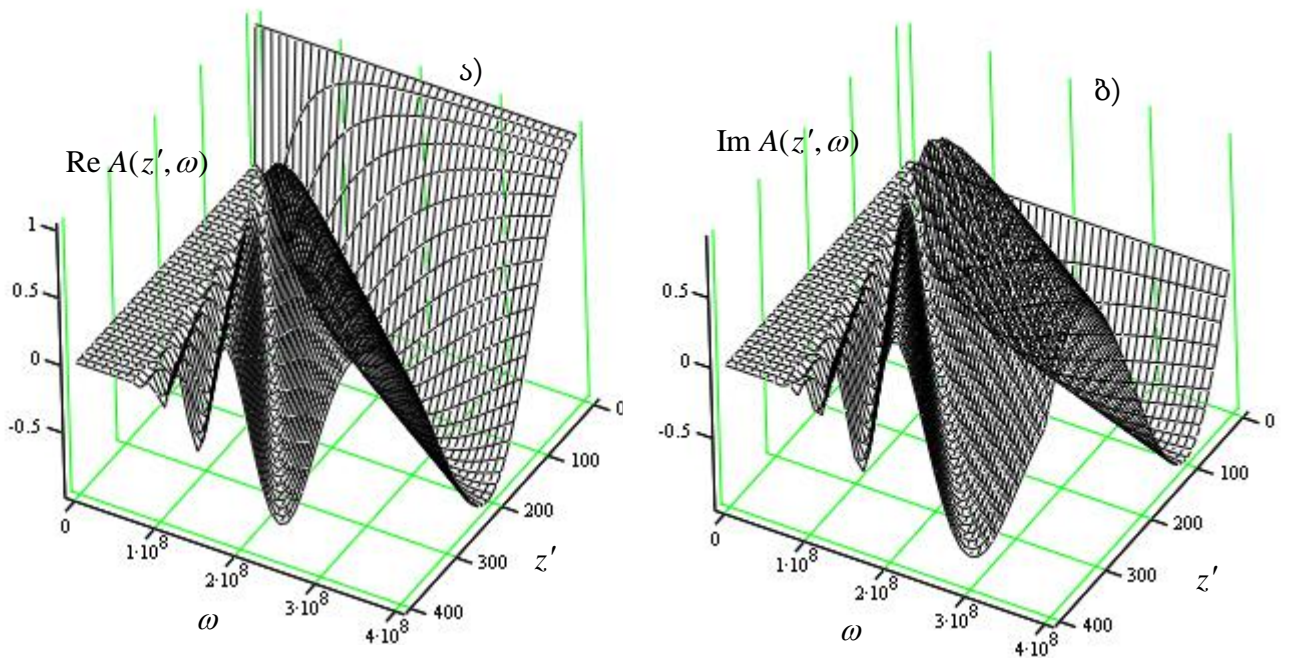
$$A(z') = \exp\left(-\frac{\omega_p^2 z' \nu}{2c(\nu^2 + \omega^2)}\right) \exp\left(-i \frac{\omega_p^2 z' \omega}{2c(\nu^2 + \omega^2)}\right). \quad (7.28)$$

(7.28)-ში პირველი მამრავლი გამოსახავს ბრტყელი ტალღის ამპლიტუდის შემცირებას, ხოლო მეორე კი გამოსახავს ტალღის ფაზის ნაზრდს  $z'$  მანძილის გავლისას. (7.28) გამოსახულება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

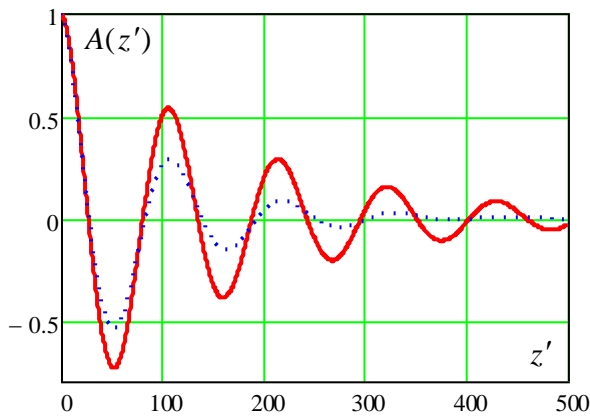
$$A(z') = \exp\left[-\frac{\sigma(\omega)}{2\left(1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}\right)}\right] \exp\left[-i \frac{\chi(\omega)z'\omega}{2\left(1 + \frac{\nu^2}{\omega^2}\right)\nu}\right], \quad (7.29)$$

სადაც:  $\chi(\omega) = \omega_p^2 \nu / (\omega^2 c)$  - პლაზმის შთანთქმის კოეფიციენტი, ხოლო  $\sigma(\omega)$  - ოპტიკური სიღრმეა იმ  $z'$  მანძილზე, რომელსაც ტალღა გადის.

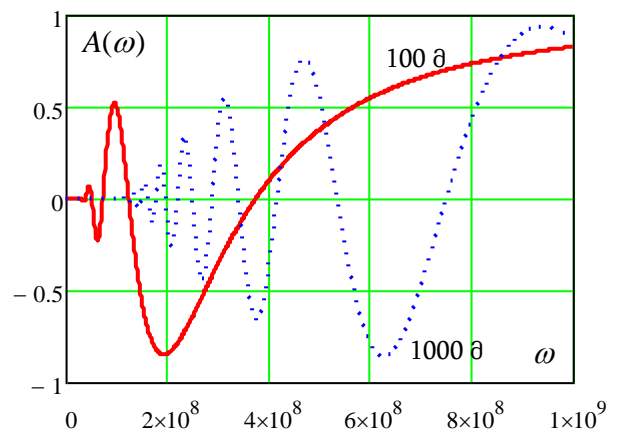
ნახ.3 ა) და ბ)-ზე სამგანზომილებიანი გრაფიკის სახით წარმოდგენილია იმპულსის მომვლების რელური და წარმოსახვითი ნაწილის სივრცე-სიხშირული ევოლუცია. რეალური ნაწილი იმპულსის ამპლიტუდის ცვლილებაზე მიგვითითებს, ხოლო წარმოსახვითი კი მილევაზე, რაც განპირობებულია რელაქსაციური პროცესებით. მოცემულ შემთხვევაში  $0 < z' \leq 400$  მ,  $0 < \omega \leq 4 \cdot 10^8$  წმ<sup>-1</sup>. სურათის უკეთ დამზერის მიზნით დაჯახების სიხშირისათვის შერჩეული იქნა მნიშვნელობა  $\nu = 10^7$  ჰც. ნახ. 4-ზე და ნახ.8-ზე მოცემულია  $A(z')$  და  $A(\omega)$  დამოკიდებულებები ჭრილში სიბრტყეზე. ნახ.4-იდან იკვეთება, რომ დაჯახებათა სიხშირის ზრდა განაპირობებს იმპულსის ოსცილაციების სწრაფ მილევას, კარგი ვიზუალიზაციის მიზნით, მოყვანილია  $\nu = 10^7$  ჰც (უწყვეტი ხაზი) და  $\nu = 2 \cdot 10^7$  ჰც (წყვეტილი ხაზი) დაჯახებათა სიხშირეების მნიშვნელობები. ნახ.5-დან იკვეთება სიხშირული დისპერსიის ეფექტი, კერძოდ  $z' = 100$  მ (უწყვეტი ხაზი) მნიშვნელობისას მომვლები სიხშირის ზრდასთან ერთად მიისწრაფვის გაჯერებისაკენ, ანუ როცა  $\omega \rightarrow \infty$ , მაშინ  $A(\omega) \rightarrow 1$ , ხოლო როცა  $z' = 1000$  მ (წყვეტილი ხაზი) წარმოიქმნება დამატებითი ოსცილაციები, რომელთა ამპლიტუდაც სიხშირის ზრდასთან ერთად მდორედ იზრდება.



ნახ.3. იმპულსის მომენტების რეალური (ა) და წარმოსახვითი (ბ) ნაწილების სივრცე-სიხშირული ევოლუცია დაჯახებად იზოტროპულ პლაზმაში როცა  $\nu = 10^7$  ჰც.



ნახ.4.  $A(z)$  დამოკიდებულება დაჯახებათა სიხშირის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის  $\nu = 10^7$  ჰც (უწყვეტი ხაზი) და  $\nu = 2 \cdot 10^7$  ჰც (წყვეტილი ხაზი).



ნახ.5.  $A(\omega)$  დამოკიდებულება მანძილის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის  $z' = 100$  მ (უწყვეტი ხაზი) და  $z' = 1000$  მ (წყვეტილი ხაზი), როცა  $\nu = 10^7$  ჰც.

## §8. იმპულსის გავრცელების სიჩქარის შეფასება დისპერსიულ პლაზმაში

ვიპოვოთ რადიოიმპულსის გავრცელების სიჩქარისათვის ანალიტიკური გამოსახულება. ვისარგებლოთ (7.26) ფორმულით და გამოვთვალოთ ინტეგრალი, ვისარგებლოთ ბესელის ცნობილი თანაფარდობით:

$$\frac{\partial(x^{k+1} J_{k+1}(x))}{\partial x} = x^{k+1} J_k(x), \quad (8.1)$$

შედეგად მივიღებთ:

$$g(z'; t') = \exp\{-(\nu + i\omega)t'\} \sum \left\{ (\nu + i\omega) \sqrt{\frac{t'}{\eta}} J_k \left( 2\sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'} \right) \right\}. \quad (8.2)$$

იონოსფერულ ტრასაზე ყოველთვის სრულდება უტოლობა:

$$2\sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'} \gg 1.$$

ვისარგებლოთ ბესელის ფუნქციის ასიმპტოტური წარმოდგენით არგუმენტის დიდი მნიშვნელობისათვის [56]:

$$J_k \left( 2\sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'} \right) \cong \frac{1}{\sqrt{\pi \sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'}}} \cos \left( 2\sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'} - \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (8.3)$$

(8.3) -ჩავსვათ (8.2) ში, მაშინ  $A(z', t')$ -თვის მივიღებთ გამოსახულებას:

$$A(z', t') \cong \frac{1}{\sqrt{\pi \sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'}}} \exp[-(\nu + i\omega)t'] \frac{\cos \left( 2\sqrt{\eta \cdot z' \cdot t'} - \arctg \left[ (\nu + i\omega) \sqrt{\frac{t'}{\eta \cdot z'}} - \frac{\pi}{4} \right] \right)}{\sqrt{1 + (\nu + i\omega)^2 \left( \frac{t'}{\eta \cdot z'} \right)}}. \quad (8.4)$$

(8.4) ტოლობიდან ჩანს, რომ  $z'$  -ღერძზე იმპულსი წერტილის მახლობლად არის კონცენტრირებული, რომლის კოორდინატაც აკმაყოფილებს პირობას:

$$\left( \omega^2 - \nu^2 \right) \left( \frac{t'}{\eta \cdot z'} \right) = 1, \quad (8.5)$$

აქედან ვღებულობთ, რომ მართკუთხა იმპულსის წინა ფრონტი ვრცელდება სიჩქარით:

$$v = \frac{c}{1 + \frac{0.5\omega_p^2}{\omega^2 - \nu^2}}. \quad (8.6)$$



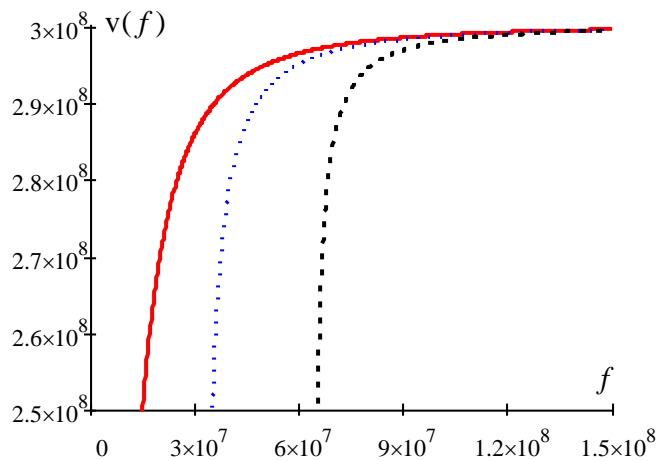
(8.6) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ დაჯახების ეფექტები გავლენას ახდენს იმპულსის გავრცელების სიჩქარეზე, როცა  $\nu \rightarrow \omega$ . ე.ი. მაშინ როცა იმპულსი გავრცელებისას განიცდის ძლიერ შთანთქმას პლაზმური გრემოს მხრიდან.

მინიმალური დანაკარგებით იმპულსის გავრცელებისათვის საჭიროა შესრულდეს პირობა  $\omega \gg \nu$ , მაშასადამე:

$$v = \frac{c}{1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}}. \quad (8.7)$$

(8.7) ფორმულა გვიჩვენებს, რომ მუდმივი ფიქსირებული სიგრძის მანძილზე იმპულსის მიერ მანძილის გადალახვისათვის საჭირო დრო იზრდება სიხშირის შემცირებითა და ელექტრონული კონცენტრაციის გაზრდით.

ნახ.6-ზე მოცემულია დაჯახებად პლაზმაში იმპულსის სიჩქარის ცვლილება სიხშირის მიხედვით, დაჯახებათა სხვადასხვა რიცხვისათვის. ტალღა ვრცელდება თუ სრულდება პირობა  $f \gg \nu$ , როცა  $\nu \rightarrow f$  სიგნალის გავრცელების სიჩქარე მინიმალურია, რადგან მნიშვნელოვანია შთანთქმითი პროცესები.



ნახ.6. იმპულსის სიჩქარის ცვლილება ტალღის სიხშირის მიხედვით დაჯახებათა სხვადასხვა სიხშირისას.  $\nu = 10^7$  ჰც (წითელი უწყვეტი ხაზი);  $\nu = 2 \cdot 10^8$  ჰც (ლურჯი წყვეტილი ხაზი);  $\nu = 4 \cdot 10^8$  ჰც (შავი წყვეტილი ხაზი).

**§9. დისპერსიულ პლაზმაში მართკუთხა, სინუსოიდალური, ექსპონენციალური და ბიექსპონენციალური იმპულსების მომვლების ცვლილება**  
(რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები)

(7.15) გამოსახულება საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ სხვადასხვა ფორმისა და ხანგრძლივობის იმპულსური სიგნალების მომვლების ფორმის ცვლილება დროში დედამიწის ზედაპირიდან სხვადასხვა სიმაღლეზე. რიცხვითი ექსპერიმენტი  $10^{-3}$  წმ,  $10^{-4}$  წმ და  $10^{-5}$  წმ ხანგრძლივობის იმპულსებისათვის, როდესაც მზიდი სიგნალის სიხშირე  $f = 10$  მგჰც გამოკვლეული იქნა [5,68] შრომებში. რიცხვითი ექსპერიმენტის შემთხვევა, როცა მზიდი სიგნალის სიხშირე ახლოსაა პლაზმურ სიხშირესთან, ე.ი. როცა:  $f_0 = 2.84$  მგჰც ( $f = 3$  მგჰც) წარმოდგენილია დანართი 1-ზე. ცხადია პირობა  $f > f_0$  აუცილებლად უნდა სრულდებოდეს წინააღმდეგ შემთხვევაში იმპულსი პლაზმურ ფენაში ვერ გავრცელდება.

დავუშვათ, იმპულსური სიგნალი გამოსხივდება დედამიწის ზედაპირზე მყოფი წყაროდან. ჩვენი კვლევის ობიექტს შეადგენს იმპულსის ფორმის ცვლილების დადგენა (დამახინჯება) იონოსფეროს ქვედა ფენებში  $z = 100 - 1000$  კმ სიმაღლეებზე. რიცხვითი გამოთვლები ჩატარებული იქნა პლაზმური გარემოს შემდეგი პარამეტრებისათვის: დაჯახებათა რიცხვი  $\nu = 10^3, 10^4$  წმ $^{-1}$ , კონცენტრაცია -  $N = 10^5$ .

განვიხილოთ მართკუთხა, სინუსოიდალური, ექსპონენციალური და ბიექსპონენციალური იმპულსები. წარმოვადგინოთ მათი საწყისი მომვლები შემდეგი ფორმით:

ა) მართკუთხა იმპულსი:

$$A(0, t') = \begin{cases} 1, & t' \leq t_i \\ 0, & t' > t_i \end{cases}$$

ბ) სინუსოიდალური იმპულსი:

$$A(0, t') = \begin{cases} \sin\left(2\pi \frac{t'}{t_i}\right), & t' \leq t_i \\ 0, & t' > t_i \end{cases}$$

გ) ექსპონენციალური იმპულსი:

$$A(0,t') = \begin{cases} \exp\left(-2\pi \frac{t'}{t_i}\right), & t' \leq t_i \\ 0, & t' > t_i \end{cases}$$

დ) ბიექსპონენციალური იმპულსი:

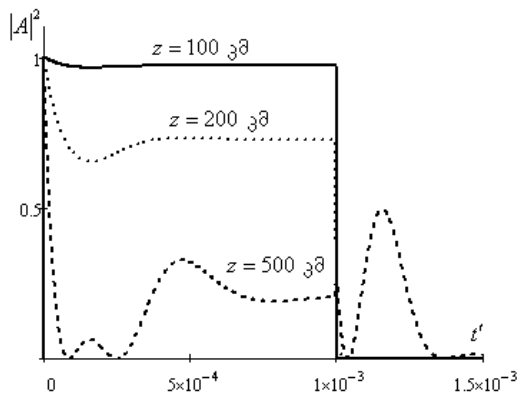
$$A(0,t') = \begin{cases} \exp\left(-2\pi \frac{t'}{t_i}\right) - \exp\left(-4\pi \frac{t'}{t_i}\right), & t' \leq t_i \\ 0, & t' > t_i \end{cases}$$

შესწავლილია გამოსხივების სიმძლავრის  $|A|^2$  დროზე დამოკიდებულება გამომსხივებელი წყაროდან სხვადასხვა მანძილზე, სხვადასხვა ფორმის იმპულსებისათვის. ნახ.7-იდან ჩანს, რომ მართკუთხა იმპულსი ინარჩუნებს ფორმას 100 კმ-სიმაღლეზე. სიმაღლის ზრდასთან ერთად იზრდება ოსცილაციები. იმპულსის დამოკლებით ( $t_i = 10^{-4}$  წმ) ეს ოსცილაციები მდორე ხასიათს ღებულობს (ნახ.8). იმპულსის შემდგომი დამოკლება ( $t_i = 10^{-5}$  წმ) გვიჩვენებს, რომ ოსცილაციები საერთოდ ქრება, თუმცა სიმაღლის ზრდასთან ერთად იმპულსი უფრო ტრაპეციის ფორმას ღებულობს. შესწავლილი იქნა მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის ფიქსირებულ სიმაღლეზე ( $z = 200$  კმ) სხვადასხვა დაჯახებათა რიცხვისათვის. დადგინდა, რომ დაჯახებათა რიცხვის ზრდა განაპირობებს იმპულსის ფორმის დამახინჯებას, რაც ბუნებრივია აიხსნება დისიპაციური პროცესების წარმოქმნით.

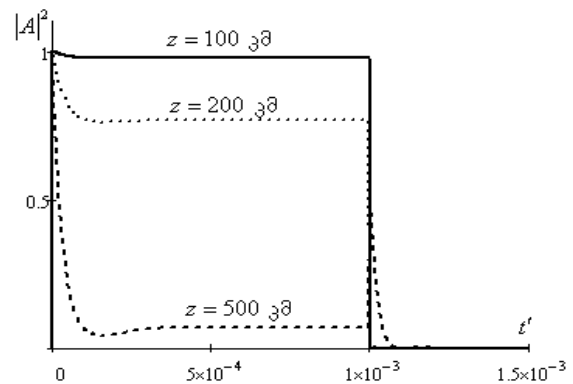
ნახ.9-12-ზე ნაჩვენებია სინუსოიდალური იმპულსის მომვლების ცვლილება დისპერსიულ პლაზმურ ფენაში სხვადასხვა სიმაღლეზე. ნახ.9-დან ჩანს, რომ  $t_i = 10^{-3}$  წმ ხანგრძლივობის იმპულსი,  $z = 200$  კმ-ს სიმაღლეზე ჯერ კიდევ ინარჩუნებს სინუსოიდალურ ფორმას, ხოლო სიმაღლის ზრდით ( $z = 700$  კმ) იმპულსის მომვლებში საფეხურეობრივი ოსცილაციები წარმოიქმნება. ძირითადად მახინჯდება იმპულსის უკანა ფრონტი. იმპულსის დამოკლებით კი, პირიქით ოსცილაციები ქრება და შეიმჩნევა მაქსიმუმის წანაცვლება (ნახ.10). ნახ.11-ზე ნაჩვენებია სინუსოიდალური იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის ფიქსირებულ სიმაღლეზე ( $z = 500$  კმ), დაჯახებათა სხვადასხვა რიცხვისათვის. ამ შემთხვევაში შეიმჩნევა იმპულსის შევიწროება უკანა ფრონტის მხრიდან, ამასთან ადგილი აქვს ამპლიტუდის მკვეთრად შემცირებასაც. ნახ.12-ზე

ნაჩვენებია  $t_i = 10^{-3}$  წმ ხანგრძლივობის იმპულსის ცვლილება ( $z = 1000$  კმ), სხვადასხვა დაჯახებათა სიხშირისათვის. დაჯახებათა რიცხვის ზრდასთან ერთად, მართალია ეს ოსცილაციები ქრება, მაგრამ სამაგიეროდ იმპულსის მომვლები მკვეთრად ვიწროვდება და ეცემა ამპლიტუდა.

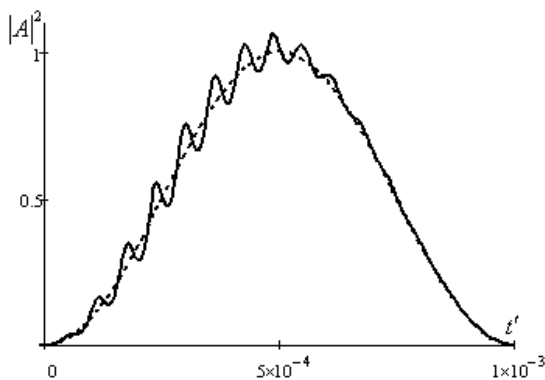
ნახ.15-18-ზე მოცემულია სხვადასხვა ხანგრძლივობის ბიექსპონენციალური იმპულსის ყოფაქცევა სიმაღლის მიხედვით. აღსანიშნავია, რომ იგი ყველა შემთხვევაში განხილული იმპულსის ფორმებთან შედარებით მდგრადი ფორმით გამოირჩევა. ნაკლებადაა გამოხატული ოსცილაციები და ძირითადად დაჯახების ეფექტებით გამოწვეული დისიპაციური პროცესები ვლინდება ინტენსივობის შემცირებაში.



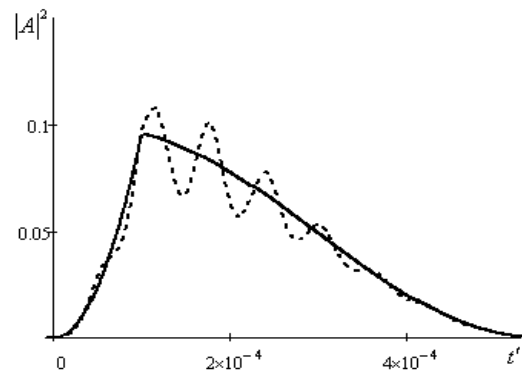
ნახ.7. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება დროის მიხედვით,  $z = 100, 200, 500$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $\xi = 10^{-3}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



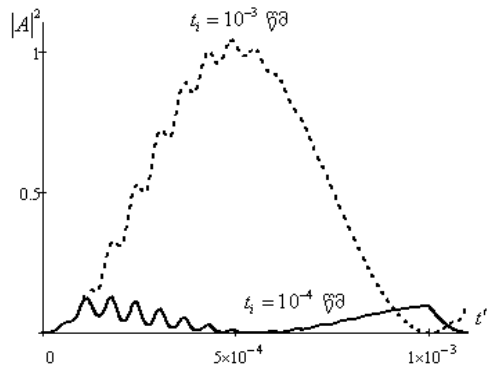
ნახ.8. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება დროის მიხედვით,  $z = 100, 200, 500$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $\xi = 10^{-4}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



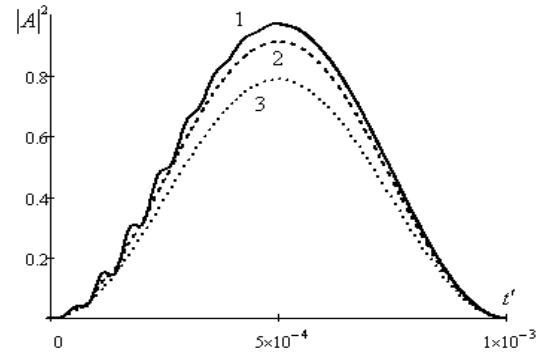
ნახ.9. სინუსოიდალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 200$  კმ (უწყვეტი ხაზი) და  $z = 700$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეზე, როცა  $\xi = 10^{-3}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



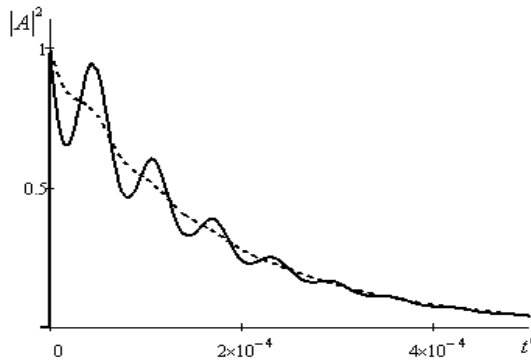
ნახ.10. სინუსოიდალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 200$  კმ (უწყვეტი ხაზი) და  $z = 700$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეზე, როცა  $\xi = 10^{-4}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



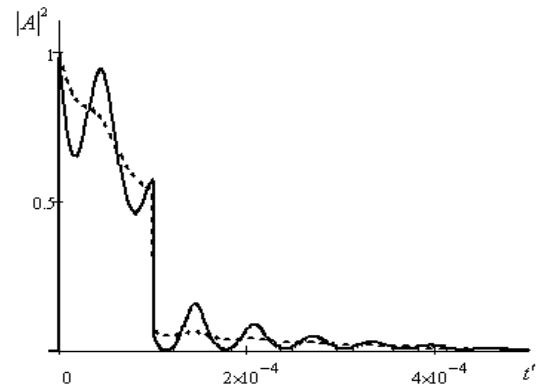
ნახ.11. სინუსოიდალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 500$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $\zeta = 10^{-3}$  წმ (წყვეტილი ხაზი) და  $\zeta = 10^{-4}$  წმ (უწყვეტი ხაზი),  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



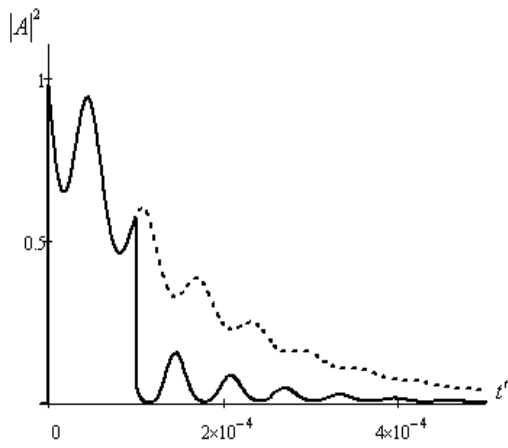
ნახ.12. სინუსოიდალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 1000$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $\zeta = 10^{-3}$  წმ,  $f = 10^7$  ჰც, სხვადასხვა დაჯახების სიხშირისას. მრუდები 1-3, შეესაბამება  $\nu = 2 \times 10^4, 3 \times 10^4, 6 \times 10^4$  წმ<sup>-1</sup>.



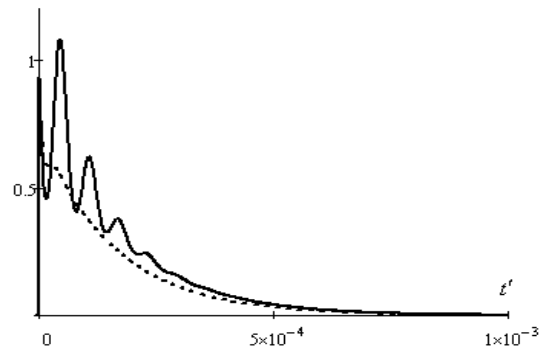
ნახ.13. ესპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 100$  კმ (წყვეტილი ხაზი) და  $z = 500$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეზე, როცა  $\zeta = 10^{-3}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



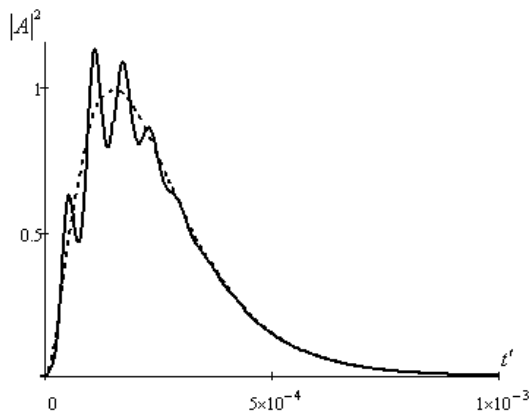
ნახ.14. ესპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 100$  კმ (წყვეტილი ხაზი) და  $z = 500$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეზე, როცა  $\zeta = 10^{-4}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $f = 10^7$  ჰც.



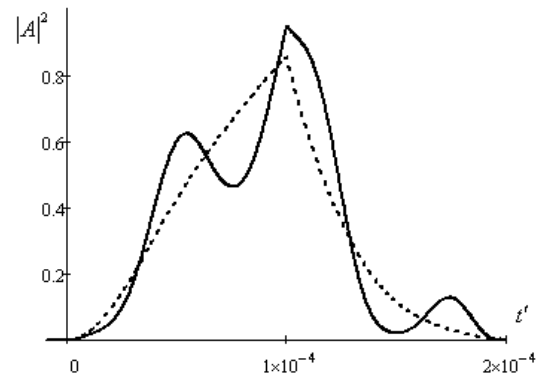
ნახ.15. ექსპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 500$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $t_0 = 10^{-3}$  წმ (წყვეტილი ხაზი)  $t_0 = 10^{-4}$  წმ (უწყვეტი ხაზი),  $\nu = 10^4$  წმ $^{-1}$ ,  $f = 10^7$  ჰც.



ნახ.16. ექსპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 1000$  კმ სიმაღლეზე, როცა  $t_0 = 10^{-3}$  წმ,  $f = 10^7$  ჰც, სხვადასხვა დაჯახების სიხშირისას. მრუდები 1-2, შეესაბამება  $\nu = 2 \times 10^4$ ,  $10^5$  წმ $^{-1}$ .



ნახ.17. ბიექსპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 100$  კმ (წყვეტილი ხაზი) და  $z = 1000$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეებზე, როცა  $t_0 = 10^{-3}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ $^{-1}$ ,  $f = 10^7$  ჰც,  $A_0 = 3.07$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 10$ .



ნახ.18. ბიექსპონენციალური იმპულსის დამახინჯება იზოტროპულ, ცივ პლაზმაში,  $z = 100$  კმ (წყვეტილი ხაზი) და  $z = 1000$  კმ (უწყვეტი ხაზი) სიმაღლეებზე, როცა  $t_0 = 10^{-4}$  წმ,  $\nu = 10^4$  წმ $^{-1}$ ,  $f = 10^7$  ჰც,  $A_0 = 3.07$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 10$ .

## თავი IV

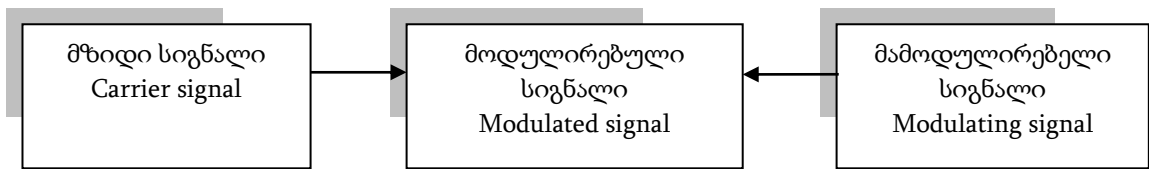
### კავშირის არხი, როგორც დისპერსიული გარემოს იმიტაციური მოდელი

---

#### §10. სიგნალები დეტერმინირებული და შემთხვევითი კანონზომიერებებით

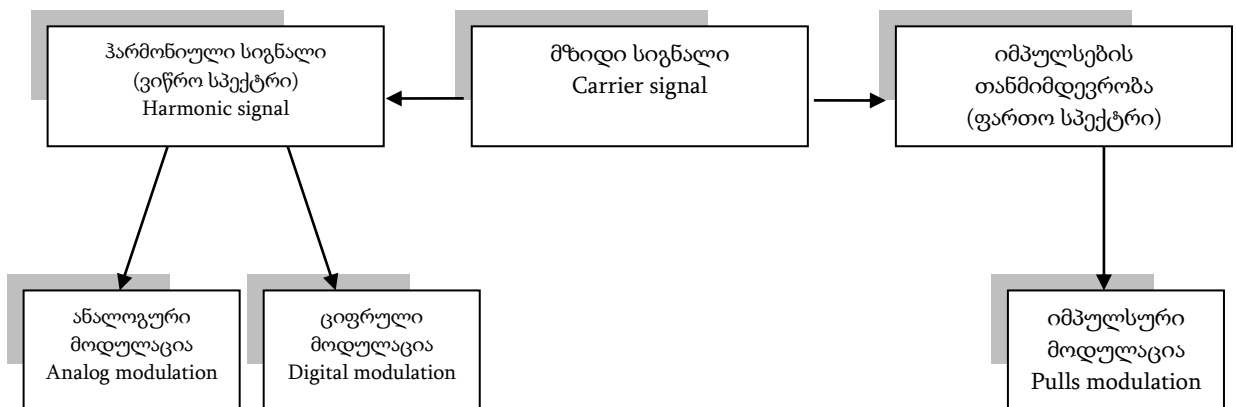
მოცემული თავი ეძღვნება მეთოდთა კომპლექსის დამუშავებას, რომელიც კავშირის არხების მახასიათებლების ეფექტური შეფასებისა და ანალიზის საშუალებას იძლევა. შესწავლილია კავშირის არხის (გაუსის არხი, რელეის არხი და რეისის არხი), როგორც იმიტაციური გარემოს გავლენა IEEE 802.11b სტანდარტის სიგნალების მიღებაზე. რადიოსიგნალს წყაროდან მიმდებამდე გავრცელებისას შეიძლება შეხვდეს დაბრკოლებები, რამაც შეიძლება გამოიწვიოს სიგნალის შთანთქმა, არეკვლა ან გაბნევა. არეკვლილი სიგნალი მიმდებ მოწყობილობამდე მიაღწევს გარკვეული დროითი დაგვიანებით. მეორეს მხრივ, სიგნალის დარჩენილი ენერგია შეიძლება აღწევდეს მიმდებს ყოველგვარი არეკვლის გარეშე ან განიცადოს მრავალჯერადი არეკვლა, რაც კიდევ უფრო ზრდის სიგნალის დაყოვნების დროს. განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს სიგნალის ტიპს, მოდულაციის სახესა და მახასიათებელ ფიზიკურ სიდიდეებს.

მოდულაცია ეს არის პროცესი, როდესაც მაღალსიხშირული მზიდი სიგნალის ერთი ან რამდენიმე პარამეტრი იცვლება დაბალსიხშირული ინფორმაციული სიგნალის კანონის მიხედვით. გადასაცემი ინფორმაცია ჩადებულია მამოდულირებელ სიგნალში, ხოლო ინფორმაციის გადამცემი სიგნალის როლს ასრულებს მაღალსიხშირული რხევები (მზიდი სიგნალი). მოდულაციის შედეგად დაბალსიხშირული მამოდულირებელი სიგნალის სპექტრი გადადის მაღალი სიხშირეების არეში (ნახ.19). მზიდი სიგნალის სახით შეიძლება გამოყენებული იქნას სხვადასხვა ფორმის რხევები (მართკუთხა, სამკუთხა და ა.შ.). ხშირ შემთხვევაში გამოიყენება ჰარმონიული რხევები.



ნახ. 19. ინფორმაციული სიგნალის ფორმირება.

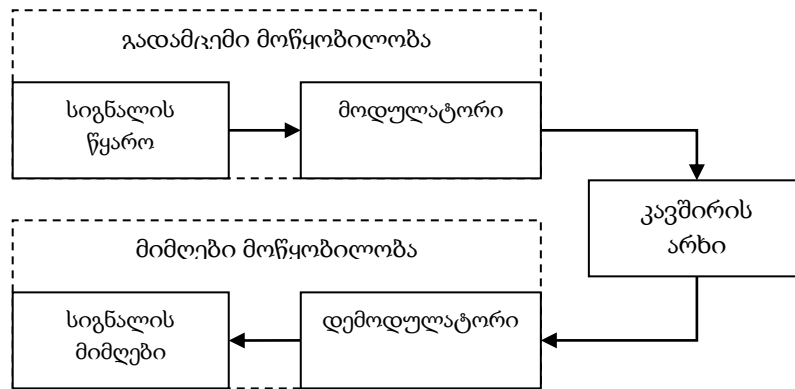
მაღალსიხშირული მზიდი სიგნალიდან შეიძლება გამოვეყნოთ ვიწრო ჰარმონიული სიგნალი სიხშირული დიაპაზონით ან იმპულსური სიგნალები ფართო სიხშირული დიაპაზონით (ნახ.20). ჰარმონიული სიგნალის მოდულირება ფართოდ გავრცელებული ანალოგური და ციფრული მოდულაციის გზით წარმოებს.



ნახ. 20. მზიდი სიგნალის მოდულაცია.

ვთქვათ დაბალსიხშირული სიგნალი, რომელიც გადაიცემა რომელიმე კავშირის არხის გავლით მოიცემა  $s(t)$  ფუნქციით (ნახ.21). ამ სიგნალის გადასაცემად კავშირის არხში გამოიყოფა რომელიმე მაღალსიხშირული დიაპაზონი. მიმღებ-გადამცემი სისტემის შესასვლელში სპეციალური გადამცემი მოწყობილობის მიერ ფორმირდება, როგორც წესი, დროში უწყვეტი პერიოდული მაღალსიხშირული სიგნალი  $u(t) = f(t, a_1, a_2, \dots, a_n)$ .  $a_i$  პარამეტრების ერთობლიობა განსაზღვრავს დამხმარე იმპულსის ფორმას. მოდულაციის არ არსებობისას  $a_i$  პარამეტრები მუდმივი სიდიდეა. თუ ერთ-ერთ ამ პარამეტრთაგანზე გადავიტანთ  $s(t)$  სიგნალს, ე.ი. ამ პარამეტრს გარდავექმნით  $s(t)$  სიგნალისადმი პროპორციულად დამოკიდებულს, მაშინ  $u(t)$  სიგნალის ფორმა შეიძენს ახალ თვისებებს. ის ატარებს ინფორმაციას, რომელსაც  $s(t)$  სიგნალი შეიცავს. სწორედ ამიტომ,  $u(t)$  სიგნალი **მზიდი სიგნალია (carrier signal)**.





ნახ.21. კავშირის სისტემა.

ხშირ შემთხვევაში მზიდი სიგნალი ძირითადად წარმოადგენს ჰარმონიულ რხევას კანონით:

$$u(t) = U \cos(\omega t + \varphi),$$

რომელსაც სამი თავისუფალი პარამეტრი გააჩნია,  $U$  – ამპლიტუდა,  $\omega$  – სიხშირე და  $\varphi$  – ფაზა. იმის და მიხედვით, რომელ პარამეტრზე ხდება ინფორმაციის გადაცემა, განასხვავებენ მზიდი სიგნალის ამპლიტუდურ ( $AM$ ), სიხშირულ ( $FM$ ) და ფაზურ ( $PM$ ) მოდულაციას. სიხშირული და ფაზური მოდულაცია მჭიდროდ არის ერთმანეთთან დაკავშირებული, რადგან ორივე მათგანი ცვლის ჰარმონიული ფუნქციის არგუმენტს. ჩვეულებრივ მათ აერთიანებენ საერთო ნიშნის ქვეშ – სახელწოდებით **კუთხური მოდულაცია (angle modulation)**.

ინფორმაციის გადამცემ არხებში ფართოდ დამკვიდრდა აგრეთვე ტერმინი კვადრატურული მოდულაცია, რომლის დროსაც ერთდროულად იცვლება მზიდი სიგნალის ამპლიტუდა და ფაზა. მზიდი სიგნალის სახით პერიოდული იმპულსების თანმიმდევრობის გამოყენებისას (მაგალითად მართკუთხა იმპულსების) მოდულაციის თავისუფალ პარამეტრებს წარმოადგენს ამპლიტუდა, იმპულსის ხანგრძლივობა, სიხშირე და ფაზა (იმპულსის მდგომარეობა ტაქტური წერტილის მიმართ). ამ შემთხვევაში შეიძლება გვქონდეს იმპულსური მოდულაციის ოთხი ძირითადი სახე: **ამპლიტუდა-იმპულსური მოდულაცია (amplitude-pulse modulation)**, **დროით-იმპულსური მოდულაცია (time-pulse modulation ან pulse-width modulation)**, **სიხშირე-იმპულსური მოდულაცია (frequency-pulse modulation)** და **ფაზა-იმპულსური მოდულაცია (phase-pulse modulation)**.

სიგნალები, რომლებიც გამოიყენება მოდულაციისას განეკუთვნება დეტერმინირებულ ან განსაზღვრული სიგნალების კლასს. დეტერმინირებული სიგნალები შეიძლება აღწერილი იქნას ანალიზური ფუნქციებით, რომლებიც ასახავენ მათ დამოკიდებულებას სიხშირეზე ან დროზე. დეტერმინირებული სიგნალები შესაძლოა გამოყენებული იქნას რეალური პროცესების აღსაწერად, თუმცა ამისათვის უპირველეს ყოვლისა საჭიროა შეიქმნას სათანადო ემპირიული გარემო რადიოტექნიკური წრედებისა და ელექტრონული სისტემების სახით, შესაბამისი სასაზღვრო პირობებისა და საწყისი პირობების გათვალისწინებით. ბუნებრივია უნდა გამოვყოთ სიგნალების ორი ჯგუფი: **იმპულსური და პერიოდული.**

განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს სიგნალები სასრული ენერგიით-**იმპულსური სიგნალები.** იმპულსური სიგნალები შეიძლება აღწერილი იქნას, როგორც შემოსაზღვრულ სიხშირულ, ასევე დროით ინტერვალში. პერიოდული სიგნალები კი მიიღება იმპულსური სიგნალების უსასრულო რაოდენობის აჯამვის (ინტეგრირების) გზით. ამასთან ეს სიგნალები ერთმანეთისაგან გამოყოფილია გარკვეული დროითი ინტერვალით-პერიოდით. პერიოდული სიგნალები უსასრულო ენერგიით გამოირჩევა, ამიტომ ამ სიგნალების მახასიათებელ მნიშვნელოვან პარამეტრს წარმოადგენს სიგნალის **სიმძლავრის საშუალო მნიშვნელობა.**

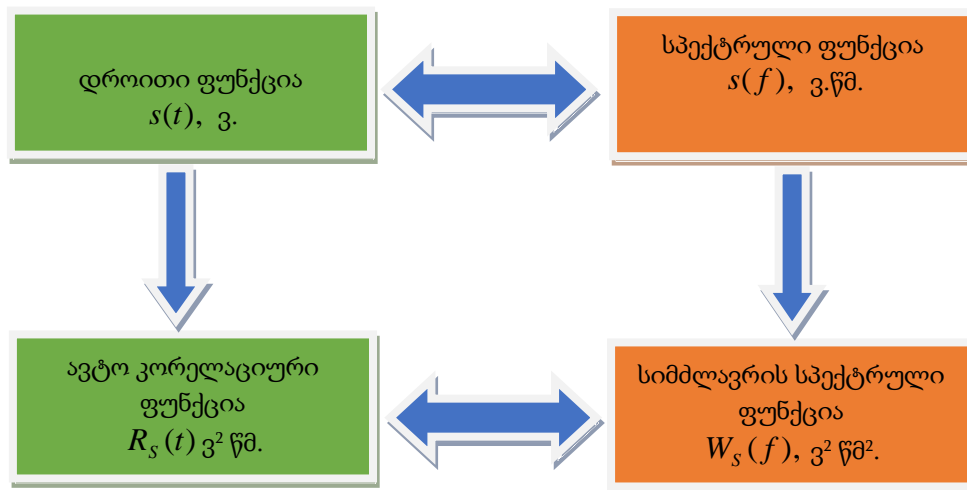
დეტერმინირებული სიგნალები შეიძლება მოცემული იყოს ფუნქციებით, რომლებიც დროის უწყვეტი ფუნქციებია, მაგრამ თუ სიგნალი მოცემულია დროითი მომენტების მხოლოდ დისკრეტულ შუალედში, მაშინ საქმე გვაქვს **დისკრეტულ სიგნალებთან.** მაშასადამე, სიგნალი შეიძლება იყოს დისკრეტული ან მიღებული იქნას ანალოგური სიგნალის დროში დისკრეტიზაციის გზით.

ამრიგად, დეტერმინირებული სიგნალები ზოგად შემთხვევაში შეიძლება განეკუთვნებოდეს ქვემოთ ჩამოთვლილ სიგნალთაგან ერთ-ერთს: **ანალოგურ-იმპულსური სიგნალები** - სპექტრი განისაზღვრება ფურიე-გარდაქმნის გზით, ხოლო სიგნალების გავრცელება წრფივ წრედებში განისაზღვრება კონვოლუციის ოპერაციით. **ანალოგურ-პერიოდული სიგნალები** - სპექტრი განისაზღვრება ფურიე-მწკრივით, ხოლო სიგნალების გავრცელება აღიწერება ციკლური კონვოლუციის ოპერაციით; **დისკრეტულ-იმპულსური სიგნალები** - სპექტრი განისაზღვრება ფურიეს

დისკრეტული გარდაქმნებით, ხოლო სიგნალების გავრცელება აღიწერება დისკრეტული კონვოლუციის მეთოდით;

**დისკრეტულ-პერიოდული სიგნალები** - სპექტრი განისაზღვრება ფურიეს დისკრეტული გარდაქმნით, ხოლო სიგნალების გავრცელება რადიოტექნიკური წრედების გავლით აღიწერება დისკრეტული კონვოლუციით.

რადიოტექნიკურ და ელექტრონული სისტემებში სიგნალების ანალიზი გულისხმობს სიგნალის დროითი ანდა სიხშირული მახასიათებლების განსაზღვრას, როგორცაა: სიგნალის დროითი ფუნქცია, ავტო-კორელაციური ფუნქცია, სიგნალის სპექტრული ფუნქცია ან სიგნალის სიმძლავრის სპექტრული ფუნქცია.



ნახ. 22. სიგნალის მახასიათებლების ურთიერთკავშირი

მზიდი სიგნალების სახით შეიძლება გამოყენებული იქნას არამხოლოდ პერიოდული რხევები, არამედ სტაციონარული შემთხვევითი პროცესები. თანამედროვე სიგნალების თეორიაში ხშირად გვხვდება  $\delta$ -ფუნქცია, რომლიც განეკუთვნება განზოგადოებული ფუნქციების კლასს, მისი გამოყენება სიგნალების სიხშირული და დროითი მახასიათებლების განსაზღვრისას ხორციელდება ფურიე-ინტეგრალის გზით უსასრულო ენერჯიის სიგნალებისათვის, მათ შორის პერიოდული სიგნალებისათვის.

შემთხვევითი პროცესებისას მოდულირებადი პარამეტრის რანგში გვევლინება შემთხვევითი პროცესების მომენტები. ასე მაგალითად, შემთხვევითი პროცესის მეორე მომენტი (სიმძლავრის მოდულაცია) წარმოადგენს ამპლიტუდური მოდულაციის ანალოგს.

რა თქმა უნდა განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს ისეთი ადაპტიური ალგორითმის შექმნას, რომელიც მოგვცემს სიგნალ-ხმაურის თანაფარდობის ყველაზე ეფექტურ მნიშვნელობას. შეიძლება ვთქვათ, რომ მოდულაციური სისტემის ეფექტურობა სწორედ სიგნალ-ხმაურის თანაფარდობით განისაზღვრება. აპარატურულად ამ თანაფარდობის დიდი სიზუსტით განსაზღვრა, მაგალითად აკუსტიკური არხებისათვის რთულია, ამიტომ არსებობს მისი განსაზღვრის რამდენიმე მეთოდი. ერთ-ერთი მათგანი მდგომარეობს სიგნალის მეორე და მეოთხე რიგის სტატისტიკური მომენტების განსაზღვრაში. ვთქვათ,  $s(t)$  - წარმოადგენს ორიგინალ სიგნალს, ხოლო  $n(t)$  - ხმაურს, ცხადია მიღებული სიგნალი იქნება:

$$S_r(t) = s(t) + n(t). \quad (10.1)$$

ამ სიგნალის მეორე და მეოთხე რიგის მომენტები შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$M^{(2)} = W(S_r \cdot S_r^*) = W(|s|^2) + W(|n|^2) = P_s + P_n, \quad (10.2)$$

$$\begin{aligned} M^{(4)} &= W((S_r \cdot S_r^*)^2) = W(|s|^4 + |n|^4) + 4W(|s|^2|n|^2) + W((s \cdot n^*)^2 + (s^* \cdot n)^2) = \\ &= k_s P_s + 4P_s P_n + k_n P_n, \end{aligned} \quad (10.3)$$

სადაც  $W$  - სიგნალისა და ხმაურის სტატისტიკურ განაწილებას (მათემატიკური მოლოდინი) აღნიშნავს,  $P_s$  და  $P_n$  - სიგნალისა და ხმაურის სიმძლავრის მნიშვნელობებია, ხოლო  $k_s$  და  $k_n$  სიგნალისა და ხმაურის, როგორც შემთხვევითი ფუნქციების განაწილების კოეფიციენტებია. (10.2) და (10.3)-დან სიგნალისა და ხმაურის სიმძლავრის მნიშვნელობებისათვის ვღებულობთ:

$$P_s = \frac{M^{(2)}(k_n - 2) \pm \sqrt{(4 - k_s k_n)(M^{(2)})^2 + M^{(4)}(k_s + k_n - 4)}}{k_s + k_n - 4}, \quad (10.4)$$

$$P_n = M^{(2)} - P_s. \quad (10.5)$$

მაშასადამე შეიძლება შევავასოთ სიგნალ-ხმაურის თანაფარდობა - **SNR (Signal to Noise Ratio)** [52]:

$$SNR_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_n} \right). \quad (10.6)$$

სიგნალის მეორე და მეოთხე რიგის სტატისტიკური მომენტების მეთოდი ჩვეულებრივ გამოიყენება ციფრული მოდულაციისას ადიტიური თეთრი გაუსური ხმაურისათვის, რომელსაც მაგალითად, წყალქვეშა აკუსტიკურ არხში იყენებენ

ხმაურის სახით FM სიგნალის გავრცელებისას. FM-სიგნალის და წყალქვეშა აკუსტიკური ტრაქტის მახასიათებლების გათვალისწინებით, ჩვენ წარმოვადგინეთ სტატისტიკური მომენტების მეთოდის გაუმჯობესებული ვარიანტი. სიგნალის მეორე ცენტრალური მომენტი ასახავს მისი განაწილების ალბათობას, ხოლო მეოთხე მომენტი განსაზღვრავს სიზუსტეს ამ განაწილებაში. FM სიგნალის სიმულაციური ანალიზი გვაძლევს ინფორმაციას მისი სტატისტიკის შესახებ. მაგალითად სიგნალის განაწილება რელეის და რეისის არხებში ემორჩილება შესაბამისად რელეისა და რეისის განაწილებას :

$$W(S) = \frac{S}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma^2}\right), \quad (10.7)$$

$$W(S) = \frac{S}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{S^2 + S_R^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{SS_R}{\sigma^2}\right), \quad (10.8)$$

სადაც  $W(S)$  - სიგნალის განაწილების სიმკვრივეა,  $\sigma$  - სიგნალის საშუალო კვადრატული გადახრაა,  $S_R$  - სიგნალის რეგულარული ნაწილის საშუალო კვადრატული მნიშვნელობაა,  $I_0$  - ბესელის ნულოვანი რიგის მოდიფიცირებული ფუნქციაა.

სიგნალის  $M^{(2)}$  მომენტი ასახავს  $SNR$  -ის ზოგად მდგომარეობას, მაშინ როდესაც  $M^{(4)}$  - რიგის მომენტი კი, მის სიზუსტეს და ალგორითმის სტაბილურობას. ამავდროულად, რადგანაც  $SNR$  გახდახრის შეფასება დამოკიდებულია მოდულაციის მეთოდზე, ვაფასებთ  $SNR$  -ის ექსცესიის კოეფიციენტს, რომელიც თავის მხრივ დამოკიდებულია მოდულაციის სახეზე და არხის ტიპზე. განვიხილოთ მზიდი სიგნალი სიხშირით 25 კჰც, რომელიც ვრცელდება რაისის არხში, დისკრეტიზაციის სიხშირე ჩავთვალოთ 200 კჰც-ის ტოლად, მაშინ, ჩვენ შეგვიძლია მიღებული  $S_r(t)$  სიგნალის შეფასება სტატისტიკური მომენტების საფუძველზე. სიმულაციური მოდელი მოცემულ შემთხვევაში წარმოადგენს ღრმა წყალქვეშა აკუსტიკური გარემოს ანალოგს, ხოლო თუ გამოვიყენებთ რელეის არხს, მაშინ ის წარმოადგენს წყალქვეშა ზედაპირული აკუსტიკური გარემოს ანალოგს. დგინდება, რომ FM სიგნალისათვის  $SNR$  დიაპაზონი მოთავსებულია [5 დბ, 35 დბ] შუალედში. სიგნალის ექსცესიის კოეფიციენტი დამოკიდებულია მის სტატისტიკასთან და მუდმივი სიდიდეა. მაგალითად წყალქვეშა აკუსტიკური არხისათვის  $k_s = 1.5$ . წყალქვეშა აკუსტიკური

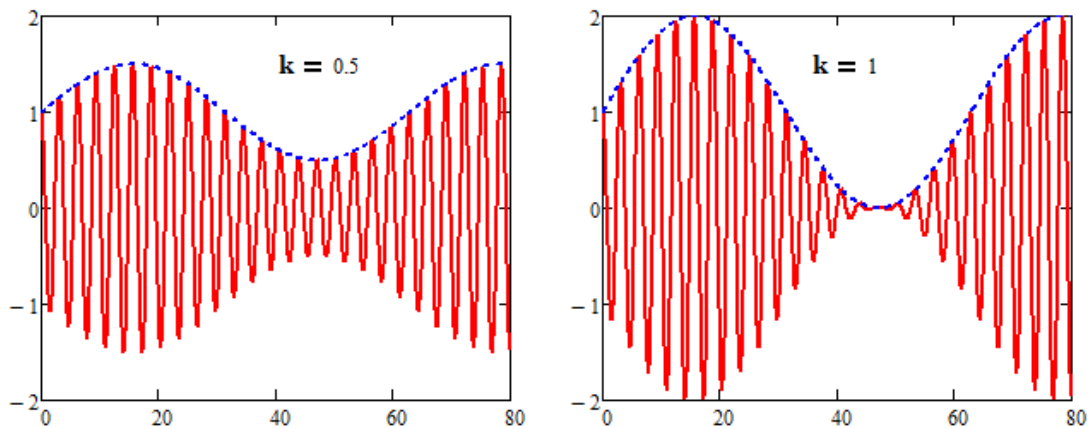
არხის პარამეტრების მიხედვით აკუსტიკური ხმაურის არხის სიმულაციური ანალიზი ხმაურის ექსცესიის კოეფიციენტისათვის ვღებულობთ:  $k_n = 2.3$  რაისის არხისათვის და  $k_n = 2.8$  რელეის არხისათვის.

## §11. AM-სიგნალები რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებებით

AM-სიგნალები ანალოგური მოდულაციის ის სახეა, რომელიც პრაქტიკაში პირველად დაინერგა. დღეისათვის AM-მოდულაცია გამოიყენება მხოლოდ რადიომაუწყებლობაში შედარებით დაბალ სიხშირეებზე (სიხშირული დიაპაზონი არ აღემატება მოკლე ტალღურ დიაპაზონს). ამის მიზეზი დაბალი მარგი ქმედების კოეფიციენტია (მეკ). მოდულაციის ეს სახე შეესაბამება  $s(t) \rightarrow u(t)$  გარდაქმნას,  $\omega = const$ ,  $\varphi = const$  პირობებში. AM-სიგნალი შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$u(t) = U_0 [1 + ks(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (11.1)$$

სადაც  $U_0 = const$  - მზიდი სიგნალის ამპლიტუდაა,  $s(t)$  მამუდოლირებელი სიგნალია, ხოლო  $k$  - მოდულაციის კოეფიციენტი.



ნახ.23. მოდულირებული სიგნალი ( $k = 0.5$ ) და ღრმა მოდულაცია ( $k = 1$ )

მოდულაციის კოეფიციენტი ახასიათებს ამპლიტუდური მოდულაციის სიღრმეს. მარტივ შემთხვევაში, როცა მამოდულირებელი სიგნალი შეიძლება წარმოადგენილი იქნას ერთსიხშირიანი ჰარმონიული რხევების საშუალებით,  $S_0$  ამპლიტუდით, მაშინ  $k = S_0/U_0$ . ფაქტია, რომ მოდულაციის კოეფიციენტის მნიშვნელობა მოთავსებულია 0-დან 1-მდე შუალედში. როცა  $k < 1$  მზიდი სიგნალის მომვლების ფორმა სრულად იმეორებს  $s(t)$  სიგნალის ფორმას ( $s(t) = \sin(\omega_s t)$ ). მოდულაციის მცირე სიღრმისას ( $M \ll 1$ ) გადასაცემი ინფორმაციული სიგნალის სიმპლავრე გაცილებით მცირე იქნება მზიდი სიგნალის სიმპლავრეზე და გადამცემის სიმპლავრე არაეკონომიურად იხარჯება. ნახ.23-ზე მოცემულია ე.წ. ღრმა

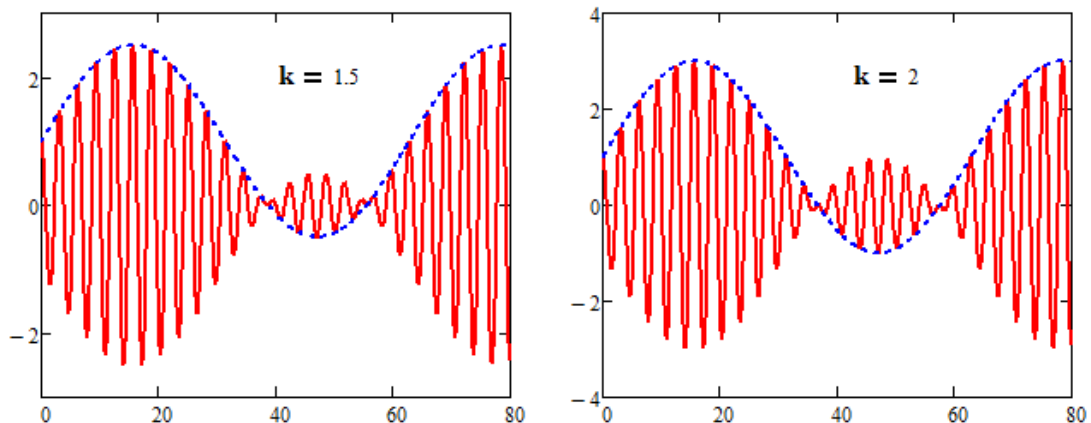
მოდულაციის მაგალითი, რომლის დროსაც მოდულაციის კოეფიციენტი მისწრაფვის  $k \rightarrow 1$ ,  $s(t)$  ფუნქციის ექსტრემალურ წერტილებში. დრმა მოდულაციისას სარგებლობენ აგრეთვე ზედა მოდულაციის ფარდობითი კოეფიციენტის ცნებით:

$$k_h = \frac{U_{0\max} - U_0}{U_0},$$

რომელსაც ჩვეულებრივ პროცენტებში გამოსახავენ.

ასპროცენტიანი მოდულაცია ( $k = 1$ ) განაპირობებს სიგნალების დამახინჯებას გადამცემის გადატვირთვისას, როდესაც უკანასკნელს გააჩნია ამპლიტუდით შემოსაზღვრული დინამიკური დიაპაზონი, ან გადამცემის შემოსაზღვრული სიმძლავრე (მზიდი რხევების ამპლიტუდის ორჯერ გაზრდა განაპირობებს სიმძლავრის ოთხჯერ გაზრდას).

როცა  $k > 1$ , ადგილი აქვს ე.წ. გადამოდულირებას. ამ შემთხვევის მაგალითი მოცემულია ნახ.24-ზე. გადამოდულირებისას სიგნალის მომვლების ფორმა მახინჯდება მამოდულირებელი სიგნალის ფორმასთან შეფარდებით. დემოდულაციის შემდეგ, თუ გამოიყენება სიგნალის მიღების მარტივი მეთოდები, ინფორმაცია შეიძლება დამახინჯდეს.



ნახ.24. გადამოდულირება. მოდულაციის კოეფიციენტის სხვადასხვა მნიშვნელობის შემთხვევა.

მოდულირებული სიგნალის მარტივი ფორმა იქმნება ერთტონალური ამპლიტუდური მოდულაციის შემთხვევაში, როცა სიგნალის მოდულაცია წარმოებს ერთი ჰარმონიული  $\Omega$  სიხშირით:

$$u(t) = U_0 [1 + k \cdot \cos(\Omega t)] \cos(\omega_0 t). \quad (11.2)$$



საწყისი ფაზური კუთხის მნიშვნელობა მოცემულ შემთხვევაში და შემდეგშიც, თუ მას არ ექნება რაიმე განსაკუთრებული მნიშვნელობა ნულის ტოლად შეიძლება მივიჩნიოთ. ვისარგებლოთ ტრიგონომეტრიული გარდაქმნით:

$$\cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)],$$

(11.2) მიიღებს სახეს:

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{U_0 k}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t] + \frac{U_0 k}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t]. \quad (11.3)$$

მამოდულირებელი რხევები გადაადგილდება  $\omega_0$  სიხშირის არეში და იყოფა ორ რხევად, რომლებიც სიმეტრიულია  $\omega_0$  სიხშირის მიმართ.  $(\omega_0 + \Omega)$  შეესაბამება ზედა კიდურა სიხშირეს, ხოლო  $(\omega_0 - \Omega)$  ქვედა კიდურა სიხშირეს. კიდურა სიხშირეებზე რხევის ამპლიტუდები ერთმანეთის ტოლია. 100%-იანი მოდულაციის შემთხვევაში მზიდი სიგნალის ამპლიტუდის ნახევარს უტოლდება. მოდულირებული სიგნალის ფიზიკური სპექტრის სიგანე ორჯერ აღემატება მოდულაციის სიგნალის სპექტრის სიგანეს.

AM -სიგნალის მყისიერი სიმძლავრე წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$u(t) = u_{car}(t) + u_{hl}(t) + u_{dl}(t), \quad (11.4)$$

$$p(t) = u^2(t) = u_{car}^2(t) + u_{hl}^2(t) + u_{dl}^2(t) + 2u_{car}(t)u_{hl}(t) + 2u_{car}(t)u_{dl}(t) + 2u_{hl}(t)u_{dl}(t), \quad (11.5)$$

სადაც:  $u_{car}(t)$  - მზიდი სიგნალია (carrier signal),  $u_{hl}(t)$  - სიგნალია ზედა კიდურა სიხშირეზე (high limited),  $u_{dl}(t)$  - სიგნალია ქვედა კიდურა სიხშირეზე (down limited).

სიგნალის საშუალო სიმძლავრის გამოსაანგარიშებლად გავსაშუალოოთ  $p(t)$  ფუნქცია დროითი:

$$P_u = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt, \quad (11.6)$$

შესაბამისად:

$$P_u = P_{car} + P_{hl} + P_{dl} = \frac{U_0^2}{2} + \frac{(U_0 k)^2}{4}. \quad (11.7)$$

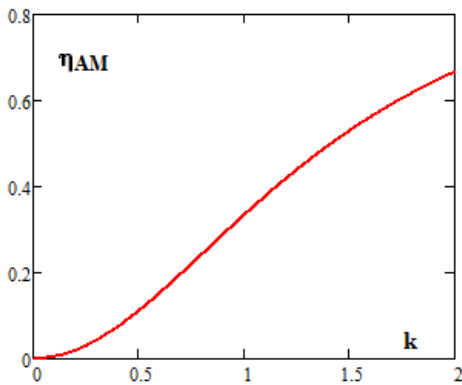
კიდურა სიხშირეებზე მოსული სიმძლავრის წილი იქნება:

$$\frac{P_{hl} + P_{dl}}{P_{car}} = \frac{k^2}{2}, \quad (11.8)$$

არ აღემატება 50%, 100%-იანი მოდულაციის შემთხვევაშიც კი.

მოდულირებული სიგნალების სასარგებლო სიმძლავრის ქვეშ ვგულისხმობთ მზიდი ინფორმაციის სიმძლავრეს. ე.ი. მოცემულ შემთხვევაში სიმძლავრეს კიდურა სიხშირეებზე. AM მოდულაციის მარგი ქმედების კოეფიციენტი წარმოადგენს კიდურა სიხშირეებზე მოსული სიმძლავრის ფარდობას მოდულირებული სიგნალის საშუალო სიმძლავრესთან:

$$\eta_{AM} = \frac{U_0^2 k^2}{4P_u} = \frac{k^2}{k^2 + 2}. \quad (11.9)$$



ნახ.25. ამპლიტუდა-მოდულირებული სიგნალის მარგი ქმედების კოეფიციენტის დამოკიდებულება მოდულაციის კოეფიციენტზე.

როგორც ნახ.25-იდან ჩანს, მაშინაც კი როცა  $k = 1$ , ამპლიტუდური მოდულაციის მარგი ქმედების კოეფიციენტი შეადგენს მხოლოდ 33%-ს, ხოლო პრაქტიკაში კი კიდევ უფრო ნაკლები 20%-ია. მოდულირებული სიგნალებისათვის მნიშვნელოვანია პიკური სიმძლავრის მნიშვნელობა  $P_{max}$ , რომელიც ერთტონალური AM -სიგნალის შემთხვევაში განისაზღვრება ფორმულით:

$$P_{max} = U_0^2(1 + k^2). \quad (11.10)$$

ერთტონალური AM -სიგნალისაგან განსხვავებით მრავალტონალურ მოდულირებულ სიგნალს გააჩნია შერეული სპექტრალური შემადგენლობა. ასეთი სიგნალის მათემატიკური მოდელი შეიძლება აპროქსიმირებული იქნას ტრიგონომეტრული ჯამით უსასრულობის ფარგლებში:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(\Omega_n t + \phi_n), \quad (11.11)$$

სადაც  $a_n$  ამპლიტუდებისა და  $\phi_n$  ფაზების მნიშვნელობები შეესაბამება  $\Omega_n$  სიხშირეების ზრდად მნიშვნელობებს. (11.10) გავითვალისწინოთ (11.1)-ში და შევცვალოთ ნამრავლი  $ka_n$  მოდულაციის პარციალური (ნაწილობრივი) კოეფიციენტებით  $k_n = ka_n$ , მივიღებთ განზოგადებულ გამოსახულებას AM - სიგნალისა და მისი სპექტრისათვის:

$$u(t) = U_0 \left[ 1 + \sum_{n=1}^N k_n \cos(\Omega_n t + \phi_n) \right] \cos(\omega_0 t + \phi_0), \quad (11.12)$$

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{U_0}{2} \sum_{n=1}^N k_n \cos[(\omega_0 + \Omega_n)t + \phi_0 + \phi_n] + \frac{U_0}{2} \sum_{n=1}^N k_n \cos[(\omega_0 - \Omega_n)t + \phi_0 - \phi_n]. \quad (11.13)$$

AM-სიგნალის სპექტრი შეიცავს ზედა და ქვედა სიხშირეთა ზოლებს მზიდი  $\omega_0$  სიხშირის მიმართ, შესაბამისად, AM-სიგნალის სპექტრის სრული სიგანე ტოლია მამოდულირებელი სიგნალის გაორმაგებული სიგანის. მაგალითად, 1 კმ კოაქსიალური კაბელის სიხშირული დიაპაზონი მოთავსებულია 0-200კჰც ფარგლებში. გამზომი რეგისტრატორების სიხშირული დიაპაზონი 5-5000 ჰც-ია. იბადება კითხვა, ერთდროულად რეგისტრატორების რა რაოდენობიდან შეიძლება ინფორმაციის გადაცემა ამ კაბელის გავლით? მინიმალური მზიდი სიხშირე რამოდენიმე რიგით მაღლა უნდა იყოს მამოდულირებელი სიხშირის მაქსიმალურ სიხშირეზე, ე.ი. დაახლოებით 50კჰც-ის ფარგლებში. ერთი რეგისტრატორიდან სიგნალის გადაცემისათვის საჭიროა სიხშირული დიაპაზონი  $2 \cdot 5 = 10$  კჰც პლიუს ცარიელი დამცავი ინტერვალი გადამფარავი ხმაურისაგან დაცვის მიზნით, დაახლოებით 1კჰც-ის ოდენობით. ე.ი ჯამში 11 კჰც. ინფორმაციის გადამცემი არხების საერთო რაოდენობა იქნება:  $(200-50+5)/11=14$  არხი.

AM-სიგნალების ავტოკორელაციური ფუნქცია შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$B_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t-\tau)dt. \quad (11.14)$$

ცხადია, მუდმივი ფაზა არ მოქმედებს ავტოკორელაციური ფუნქციის ფორმაზე. ვთქვათ:

$$u(t) = U(t) \cos(\omega_0 t),$$

$$u(t-\tau) = U(t-\tau) \cos[\omega_0(t-\tau)],$$

იმის გათვალისწინებით, რომ:

$$\cos(\omega_0 t) \cos[\omega_0(t-\tau)] = \frac{1}{2} \cos(\omega_0 \tau) + \frac{1}{2} \cos[\omega_0(2t-\tau)];$$

$$B_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U(t-\tau)dt;$$

მივიღებთ:

$$B_u(\tau) = \frac{\cos(\omega_0\tau)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U(t-\tau)dt + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U(t-\tau) \cos[\omega_0(2t-\tau)]dt. \quad (11.15)$$

(11.15)-ში მეორე ინტეგრალი მნიშვნელოვნად მცირეა პირველზე, რადგან  $U(t)U(t-\tau)$  მდორედ ცვლადი ნამრავლია  $2\omega_0$  სიხშირით ძლიერ ოსცილირებად წევრზე, ამიტომ:

$$B_u(\tau) \approx \frac{\cos(\omega_0\tau)}{2} B_U(\tau). \quad (11.16)$$

სიგნალის სრული ენერგია მაღალსიხშირული რხევების მიხედვით გასაშუალოების საფუძველზე მიიღება:

$$B_u(0) \cong \frac{1}{2} B_U(0),$$

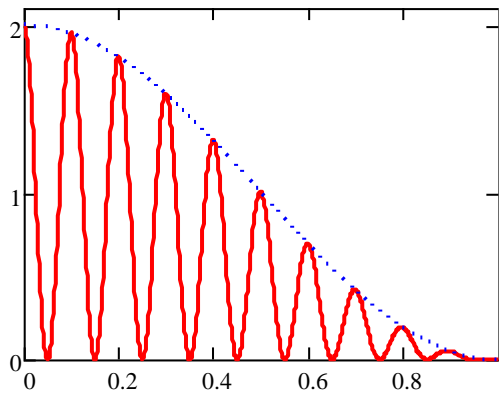
$$B_u(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)u(t-\tau)dt. \quad (11.17)$$

AM-სიგნალის დემოდულაცია შეიძლება განხორციელდეს რამდენიმე ხერხით. ყველაზე მარტივი ხერხი არის - ორი ნახევარპერიოდული დეტექტირება, რომელიც გულისხმობს მზიდი სიგნალის მოდულის გამოთვლას ერთპოლარული ნახევარპერიოდების თანმიმდევრული დაგლუვებით დაბალი სიხშირის ფილტრებით.

ორი ნახევარპერიოდული დეტექტირებისას სპექტრში ჩნდება მეორე, მესამე და უფრო მაღალი ჰარმონიკები, ამასთან მეორე ჰარმონიკის ენერგია არ აღემატება მზიდი სიგნალის 2%-ს, ხოლო დანარჩენი კიდევ უფრო უმნიშვნელოა. დემოდულატორები სიგნალების დეტექტირებისას გამოყოფენ, მხოლოდ დაბალსიხშირულ ინფორმაციულ სიგნალს და ახშობენ ყველა სხვა სიხშირეს, მზიდი სიგნალის მუდმივი მდგენელის ჩათვლით. სიგნალის გადამოდულირებისას პირველადი ინფორმაციული სიგნალი აღდგება ცდომილებით.

დემოდულაციის მეორე გავრცელებული მეთოდი არის - სინქრონული დეტექტირება. სინქრონული დეტექტირებისას მოდულირებული სიგნალი მრავლდება მზიდი სიგნალის სიხშირის ზღვრულ რხევაზე, რხევების ფაზური კუთხეების გათვალისწინების გარეშე:

$$y(t) = u(t) \cos(\omega_0 t) = U(t) \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} U(t) + \frac{1}{2} U(t) \cos(2\omega_0 t). \quad (11.18)$$



ნახ.26.  $y(t)$  (უწყვეტი) და  $U(t)$  (წყვეტილი) დამოკიდებულება

როგორც უკანასკნელი გამოსახულებიდან გამომდინარეობს, სიგნალი იყოფა ორ წევრად: პირველი მათგანი იმეორებს პირველად მოდულირებად სიგნალს, ხოლო მეორე მოდულირებულ სიგნალს გაორმაგებული  $2\omega_0$  მზიდი სიგნალით. ორი ნახევარპერიოდიანი და სინქრონული დეტექტირების ვიზუალური შედარება, თვალნათლივ გვაჩვენებს პროცესების

პრაქტიკულად სრულ მსგავსებას. თუმცა, სინქრონული დეტექტირებისას მიღებული ახალი მზიდი სიგნალის ფორმა წარმოადგენს სუფთა ჰარმონიკს, განსხვავებით ორი ნახევარპერიოდული დეტექტირებისაგან. ამ უკანასკნელის შემთხვევაში ახალი მზიდი სიგნალის ფორმა ცხადად შეიცავს შედარებით მაღალი სიხშირის დამატებით ჰარმონიკებს. ფიზიკურად სიგნალის ამპლიტუდური სპექტრი სინქრონული დეტექტირებისას მსგავსია ანალოგური სპექტრისა, რომელიც მიიღება ორი ნახევარპერიოდული დეტექტირების დროს, თუმცა, ცალსახად შეესაბამება მოდულირებული სიგნალის სპექტრს. მოდულირებული სიგნალის ჰარმონიკების ამპლიტუდები  $2\omega_0$  სიხშირეზე ორჯერ მცირეა შემავალი სიგნალის ამპლიტუდაზე. სიგნალის მუდმივი მდგენელი უტოლდება მზიდი სიგნალის ამპლიტუდას  $\omega_0$  მზიდ სიხშირეზე და არ არის დამოკიდებული მოდულაციის სიღრმეზე. დემოდულირებული ინფორმაციული სიგნალის ამპლიტუდა 2-ჯერ მცირეა პირველადი მოდულირებადი სიგნალის ამპლიტუდაზე. სინქრონული დეტექტირების განსაკუთრებულობა იმაში მდგომარეობს, რომ ის არ არის დამოკიდებული მოდულაციის სიღრმეზე, ე.ი. მოდულაციის კოეფიციენტი შეიძლება 1-ზე მეტიც კი იყოს. მაგრამ, სინქრონული დეტექტირებისას საჭიროა მოდულატორის ზღვრული რხევებისა და AM-სიგნალის მზიდი ჰარმონიკის ფაზათა და სიხშირეთა ზუსტი თანხვედრა.

ზღვრული რხევების ფაზის  $\Delta\omega$ -თი წანაცვლებისას მზიდი სიხშირის მიმართ დემოდულატორის გამომავალი სიგნალი აღმოჩნდება ფაზური ცდომილების კოსინუსზე გამრავლებული:

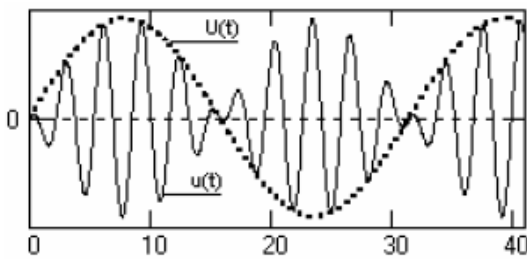
$$y(t) = U(t) \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t - \Delta\omega) = \frac{1}{2} U(t) \cos(-\Delta\omega t) + \frac{1}{2} U(t) \cos[(2\omega_0 - \Delta\omega)t].$$

შესაბამისად სიგნალის ამპლიტუდა მცირდება, ხოლო როცა  $\Delta\omega = \pi/2$  ნულის ტოლი ხდება. ამასთან დემოდულატორის გამოსავალზე სიგნალი პულსირებას იწყებს (beat - ცემა)  $\Delta\omega$  სიხშირით.

მზიდი სიგნალისა და ზღვრული რბევების სიხშირული და ფაზური სინქრონიზაციისათვის დემოდულატორებში ჩვეულებრივ გამოიყენება ფაზური ავტორეგულატორები.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ამპლიტუდური მოდულაცია მზიდი სიგნალის ჩახშობით. როგორც ზემოთ მოყვანილი მონაცემებიდან ირკვევა, AM-სიგნალის სიმპლავრის ძირითადი ნაწილი მოდის მზიდ სიხშირეზე. **ბალანსური მოდულირებისას** ადგილი აქვს ორი მოდულირებული და მზიდი სიგნალის გადამრავლებას, რითაც ხორციელდება მზიდი სიგნალის ჩახშობა. შესაბამისად, მოდულაციის მქ 100%-ის ტოლი ხდება. ასე მაგალითად, ერთტონალური სიგნალისათვის (საწყისი ფაზების გათვალისწინების გარეშე), როცა:  $U(t) = k \cos(\Omega t)$ , გვაქვს:

$$u(t) = U_m k \cos(\Omega t) \cos(\omega_0 t) = \frac{U_m k}{2} \{ \cos[(\omega_0 + \Omega)t] + \cos[(\omega_0 - \Omega)t] \}, \quad (11.19)$$



ნახ. 27. ბალანსური მოდულაცია

მოყვანილია ნახ.27-ზე. ანალოგიურად მრავალტონალური ბალანსურ მოდულირებულ სიგნალს გააჩნია  $\omega_0$  სიხშირის მიმართ ორი სიმეტრიული ჯგუფი, რომლებიც შეესაბამება ზედა და ქვედა კიდურა რბევებს:

$$u(t) = \frac{U_m}{2} \left\{ \sum_{n=1}^N k_n \cos[(\omega_0 + \Omega_n)t + \Phi_n] + \sum_{n=1}^N k_n \cos[(\omega_0 - \Omega_n)t - \Phi_n] \right\}. \quad (11.20)$$

მზიდი სიგნალის ჩახშობის ფიზიკური არსი შემდეგში მდგომარეობს:  $U(t)$  ცემის მომვლების ნულზე გადასვლისას მზიდი სიხშირის ფაზა მაღალსიხშირულ

არეში ნახტომისებურად იცვლება  $180^\circ$  -ით, რადგან მომვლების კოსინუსის ფუნქციას ნულების მიმართ მარცხნივ და მარჯვნივ სხვადასხვა ნიშანი აქვს. ამასთან, საკმარისად მაღალი ეფექტურობის მქონე სისტემებშიც კი (ე.ი. სისტემებში მინიმალური ენერჯის დანაკარგებით), რომლებიც  $\omega_0$  მზიდ სიხშირეზე არის გათვლილი ცემით ერთ პერიოდში აღზნებული რხევები ჩახშობადი იქნება მომდევნო პერიოდში აგზნებული რხევებით.

თუმცა ბალანსურ მოდულაციას არ შეიძლება ჰქონდეს ფართო გამოყენება სიგნალების დემოდულაციასთან დაკავშირებული პრობლემების გამო. პრინციპში, სინქრონული დეტექტირება ბალანსური მოდულაციისათვის, ისევე როგორც AM-სიგნალისათვის დემოდულაციის უპრობლემოდ განხორციელების საშუალებას იძლევა, მაგრამ, მხოლოდ მაშინ, როცა ცნობილია ზუსტი მზიდი სიგნალის სიხშირე და ზღვრული სიხშირის მზიდ სიხშირესთან ზუსტი ფაზური სინქრონიზაცია. პრობლემა იმაშია, რომ დემოდულატორში შემავალ სიგნალში ბალანსური მოდულაციისას მზიდი სიხშირე არ გვაქვს და შესაბამისად სინქრონიზაცია შეუძლებელი ხდება. ამ სირთულის გადაწყვეტას წარმოადგენს, მზიდი სიგნალის არასრული ჩახშობა, მოდულირებულ სიგნალში ტოვებენ გარკვეულ „ნარჩენს“ (პილოტ-სიგნალს), რომელიც გამოიყენება ფაზოსიხშირული ავტოსინქრონიზაციისათვის დემოდულაციისას.

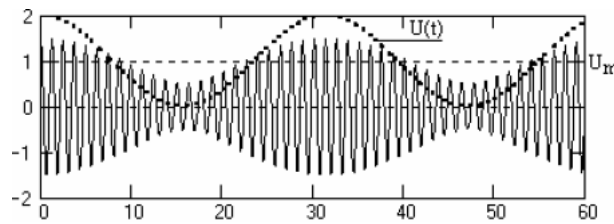
ზედა და ქვედა კიდურა სიხშირეებზე ინფორმაციის იდენტიფიკაციისათვის მათი ერთდროული გადაცემის არანაირი აუცილებლობა არ არსებობს. ერთ-ერთი მათგანი გადაცემამდე შეიძლება უგულებელვყოთ (წავშალოთ), რითაც შესაძლებელი ხდება სიგნალის მიერ დაკავებული სიხშირული ზოლის ორჯერადი შემცირება. სიგნალის განტოლება ერთი კიდურა ზოლით (single side band - SSB) შეიძლება მიღებული იქნას უშუალოდ (11.13)-დან. ზედა ან ქვედა კიდურა ზოლისათვის შეიძლება ჩავწეროთ:

$$u(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m}{2} \sum_{n=1}^N k_n \cos[(\omega_0 \pm \Omega_n)t + \varphi_0 \pm \phi_n]. \quad (11.21)$$

ნიშანი „+“ ზედა კიდურა ზოლს მიუთითებს, ხოლო „-“ - კი ქვედა კიდურა ზოლს.

ერთპოლუსიანი ამპლიტუდა-მოდულირებული სიგნალის გარეგნული ფორმა ერთტონალური სიგნალისათვის ემთხვევა ჩვეულებრივ AM სიგნალს (ნახ.28), მაგრამ

არ არის რთული შესამჩნევი, რომ მისი მომვლები, განსხვავდება  $U(t)$  -ს მომვლებისაგან (ნახ.28-ზე ის ნაჩვენებია პუნქტირით).



ნახ. 28. ერთპოლუსური ამპლიტუდური მოდულაცია

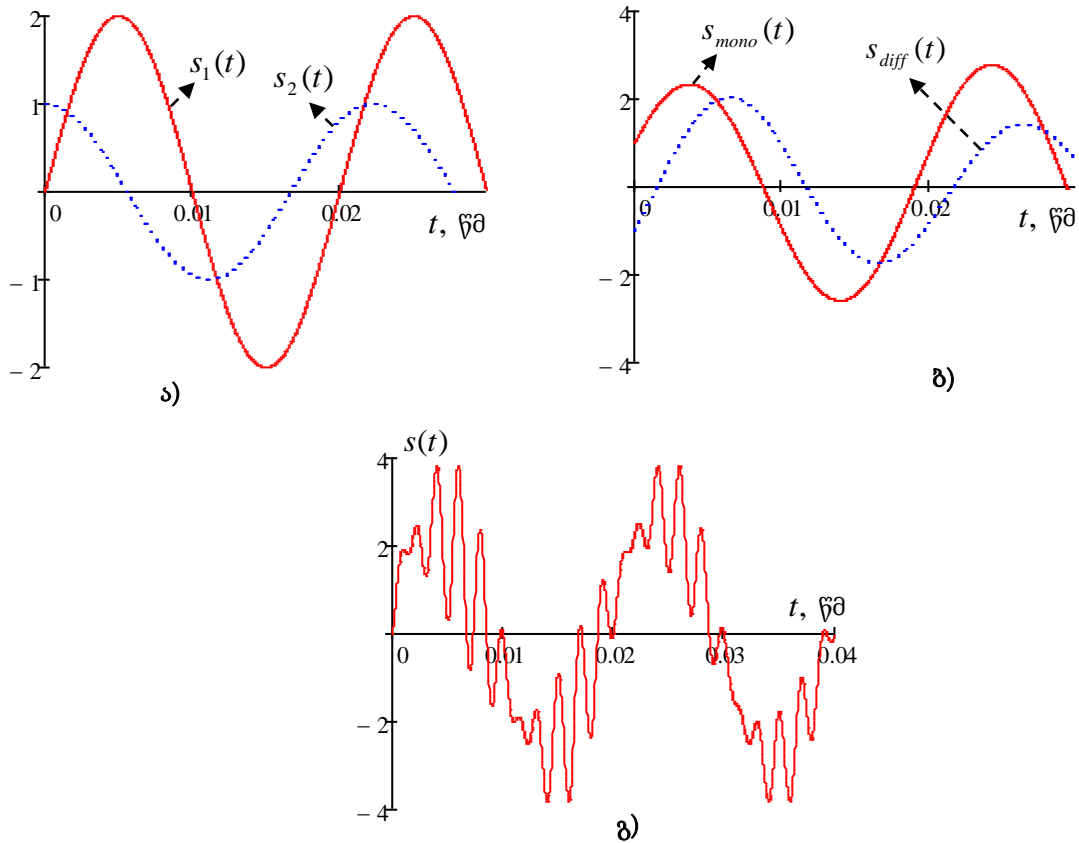
ერთპოლუსიანი ამპლიტუდური სიგნალის დემოდულაციისას შეიძლება გამოყენებული იქნას, როგორც ორპერიოდიანი, ასევე სინქრონული დეტექტირება. რა თქმა უნდა დემოდულაციის შედეგი განსხვავდება

AM-სიგნალის დემოდულაციის შედეგისაგან და ეს განსხვავება მხოლოდ გამომავალი სიგნალის ამპლიტუდაში აისახება, კერძოდ ერთპოლუსიანი ამპლიტუდური სიგნალის დემოდულაციის შედეგი ამპლიტუდით 2-ჯერ მცირეა AM-სიგნალის დემოდულაციის შედეგზე.

ერთპოლუსიანი მოდულაციისას შესაძლოა განხორციელდეს მზიდი სიგნალის ჩახშობაც (სრული ან ნაწილობრივი, ნარჩენი პილოტ-სიგნალის არსებობის ფონზე). სრული მოდულაცია საშუალებას იძლევა გადავწყვიტოთ კონკრეტული ტექნიკური დავალება - ამოცანა, კერძოდ ორი სიგნალის ერთდროული გადაცემა. მაგალითად ასეთ შემთხვევას აქვს ადგილი სიგნალის სტერეოგადაცემისას. განვიხილოთ სრული მოდულაცია სიგნალის სტერეოგადაცემისას.

სტერეოგადაცემის სისტემებით აუცილებელია ერთდროულად გადავცეთ ორი სიგნალი  $s_1(t)$  და  $s_2(t)$  (მარცხენა და მარჯვენა არხი) იმ პირობით, რომ ადგილი უნდა ქონდეს მათ შერევას მონოფონურ მიმღებებში. ამ პირობის შესასრულებლად იქმნება სპეციალური მოდულირებელი სიგნალი. სიგნალის შექმნის პროცესი ასახულია ნახ. 29-ზე. საწყისი  $s_1(t)$  და  $s_2(t)$  სიგნალები წარმოადგენენ ჰარმონიულ სიგნალებს.





ნახ.29. ა) საწყისი ჰარმონიული სიგნალები; ბ) მონოფონური და სხვაობიანი სიგნალების ფორმირება; გ) კომპოზიტური სიგნალის ფორმირება.

მოდულირებული სიგნალი ფორმირდება ორი სიგნალისაგან: მონოფონური სიგნალისაგან და სხვაობიანი სიგნალისაგან. მონოფონური სიგნალი კი ფორმირდება ორი პირველი სიგნალის ჯამისაგან, ხოლო სხვაობიანი სიგნალი კი მათი სხვაობისაგან:

$$s_{mono}(t) = s_1(t) + s_2(t), \quad s_{diff}(t) = s_1(t) - s_2(t),$$

შესაბამისად მონოფონური სიგნალი და სხვაობიანი სიგნალი საშუალებას იძლევა აღვადგინოთ პირველადი სიგნალები:

$$s_1(t) = \frac{s_{mono}(t) + s_{diff}(t)}{2}, \quad s_2(t) = \frac{s_{mono}(t) - s_{diff}(t)}{2}.$$

მონოფონური სიგნალი ძირითად სიგნალს წარმოადგენს და არ იცვლება სიხშირის მიხედვით. სწორედ ეს გარემოება საშუალებას იძლევა მიღებული იქნას ის მონოფონური მოწყობილობის საშუალებით. ერთდროული გადაცემის მიზნით მონოფონური და სხვაობიანი სიგნალი მზიდ  $\omega_0$  სიხშირეზე (subcarrier) ჯამდება.

რატემა უნდა მზიდი  $\omega_0$  სიხშირე განლაგებულია სიხშირეთა ბგერითი დიაპაზონის მიღმა (ულტრაბგერის არეში) და მოდულირდება სხვაობიანი სიგნალით (მოდულაციის კოეფიციენტი მყარდება - დგინდება  $A_0$  წანაცვლების მნიშვნელობით):

$$s(t) = s_{mono}(t) + [A_0 + s_{diff}(t)] \cos(\omega_0 t).$$

მიღებული კომპოზიტური სიგნალი შესაძლოა გამოყენებული იქნას მოდულირებადი სიგნალის რანგში ნებისმიერი მოდულაციისას, მათ შორის კუთხური მოდულაციის შემთხვევაში. პრაქტიკაში, კომპოზიტურ სიგნალს მზიდ სიხშირეზე სრულად ან ნაწილობრივ ახშობენ. ჩახშობა მზიდ სიხშირეზე წანაცვლების მნიშვნელობის ცვლილებით ხორციელდება  $A_0 \rightarrow 0$ . ამ დროს სხვაობიანი სიგნალი გადადის გადამოდულირების რეჟიმში, ხოლო კომპოზიტური სიგნალის ამპლიტუდების დინამიკური დიაპაზონი მცირდება ორჯერ.

ახლა განვიხილოთ შემთხვევითი AM-პროცესი, ვთქვათ:

$$u(t) = U_0 [1 + \eta(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (11.22)$$

სადაც,  $\eta(t)$  შემთხვევითი პროცესია.  $U(t) = U_0 [1 + \eta(t)] \geq 0$  - ამპლიტუდის მომვლებს განსაზღვრავს, ხოლო  $\varphi_0$  - ფაზა შემთხვევითი სიდიდეა და თანაბრადაა განაწილებული  $(-\pi; \pi)$  დიაპაზონში:

$$\omega(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi < \varphi_0 < \pi. \quad (11.23)$$

ჩავთვალოთ, რომ  $\langle \eta \rangle = 0$ , მაშინ კორელაციური ფუნქციისათვის გვექნება:

$$\langle \eta \eta_\tau \rangle = B_0(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (11.24)$$

(11.22) ფორმულით განსაზღვრული სიგნალის სპექტრს ექნება სახე:

$$G_0(\omega) = \frac{U_0^2}{4} [\delta(\omega_0 - \omega) + \delta(\omega_0 + \omega) + G_0(\omega_0 - \omega) + G_0(\omega_0 + \omega)], \quad (11.25)$$

$G_0(\omega) = 0$  როცა  $|\omega| > \omega_0$ , მაშინ (11.25)-ის თანახმად AM-რხევების სპექტრი დადებითი სიხშირეების მიხედვით იქნება:

$$G_0^+(\omega) = \frac{U_0^2}{2} [\delta(\omega_0 - \omega) + G_0(\omega_0 + \omega)]. \quad (11.26)$$

AM-რხევების სპექტრი სიმეტრიულია  $\omega_0$ -მზიდი სიხშირის მიმართ:

$$G_0^+(\omega_0 + \Omega) = G_+(\omega_0 - \Omega) = \frac{U_0^2}{2} [\delta(\Omega) + G_0(\Omega)], \quad (11.27)$$

(11.27) გამოსახულებაში სპექტრს გააჩნია ორი კომპონენტი დისკრეტული და უწყვეტი კომპონენტი. დისკრეტული კომპონენტი,  $(U_0^2/2)\delta(\omega_0 - \omega)$  მოთავსებულია მზიდი სიგნალის მომვლელზე, ხოლო უწყვეტი კომპონენტი კი  $(U_0^2/2)G_0(\omega_0 - \omega)$  აღნიშნავს ხმაურით მოდულირებული სიგნალის მომვლელს.

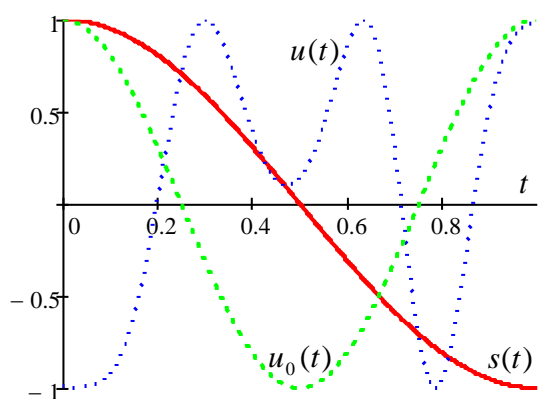
## §12. კუთხური მოდულაცია რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებით

კუთხური მოდულაციის (angle modulation) შემთხვევაში რხევის ფორმის მიხედვით შეუძლებელია დავადგინოთ თუ რომელ მოდულაციას სინშირულს (FM) თუ ფაზურს (PM) მიეკუთვნება მოცემული სიგნალი. უფრო მეტიც, მდორე  $s(t)$  ფუნქციის შემთხვევაში ისინი პრაქტიკულად ფორმით ერთმანეთისაგან არც კი განსხვავდებიან.

ფაზური მოდულაციისას (PM – phase modulation) მუდმივ მზიდ  $\omega_0$  სინშირეზე ფაზური კუთხის მნიშვნელობა პროპორციულია მამოდულირებელი  $s(t)$  სიგნალის ამპლიტუდის. შესაბამისად PM-სიგნალის განტოლება შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + ks(t)], \quad (12.1)$$

სადაც  $k$  - პროპორციულობის კოეფიციენტი. ერთტონალური PM-სიგნალის მაგალითი მოცემულია ნახ.30-ზე. როცა  $s(t) = 0$ , PM-სიგნალი წარმოადგენს მარტივ ჰარმონიულ რხევას, რომელსაც ნახაზზე შეესაბამება  $u_0(t)$  -ს გრაფიკი.  $s(t)$  -ს მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად რხევის სრული ფაზა  $\Psi(t) = \omega_0 t + ks(t)$  - დროში სწრაფად იზრდება და ასწრებს ფაზის  $\omega_0 t$  წრფივ ცვლილებას. შესაბამისად, როცა



ნახ. 30. ფაზა-მოდულირებული სიგნალი. მამოდულირებელი სიგნალი  $s(t)$ , მზიდი სიგნალი  $u_0(t)$ , მოდულირებული სიგნალი  $u(t)$

$s(t) \neq 0$ , სრული ფაზის ზრდის სიჩქარე მცირდება.  $s(t)$  -ს ექსტრემალურ წერტილებში ფაზური წანაცვლების აბსოლუტური მნიშვნელობა  $\Delta\Psi$  მაქსიმალურია.  $\Delta\Psi$  შეესაბამება ფაზათა სხვაობას PM-სიგნალის ფაზასა და  $u_0(t)$  სიგნალის  $\omega_0 t$  - ფაზას შორის და წარმოადგენს ფაზის დევიაციას.

ცხადია, შეიძლება გამოვყოთ ზედა ან ქვედა ფაზის დევიაცია,

რომლებსაც შეესაბამება გამოსახულებები:  $\Delta\Psi_H = ks_{\max}(t)$ ,  $\Delta\Psi_D = ks_{\min}(t)$ .

კუთხური მოდულაციის რხევების აღსაწერად მნიშვნელოვანია **მყისიერი სიხშირის (instantaneous frequency)** მნიშვნელობის ცოდნა:

$$\omega(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = \omega_0 + k \frac{ds(t)}{dt}.$$

რხევის სრული ფაზა დროის ნებისმიერ მომენტში შეიძლება განსაზღვრული იქნას ინტეგრალით:

$$\Psi(t) = \int_{-\infty}^t \omega(t)dt, \quad \text{ან} \quad \Psi(t) = \int_0^t \omega(t)dt + \varphi_0.$$

**სიხშირული (FM – frequency modulation)** მოდულაცია ხასიათდება მოდულირებადი სიგნალის რხევის მყისიერ სიხშირეზე წრფივი დამოკიდებულებით. რხევის მყისიერი სიხშირე მიიღება მაღალსიხშირული  $\omega_0$  მზიდი სიხშირის შეკრებით მამოდულირებელ  $s(t)$  სიგნალის ამპლიტუდის პროპორციულ სიდიდესთან:

$$\omega(t) = \omega_0 + ks(t). \tag{12.2}$$

შესაბამისად რხევის სრული ფაზისათვის გვაქვს:

$$\Psi(t) = \omega_0(t) + k \int_{-\infty}^t s(t)dt, \quad \text{ან} \quad \Psi(t) = \omega_0(t) + k \int_0^t s(t)dt + \varphi_0.$$

FM-სიგნალის განტოლება შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$u(t) = U_m \cos \left( \omega_0 t + k \int_0^t s(t)dt + \varphi_0 \right). \tag{12.3}$$

ანალოგურად FM-სიგნალის სიხშირული მოდულაციის სიღრმის დახასიათებისათვის მნიშვნელოვანია შევაფასოთ **სიხშირული დევიაცია**. ზედა და ქვედა სიხშირული დევიაციისათვის გვაქვს:  $\Delta\omega_H = ks_{\max}(t)$  და  $\Delta\omega_D = ks_{\min}(t)$ .

განვიხილოთ ჰარმონიული მოდულირებადი სიგნალი მუდმივი  $\Omega$  სიხშირით. რხევის საწყისი ფაზა ჩავწეროთ სახით:

$$\varphi(t) = \beta \sin(\Omega t),$$

მოცემულ შემთხვევაში  $\beta$  - კუთხური მოდულაციის ინდექსია (index modulation). მოდულაციის ინდექსი განსაზღვრავს საწყისი ფაზის რხევის ინტენსივობას (**იხ. დანართი 2. მოდულაციის ინდექსის დამოკიდებულება კიდურა ზოლის სიგანეზე**).

მზიდი  $\omega_0$  სიხშირის გათვალისწინებით მოდულირებადი სიგნალის სრული ფაზა იქნება:

$$\Psi(t) = \omega_0 t + \beta \sin(\Omega t) .$$

მოდულირებული სიგნალის განტოლება შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \beta \sin(\Omega t)] . \quad (12.4)$$

რხევის მყისიერი სიხშირე მოცემულ შემთხვევაში განისაზღვრება ტოლობით:

$$\omega(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = \omega_0 + \beta\Omega \cos(\Omega t) .$$

როგორც ამ ფორმულებიდან ჩანს, საწყისი ფაზა და მყისიერი სიხშირე იცვლება ჰარმონიული კანონით.  $\omega_0$  - საშუალო მნიშვნელობიდან მაქსიმალური გადახრა ანუ სიხშირის დევიაცია (frequency deviation) არის:  $\omega_{dev} = \beta\Omega$  . ამ უკანასკნელიდან ვღებულობთ, რომ კუთხური მოდულაციის ინდექსი არის სიხშირის დევიაციის შეფარდება მამოდულირებელი სიგნალის სიხშირესთან:

$$\beta = \frac{\omega_{dev}}{\Omega} . \quad (12.5)$$

სხვაობა სიხშირულ და ფაზურ მოდულაციებს შორის ვლინდება მამოდულირებელი სიგნალის  $\Omega$  სიხშირის ცვლილებისას.

ფაზური მოდულაციისას სიხშირის დევიაცია პირდაპირპროპორციულია  $\Omega$  სიხშირის, ხოლო კუთხური მოდულაციის ინდექსი არ არის დამოკიდებული მამოდულირებელი სიგნალის სიხშირეზე:

$$\beta = const , \quad \omega_{dev} = \beta\Omega ,$$

სიხშირული მოდულაციისას კი პირიქით, მუდმივი სიდიდე არის სიხშირის დევიაცია, ხოლო მოდულაციის ინდექსი მამოდულირებელი სიგნალის სიხშირის უკუპროპორციულია:

$$\omega_{dev} = const , \quad \beta = \frac{\omega_{dev}}{\Omega} .$$

(12.4) ფორმულა ერთტონალური მოდულაციისათვის შეიძლება გარდავექმნათ შემდეგი სახით:

$$u(t) = U_0 \cos[\beta \sin(\Omega t)] \cos(\omega_0 t) - U_0 \sin[\beta \sin(\Omega t)] \sin(\omega_0 t) . \quad (12.6)$$

ვიწროზოლოვანი მოდულაციისას ( $\beta \ll 1$ ) ადგილი აქვს მიახლოებით განტოლებას:

$$\cos[\beta \sin(\Omega t)] \approx 1, \quad \sin[\beta \sin(\Omega t)] \approx \beta \sin(\omega_0 t).$$

ამ უკანასკნელთა გამოყენებით (12.6) ტოლობა მიიღებს სახეს:

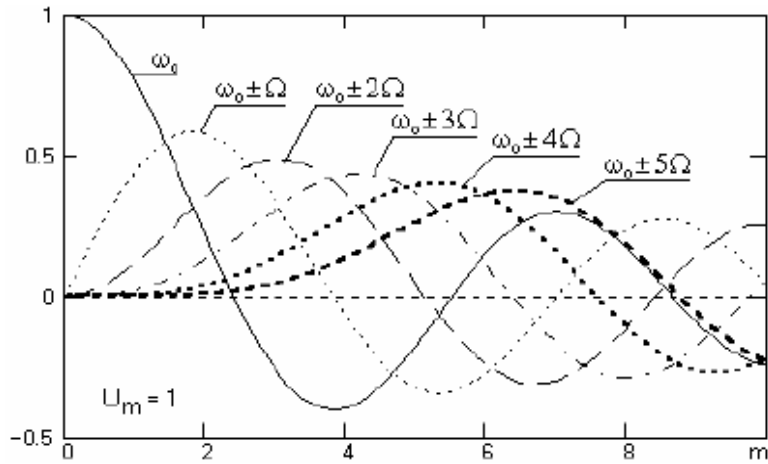
$$u(t) \approx U_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\beta U_0}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t] + \left(-\frac{\beta U_0}{2}\right) \cos[(\omega_0 - \Omega)t]. \quad (12.7)$$

უკანასკნელი გამოსახულების შედარება AM-სიგნალის (12.4) გამოსახულებასთან საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები, რომ ერთტონალური ფაზური და სიხშირე-მოდულირებული სიგნალები, როცა  $\beta \ll 1$  პრაქტიკულად ანალოგურია AM-სიგნალისა და მის მსგავსად შეიცავს ზედა  $(\omega_0 + \Omega)$  და ქვედა  $(\omega_0 - \Omega)$  კიდურა სიხშირეებს. განსხვავებას გვაძლევს მხოლოდ ქვედა კიდურა სიხშირეზე ამპლიტუდის ნიშნის ცვლილება. ე.ი. ქვედა კიდურა სიხშირეებზე ადგილი აქვს დამატებით ფაზურ ძვრას  $180^\circ$ -ით ზედა კიდურა სიხშირესთან მიმართებაში. შესაბამისად, ჰარმონიული AM-სიგნალები შეიძლება ტრანსფორმირდეს FM-სიგნალად საწყისი ფაზის  $180^\circ$ -იანი ცვლილებით ერთ-ერთ კიდურა სიხშირეზე. აღსანიშნავია, რომ მოდულაციის ინდექსის მცირე მნიშვნელობებისას სიგნალის ძირითადი სიმძლავრე მოდის მზიდ სიხშირეზე.

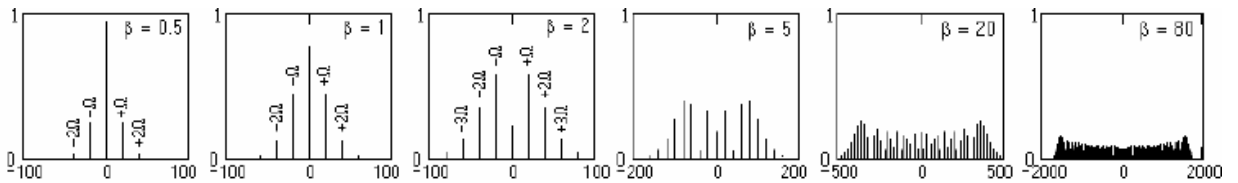
ერთტონალური AM და FM-სიგნალების მათემატიკური მოდელი მოდულაციის ინდექსის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის ზოგად შემთხვევაში შეიძლება მივიღოთ (12.4) გამოსახულების სიხშირის მიხედვით მწკრივად გაშლის შემთხვევაში:

$$u(t) \approx U_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(m) \cos[(\omega_0 + k\Omega)t],$$

სადაც  $J_k(m)$  -  $k$ -ური რიგის ბესელის ფუნქციაა, რომელსაც არგუმენტად მოდულაციის ინდექსი აქვს  $m = \beta$ . ამ განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ სიგნალის სპექტრი შეიცავს ქვედა და ზედა კიდურა რხევების უსასრულო რაოდენობის მდგენელებს შესაბამისი სიხშირეებით  $\omega_0 \pm k\Omega$ . ეს სიხშირეები შეესაბამება მოდულაციის ჰარმონიკებს და ამპლიტუდებს, რომლებიც  $J_k(m)$ -ს პროპორციული სიდიდეებია. პირველი ხუთი ჰარმონიკისა და მზიდი სიხშირის დამოკიდებულება მოდულაციის ინდექსზე, როცა  $U_0 = 1$  მოცემულია ნახ.31-ზე.



ნახ. 31. კუთხური მოდულაციის ჰარმონიკების ამპლიტუდების განაწილება მოდულაციის ინდექსის მიხედვით.



ნახ. 32. FM-სიგნალის სპექტრის მოდული მოდულაციის სხვადასხვა ინდექსისას. (მზიდი სიხშირე 2500 ჰც, მოდულაციის ჰარმონიკა 25 ჰც, გადაზომილია ჰც-ში)

მოდულაციის ინდექსის მცირე მნიშვნელობისას, სიდიდით მნიშვნელოვანია მხოლოდ პირველი ამპლიტუდური ჰარმონიკები.  $\beta$  -ს ზრდით კიდურა მდგენელების რაოდენობა იზრდება, ხოლო სიგნალის ენერგია გადანაწილდება კიდურა მდგენელებზე. ზესელის ფუნქციებს აქვს რხევითი ხასითი, ამიტომ  $\omega_0$  სიხშირიდან მოშორებით სპექტრი არამონოტონურად სუსტდება. ნახ.32-ზე შეიძლება დავაკვირდეთ მოდულაციის ინდექსის გარკვეული მნიშვნელობისას (2.405, 5.52, 8.654 და ა.შ.) მზიდი  $\omega_0$  სიხშირე სპექტრში სრულად ქრება. სიგნალის სპექტრის პრაქტიკული სიგანე კუთხური მოდულაციის შემთხვევაში განისაზღვრება ფორმულით:

$$\Delta = 2(\beta + 1)\Omega, \quad (12.8)$$

ე.ი. ყველა სპექტრალური მდგენელი, რომელთათვისაც სრულდება პირობა  $k > (\beta + 1)$  შეიძლება უგულებელყოფილი იქნას. რეალური სიგნალების ფორმირება, როგორც წესი ხორციელდება მაშინ, როცა  $\beta > 1$ , ამასთან სპექტრის ეფექტური სიგანე გაორმაგებული დევიაციის სიხშირის ტოლი ხდება:

$$\Delta \approx 2\beta\Omega = 2\omega_{dev}. \quad (12.9)$$



ამრიგად, AM-სიგნალებისაგან განსხვავებით, რომელთათვისაც სიხშირული ზოლის სიგანე  $2\Omega$  -ს ტოლია, კუთხური მოდულაციის სიგნალების გადაცემისას საჭიროა სიხშირული ზოლის სიგანე  $\beta$  -ჯერ დიდი იყოს. მეორეს მხრივ, სწორედ სიხშირული ფართოზოლოვანობა განაპირობებს FM და PM-სიგნალების დიდ ხმაურგამძლეობას AM-სიგნალებთან შედარებით.

ბესელის ფუნქციისათვის სამართლიანია პირობა:  $J_{-k}(m) = (-1)^k J_k(m)$ . ამ პირობის თანახმად, კიდურა რხევების საწყისი ფაზები სიხშირეებით  $\omega_0 + k\Omega$  და  $\omega_0 - k\Omega$  ერთმანეთს უტოლდება, როცა  $k$  არის ლუწი და  $180^\circ$  -ით განსხვავდება, როცა  $k$  არის კენტი.

მრავალტონალური კუთხური მოდულაცია გამოირჩევა კიდევ უფრო რთული სპექტრალური შემადგენლობით. მათ სპექტრში ფიგურირებს არა მხოლოდ მამოდულირებელი სიგნალის კიდურა სიხშირეები, არამედ კიდურა კომბინაციური სიხშირეებიც შემდეგი ტიპით:  $\omega_0 \pm \Omega_1 \pm \Omega_2 \pm \Omega_3 + \dots \pm \Omega_n$ . მამოდულირებადი სიგნალის  $\Omega_i$  სიხშირის ყველა შესაძლო კომბინაციით. მოდულირებადი სიგნალის უწყვეტ სპექტრში FM და PM-სიგნალების სპექტრებიც უწყვეტი ხდება.

FM ან PM-სიგნალების დემოდულაცია ბევრად რთულია ვიდრე AM-სიგნალებისა. ვისარგებლოთ ჰილბერტის გარდაქმნით:

$$u_a(t) = u(t) + iu_h(t),$$

სადაც  $u_h(t)$  -  $u(t)$  სიგნალის ანალიზური შეუღლებულია ან კვადრატურული დამატებაა, რომელიც გამოითვლება  $u(t)$  სიგნალის კონვოლუციის (convolution) ჰილბერტის ოპერატორით:

$$u_h(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(t')}{t-t'} dt'.$$

რხევის სრული ფაზა წარმოადგენს ანალიზური სიგნალის არგუმენტს:

$$\Psi(t) = \arg[u_a(t)].$$

შემდეგი ოპერაციები განისაზღვრება კუთხური მოდულაციით. PM-სიგნალის დემოდულაციისას ფაზური ფუნქციიდან გამოირიცხება არამოდულირებული მზიდი სიგნალის ფაზა  $\omega_0 t$ :

$$\varphi(t) = \Psi(t) - \omega_0 t, \quad \varphi(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} - \omega_0.$$

მოცემული მეთოდი შეიძლება გამოყენებული იქნას რეალურ დროშიც, თუმცა გარკვეული მიახლოების ხარისხით, რადგან ჰილბერტის ოპერატორი სუსტად მიღვევადი ფუნქციაა.

სიგნალის კვადრატურული დამუშავება გულისხმობს შემავალი სიგნალის ორ საყრდენ რხევაზე გადამრავლებას, ამასთან რხევებს შორის ფაზათა ძვრა  $90^\circ$ -ია:

$$u_1(t) = u(t) \cos(\omega_0 t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} U_0 \cos[\varphi(t)] + \frac{1}{2} \cos[2\omega_0 t + \varphi(t)],$$

$$u_2(t) = u(t) \sin(\omega_0 t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \sin(\omega_0 t) = -\frac{1}{2} U_0 \sin[\varphi(t)] + \frac{1}{2} \sin[2\omega_0 t + \varphi(t)].$$

ამ ორი სიგნალიდან ჰილბერტის ოპერატორის გამოყენებით შეიძლება გამოვყოთ დაბალსიხშირული რხევები და მოვახდინოთ სიგნალის ფორმირება შემდეგი სიგნალით:

$$u_a(t) = \frac{1}{2} U_0 \cos[\varphi(t)] - \frac{1}{2} i U_0 \sin[\varphi(t)].$$

ფორმირებული ანალიზური ფუნქციის არგუმენტი, ისევე როგორც პირველ შემთხვევაში, წარმოადგენს რხევის სრულ ფაზას, რომლის დამუშავებაც ანალოგიურად ხორციელდება.

ეფექტურია განხორციელდეს მოდულირება მზიდ სიხშირეზე ორი სიგნალით, რომელთაგან ერთი მათგანის ამპლიტუდური მოდულაცია მიმდინარეობს, ხოლო მეორე მათგანის ფაზის მოდულირებას აქვს ადგილი (კვადრატურული მოდულაცია). ამპლიტუდა-ფაზური მოდულაციის რეზულტირებული რხევები შეიძლება ჩავწეროთ გამოსახულებით:

$$s(t) = u(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)].$$

$s(t)$  სიგნალის ფორმირება შესაძლებელია რამდენადმე სხვა თანმიმდევრობით. წარმოვადგინოთ კოსინუსი შემდეგი სახით:

$$s(t) = u(t) \cos(\omega_0 t) \cos[\varphi(t)] - u(t) \sin(\omega_0 t) \sin[\varphi(t)].$$

როცა  $a(t) = u(t) \cos[\varphi(t)]$ , ხოლო  $b(t) = -u(t) \sin[\varphi(t)]$ , მაშინ  $a(t)$  და  $b(t)$  სიგნალები შეიძლება გამოყენებული იქნას მამოდულირებელი სიგნალების რანგში მზიდი რხევებისათვის  $\cos(\omega_0 t)$  და  $\sin(\omega_0 t)$ . ამ მზიდი რხევებს შორის ფაზათა სხვაობა  $90^\circ$ -ს შეადგენს:

$$s(t) = a(t) \cos(\omega_0 t) + b(t) \sin(\omega_0 t).$$

კვადრატული მოდულაციის სპექტრი შეიძლება მიღებული იქნას (11.19) ბალანსური მოდულაციის განტოლებიდან:

$$s(\omega) = \frac{1}{2}a(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}a(\omega - \omega_0) - i\frac{1}{2}b(\omega + \omega_0) + i\frac{1}{2}b(\omega - \omega_0).$$

კვადრატული სიგნალის დემოდულაცია განვახორციელოთ სიგნალის დაყოფით ორი ზღვრული ერთმანეთისადმი  $90^\circ$  -იანი ფაზით წანაცვლებული რხევების საშუალებით:

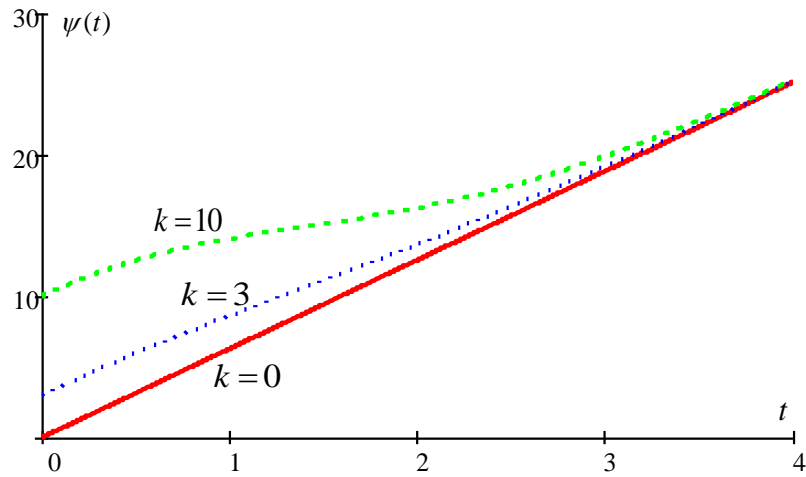
$$s_1(t) = s(t) \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}a(t) + \frac{1}{2}a(t) \cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{2}b(t) \sin(2\omega_0 t),$$

$$s_2(t) = s(t) \sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2}b(t) + \frac{1}{2}a(t) \sin(2\omega_0 t) - \frac{1}{2}b(t) \cos(2\omega_0 t).$$

$a(t)$  და  $b(t)$  -ს დაბალსიხშირული მდგენელები გამოიყოფა დაბალი სიხშირის ფილტრით, როგორც ბალანსური ამპლიტუდური მოდულაციისას, სიგნალების ზუსტი დემოდულაციისათვის საჭიროა ზღვრული რხევების სიხშირისა და ფაზის ზუსტი დაცვა (დანართ 3-ზე შესრულებულია კვადრატული სიგნალის „მოდულაცია–დემოდულაციის“ პროცესის მოდელირება MathCad-ის პროგრამულ გარსაცმში).

განვიხილოთ კვაზიმონოქრომატული რხევები მუდმივი ამპლიტუდითა და შემთხვევითად ფლუქტუირებადი ფაზით. ფაზური მუდულაციისას ფაზური კუთხის მნიშვნელობა პროპორციულია მამოდულირებადი  $s(t)$  სიგნალის ამპლიტუდის. მოდულაციის კოეფიციენტის ეტაპობრივი გაზრდა განაპირობებს სიგნალის სრული ფაზის  $\psi(t) = \omega_0 t + k \cdot s(t)$  არაწრფივ ზრდას, ხოლო შემცირებით სრული ფაზის ზრდის სიჩქარე მცირდება. წრფივ მიახლოებაში  $\psi(t)$  დამოკიდებულება მოდულაციის სხვადასხვა კოეფიციენტისათვის ნაჩვენებია ნახ.33-ზე.

$s(t)$  მამოდულირებელი სიგნალის ექსტრემალური მნიშვნელობები ( $s_{\max}(t)$ ,  $s_{\min}(t)$ ) განსაზღვრავენ ფაზური წანაცვლების აბსოლუტურ მნიშვნელობას  $\Delta\psi(t)$ , PM-სიგნალსა და არამოდულირებულ სიგნალს ( $\omega_0 t$ ) შორის ადგილი აქვს ფაზის დევიაციას:



ნახ. 33. ფაზის ცვლილება დროში მოდულაციის კოეფიციენტის სხვადასხვა მნიშვნელობისას

$$\Delta\psi_H = ks_{\max}(t), \quad \Delta\psi_L = ks_{\min}(t).$$

PM-სიგნალის მყისიერი სიხშირე და შესაბამისად სრული ფაზა შეიძლება გამოვსახოთ ფორმულებით:

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_0 + k \frac{ds(t)}{dt}, \quad \psi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \varphi_0.$$

ჩავწეროთ სიგნალი კომპლექსური ფორმით:

$$u(t) = \frac{U_0}{2} \exp\{i[\omega_0 t + k \cdot s(t)]\}, \quad (12.10)$$

არამოდულირებული სიგნალი შეესაბამება შემთხვევას, როცა  $k=0$ , ე.ი.

$$u_0(t) = \frac{U_0}{2} \exp[i\omega_0 t]. \quad (12.11)$$

განვიხილოთ ფაზური მოდულაცია გაუსური ხმაურით. ჩავთვალოთ, რომ  $s(t)$  მამოდულირებელი სიგნალი - სტაციონარული გაუსური პროცესია:

$$\bar{s} = 0, \quad \overline{ss_\tau} = B_0(\tau) \equiv \sigma_0^2 R_0(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (12.12)$$

ამ შემთხვევაში:

$$\langle e^{iks(t)} \rangle = e^{-\sigma_0^2/2}, \quad \langle e^{ik(s+s_\tau)} \rangle = e^{-\sigma_0^2[1 \pm R_0(\tau)]},$$

(12.10)-ის გასაშუალოებით მივიღებთ:

$$\bar{u} = U_0 e^{-\sigma_0^2/2} \cos(\omega_0 t), \quad (12.13)$$

$$\sigma_0^2 = \overline{u^2} = \frac{U_0^2}{2} [1 + e^{-2\sigma_0^2} \cos(2\omega_0 t)]. \quad (12.14)$$

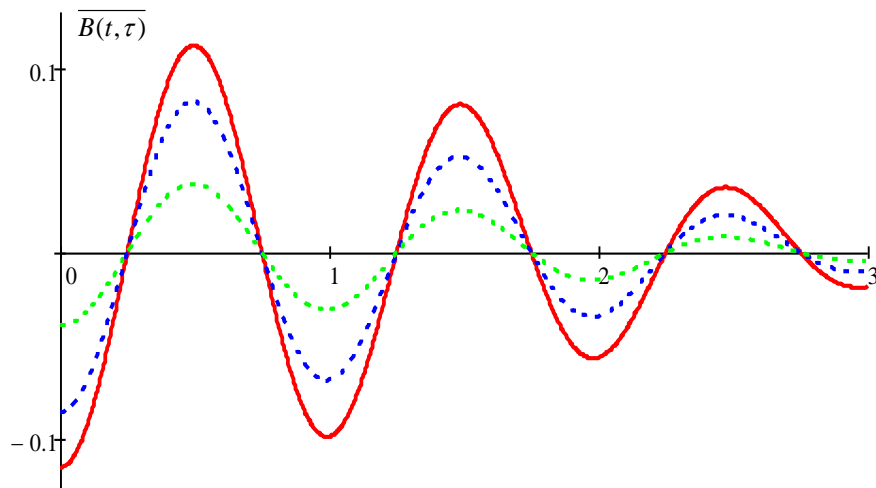
$\xi(t) = u(t) - \bar{u}(t)$  ფლუქტუაციური კომპონენტისათვის PM-პროცესისათვის ვდებულობთ:

$$B(t, \tau) = \langle \xi \xi_\tau \rangle = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma_0^2} [e^{-B_0(\tau)} - 1] [\cos(\omega_0 \tau) - \cos(2\omega_0 t + \omega_0 \tau)]. \quad (12.15)$$

როგორც (12.13) და (12.15) ფორმულებიდან ჩანს, მოცემულ შემთხვევაში PM-სიგნალი არ იქნება სტაციონარული შემთხვევითი სიგნალი, რადგან მისი სტატისტიკური მახასიათებლები დროის პერიოდული ფუნქციაა. ჩვეულებრივ, პრაქტიკული თვალსაზრისით უფრო საინტერესოა სიგნალების სპექტრალური და კორელაციური მახასიათებლების დროით საშუალო მნიშვნელობების დადგენა, რადგან ხელსაწყოების მეშვეობით სწორედ დროით გასაშუალოებული სტატისტიკური სიდიდეების რეგისტრირება ხდება. დროით გასაშუალოებული სიდიდეები აღვნიშნოთ ხაზით:

$$\overline{B(t, \tau)} = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma_0^2} [e^{-B_0(\tau)} - 1] \cos(\omega_0 \tau), \quad (12.16)$$

ამრიგად PM-სიგნალის სპექტრი, რომელიც მოდულირებულია სტაციონარული ხმაურით მზიდ  $\omega_0$  სიხშირეზე, ხმაურის სპექტრთან შედარებით გაგანიერებულია (ნახ.34). გამონაკლისს წარმოადგენს მხოლოდ ძალიან სუსტი მოდულაციის შემთხვევა  $|B_0(\tau) \leq \sigma_0^2 \leq 1|$ . მოდულირებული სიგნალის სპექტრი  $u(t)$  რამდენადმე



ნახ.34. კორელაციური ფუნქციის დროში ცვლილება პერიოდული PM-სიგნალის შემთხვევაში  $\sigma$  სხვადასხვა მნიშვნელობისა. წითელი უწყვეტი მრუდი -  $\sigma = 1$ , ლურჯი წყვეტილი მრუდი -  $\sigma = 0.8$ , მწვანე წყვეტილი მრუდი -  $\sigma = 0.5$ .

ვართა თავდაპირველი  $u_0(t)$  სიგნალის სპექტრთან შედარებით.

PM-სპექტრი, რომელიც მოდულირებულია სტაციონარული ხმაურით მზიდ  $\omega_0$  სიხშირეზე (12.13)-ის თანახმად შეიცავს დისკრეტულ ზოლებს, რომელთა საშუალო ინტენსივობა განისაზღვრება ფორმულით:

$$\bar{I}_{\text{დისკ.}} = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma^2}, \quad (12.17)$$

PM-უწყვეტი სპექტრი ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\overline{G(\omega)} = \frac{U_0^2}{4 \cdot 2\pi} e^{-\sigma^2} \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{-B_0(\tau)} - 1] [e^{i(\omega_0 - \omega)\tau} + e^{-i(\omega_0 - \omega)\tau}] d\tau. \quad (12.18)$$

უწყვეტ სპექტრის ინტენსივობისათვის გვაქვს:

$$\bar{I}_{\text{უწყ.}} = \langle \xi^2 \rangle = \frac{U_0^2}{2} [1 - e^{-\sigma^2}]. \quad (12.19)$$

აღსანიშნავია, რომ ადგილი აქვს ინტენსივობის შენახვის კანონს, რომელიც ასე შეიძლება ჩამოვყალიბოთ: ფაზური მოდულაციის შემთხვევაში ინტენსივობის დისკრეტული და უწყვეტი კომპონენტების ჯამი უტოლდება არამოდულირებული რხევების ინტენსივობას:

$$I_{\text{დისკ.}} + I_{\text{უწყ.}} = \frac{U_0^2}{2},$$

სხვა სიტყვებით, რომ ვთქვათ ფაზით მოდულირებისას შეიძლება შევცვალოთ რხევების სიხშირული სპექტრი ისე, რომ არ შეიცვალოს მისი საშუალო ინტენსივობა.

$\varphi(t)$  ფაზის ნებისმიერი სტატისტიკისას ვპოულობთ:

$$\begin{aligned} \overline{\sigma^2} &= U_0^2 \overline{\cos(\omega_0 t + \varphi)} = \frac{U_0^2}{2} [1 + \overline{\cos[2(\omega_0 t + \varphi)]}] = \\ &= \frac{U_0^2}{2} [1 + \overline{\cos(2\omega_0 t) \cos(2\varphi)} - \overline{\sin(2\omega_0 t) \sin(2\varphi)}] = \frac{U_0^2}{2}. \end{aligned}$$

PM-რხევებს, ხმაურის სპექტრთან შედარებით, რომლითაც მოდულირება წარმოებს, სრულიად განსხვავებული ფორმა აქვთ. გამონაკლისს წარმოადგენს მხოლოდ ძალიან სუსტი მოდულაციის შემთხვევა ( $B_0 \ll \sigma^2 \ll 1$ ), როდესაც (12.18) გამოსახულება შეიძლება გადავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\overline{G(\omega)} = \frac{U_0^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} B_0(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{U_0^2}{4} [G_0(\omega - \omega_0) + G_0(\omega + \omega_0)].$$

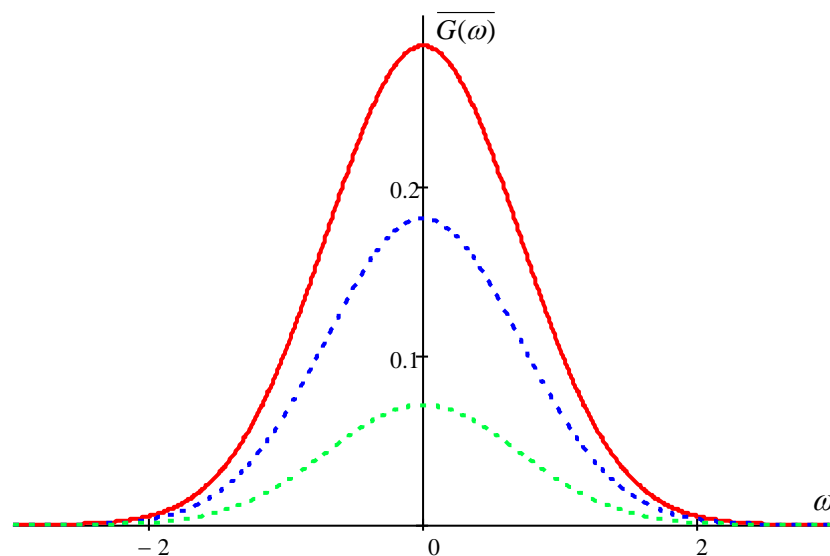
მოცემულ შემთხვევაში ფლუქტუაციები მცირეა ( $I_{\text{ფლ}} \ll \alpha^2/2$ ) და მისი სპექტრი ფორმით PM-სპექტრს ემთხვევა.

საპირისპირო ზღვრულ შემთხვევაში ე.ი. როდესაც ადგილი აქვს მკვეთრად გამოხატულ ფაზურ მოდულაციას ( $\sigma_0^2 \gg 1$ ),  $B_0(\tau)$  - ფუნქცია სწრაფად მიიღწევა  $\tau$ -ს ზრდასთან ერთად. ჩავთვალოთ, რომ  $B_0(\tau) \approx 1 - \alpha^2 \tau^2/2$ , მაშინ (12.18)-ში მივიღებთ:

$$e^{B_0(\tau)-1} \approx e^{+\sigma_0^2 \left[1 - \frac{\alpha^2 \tau^2}{2}\right]}, \quad \alpha^2 = \frac{\partial^2 R_0(0)}{\partial \tau^2},$$

$$\overline{G(\omega)} = \frac{U_0^2}{4\alpha \cdot \sqrt{2\pi}} \left[ e^{i \frac{(\omega_0 - \omega)^2}{2\alpha^2 \sigma_0^2}} + e^{-i \frac{(\omega_0 - \omega)^2}{2\alpha^2 \sigma_0^2}} \right]. \quad (12.18)$$

მაშასადამე, PM-რხევებს აქვს გაუსური სპექტრის ფორმა თვით ფაზური მოდულაციის სპექტრის ფორმის მიუხედავად (ნახ.35).



ნახ.35. კორელაციური ფუნქციის ფურიე-სპექტრის სიხშირული განაწილება პერიოდული PM-სიგნალის შემთხვევაში  $\sigma$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისას. წითელი უწყვეტი მრუდი -  $\sigma = 1$ , ლურჯი წყვეტილი მრუდი -  $\sigma = 0.8$ , მწვანე წყვეტილი მრუდი -  $\sigma = 0.5$ .

მარტივად ვრწმუნდებით, რომ მოდულირებული სიგნალის სპექტრი  $G(\omega)$  ფართოა მზიდი სიგნალის  $G_0(\omega)$  სპექტრთან შედარებით. მართლაც, (12.18)-ის თანახმად შეიძლება დავწეროთ :

$$\Delta \omega_0 \sim \alpha, \quad \Delta \omega \sim \alpha \sigma_0, \quad \Delta \omega / \Delta \omega_0 \sim \sigma_0 \gg 1.$$

აღსანიშნავია, რომ ზღვრულ შემთხვევაში  $\sigma_0^2 \gg 1$ , კორელაციის  $R_0(0)$  კოეფიციენტებისათვის ვღებულობთ:

$$e^{B_0(\tau)} - 1 \approx e^{+\sigma_0^2[1-\alpha|\tau|]},$$

შესაბამისად:

$$\overline{G(\omega)} = \frac{U_0^2 \cdot \alpha \sigma_0^2}{4 \cdot \pi} \left[ \frac{1}{\alpha^2 \sigma_0^4 + (\omega_0 - \omega)^2} + \frac{1}{\alpha^2 \sigma_0^4 + (\omega_0 + \omega)^2} \right]. \quad (12.19)$$

მოცემულ შემთხვევაში PM-სპექტრს გააჩნია ლორენცისეული ფორმა, ამასთან სპექტრის გაგანიერება მოცემულ შემთხვევაში კიდევ უფრო მნიშვნელოვანია, რადგან სიხშირულ ზოლთა ფარდობა  $\sigma_0^2$ -ის პროპორციულია:

$$\Delta \omega_0 \sim \alpha, \quad \Delta \omega \sim \alpha \sigma_0^2, \quad \Delta \omega / \Delta \omega_0 \sim \sigma_0^2 \gg 1.$$

ანალოგიურად განვიხილოთ კვაზიჰარმონიული სიგნალი და (12.1) ამჯერად წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით:

$$\xi(t) = U_0 \cos \left[ \omega_0 t + \int_0^t \eta(\theta) d\theta \right] \equiv U_0 \cos(\Phi(t)), \quad (12.20)$$

მოცემული განტოლება (12.20)-ისაგან იმით განსხვავდება, რომ ამ შემთხვევაში, შემთხვევითი  $\eta(t)$  პროცესი შედის ინტეგრალის ნიშნის ქვეშ. ეს შემთხვევითი პროცესი მოცემულია შემდეგი მახასიათებელი პარამეტრებით:

$$\langle \dots \rangle$$

რხევების მყისიერი სიხშირე ტოლია:

$$\omega = \frac{d\Phi}{dt} = \omega_0 + \eta(t),$$

ასე, რომ  $\eta(t)$  – ფუნქცია აღწერს სიხშირულ მოდულაციას, რომელიც იცვლება რომელიმე შემთხვევითი კანონით. მოცემულ შემთხვევაში ფაზა:

$$\Phi = \int_0^t \eta(\theta) d\theta.$$

წარმოადგენს დიფუზიურ შემთხვევით პროცესს. მისი დისპერსია განისაზღვრება ფორმულით:

$$\langle \dots \rangle \quad (12.21)$$



დამყარებული სიხშირული მოდულაციის ( $t \rightarrow \infty$ ) რეჟიმში ფაზური ფლუქტუაციების დისპერსია იზრდება დროის მიხედვით წრფივი კანონით:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi^2 d\varphi, \quad (12.22)$$

რადგანაც დისპერსიის ზრდას ადგილი აქვს უსაზღვროდ, ამიტომ იმის მიუხედავად თუ როგორი სტატისტიკით არის მოცემული სიხშირული მოდულაცია, დისპერსიის განაწილება  $W(\varphi)$  აკმაყოფილებს პირობას:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad (-\pi < \varphi < \pi), \quad (12.23)$$

ამრიგად, FM-რხევები წარმოადგენენ სტაციონარულ პროცესს, ხოლო მის ერთგანზომილებიან განაწილებას აქვს სახე:

$$W(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{A_0^2 - \xi^2}}, & |\xi| \leq U_0 \\ 0, & |\xi| > U_0 \end{cases} \quad (12.24)$$

$\bar{\xi} = 0$ , ე.ი. FM-რხევების სპექტრში  $\omega_0$  – მზიდ სიხშირეზე არ გვაქვს დისკრეტული კომპონენტი. ეს შედეგები სამართლიანია სიხშირული მოდულაციის ნებისმიერი სტატისტიკის შემთხვევაში, მაგრამ იმ პირობით, რომ სიხშირული მოდულაციის სპექტრი ნულოვან სიხშირეზე ნულისაგან განსხვავებულია  $G(0) \neq 0$ .

ვთქვათ სიხშირული მოდულაციის სტატისტიკა მოცემულია. განვიხილოთ სიხშირული მოდულაცია გაუსური ხმაურით. ჩავთვალოთ, რომ  $\eta(t)$  – პროცესი გაუსურია. გაუსური იქნება ფაზური ფლუქტუაციებიც  $\varphi(t)$ . ისე, რომ როცა  $t \rightarrow \infty$ , მაშინ:

$$\langle \varphi \rangle = \langle \varphi(t) \rangle = 0, \quad (12.25)$$

$$\langle \varphi^2 \rangle = \langle \varphi^2(t) \rangle = \sigma^2(\tau), \quad (12.26)$$

სადაც  $\sigma^2(\tau)$  – ფუნქცია განისაზღვრება (12.21) ტოლობიდან, როცა  $t = |\tau|$ . მხედველობაში მივიღოთ, რომ:

$$B(\tau) = \langle \varphi^2 \rangle = \sigma^2(\tau),$$

სადაც  $R_0(\tau)$  – კორელაციის კოეფიციენტი, რომელიც სიხშირული მოდულაციის სპექტრის ფორმას განსაზღვრავს, ხოლო  $\sigma_0^2$  – დისპერსია, რომელიც სიხშირული მოდულაციის სიდიდეს განსაზღვრავს. (12.21)–ი გადავწეროთ შემდეგი სახით:

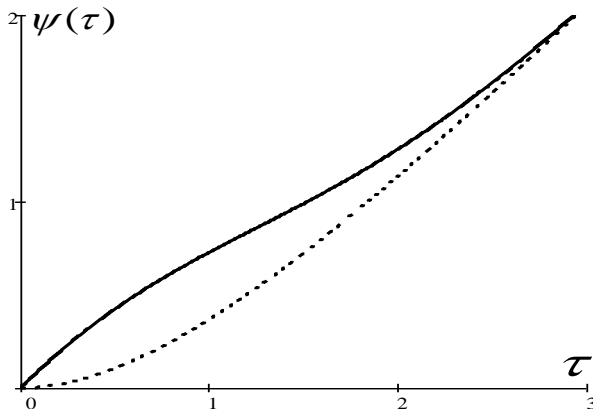
$$B(\tau) = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma_0^2 \psi(\tau)} \cos(\omega_0 \tau). \quad (12.27)$$

(12.25) – (12.26) ფორმულებში გავითვალისწინოთ (12.20) და FM–რხევების კორელაციური ფუნქციის მნიშვნელობა შემდეგი სახით:

$$B(\tau) = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma_0^2 \psi(\tau)} \cos(\omega_0 \tau). \quad (12.28)$$

(12.28) ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ FM–რხევები სიმეტრიულია მზიდი  $\omega_0$ –სიხშირის მიმართ, თუმცა ზოგად შემთხვევაში, როცა ვიხილავთ არაგაუსური ფორმის მოდულაციას, სპექტრში შეიძლება წარმოიქმნას ასიმეტრია. სიხშირული მოდულაცია, ისევე როგორც ფაზური მოდულაცია არ ცვლის რხევების ინტენსივობას:

$$\langle \xi^2 \rangle = U_0^2 / 2.$$



ნახ. 36.  $\psi(\tau)$  დამოკიდებულება, გაუსური (უწყვეტი მრუდი) და ლორენცის (წყვეტილი მრუდი) კორელაციური ფუნქციების შემთხვევაში.

ზოგად შემთხვევაში  $\psi(\tau)$  – დამოკიდებულების ამსახველ გრაფიკს აქვს ნახ.36–ზე ნაჩვენები სახე. ნახაზზე უწყვეტი მრუდი შეესაბამება გაუსურ კორელაციურ ფუნქციას -  $R_D = \exp(-\sigma_0^2 \tau^2 / 2)$ , ხოლო წვეტილი ხაზი შეესაბამება ლორენცის კორელაციურ ფუნქციას -  $R_D = \exp(-\sigma_0 |\tau|)$ .

მცირე  $\tau$ –სათვის  $\psi(\tau)$ –ფუნქცია იცვლება კვადრატული კანონით, ხოლო დიდი  $\tau$ –სათვის კი – წრფივი კანონით:

$$\psi(\tau) \approx \begin{cases} \frac{\sigma_0^2 \tau^2}{2}, & \tau \ll \tau_0 \\ \sigma_0 \tau, & \tau \gg \tau_0 \end{cases} \quad (12.29)$$

შესაძლებელია განვიხილოთ ორი ზღვრული შემთხვევა:

1) როცა მოდულაციის ინტენსივობა საკმარისად დიდია:

$$\tau_0^2 \sigma_0^2 \gg 1, \quad (12.30)$$

მაშინ (12.28) კორელაციის ფუნქცია პრაქტიკულად ნულის ტოლი ხდება დროის გაორკვეცებისას, ამ შემთხვევაში მიახლოებით შეიძლება ჩავწეროთ, ასე:

$$B(\tau) = \frac{U_0^2}{2} e^{-\sigma_0^2 \tau^2} \cos(\omega_0 \tau), \quad (12.31)$$

შესაბამისად FM-რხევებს გაუსური ფორმა ექნება:

$$G(\omega) = \frac{U_0^2}{4\sqrt{2\pi}\sigma_0} \left[ e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(\omega+\omega_0)^2}{2\sigma_0^2}} \right], \quad (12.32)$$

ამ სპექტრის სიგანე შეიძლება ასე ჩავწეროთ:

$$\Delta\omega \cong \sigma_0, \quad (12.33)$$

ჩავთვალოთ, რომ  $\tau_0$  პროპორციულია  $1/\Delta\omega_0$ . შევადაროთ  $\Delta\omega$  და სიხშირული ფლუქტუაციის სპექტრის  $\Delta\omega_0$  სიგანე:

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_0} \cong \frac{\sigma_0}{\Delta\omega_0} \cong \tau_0 \Delta\omega_0 \cong 1.$$

შესაბამისად მოცემულ შემთხვევაში სიხშირულ მოდულაციას გააჩნია უფრო ფართო სპექტრი, ვიდრე ხმაურს, რომლითაც ხდება მისი მოდულირება:

$$G(\omega) > \Delta\omega.$$

ამრიგად, მოდულაციის სპექტრი არის ვიწრო და მაღალი.

2) დაბალი ინტენსივობის (ან საკმარისად სწრაფი) სიხშირული მოდულაციისას სრულდება პირობა:

$$\tau_0^2 \sigma_0^2 \ll 1, \quad G(\omega) < \Delta\omega.$$

ამრიგად, ვღებულობთ, რომ მოდულაციის სპექტრი არის ფართო და დაბალი.

### §13. იმპულსური სიგნალების ექსპერიმენტული ფორმირება და რიცხვითი დამუშავება

სიგნალები შიდაიმპულსური სიხშირული მოდულაციით იგივეა რაც - რადიოსიგნალი, რომლის მაღალსიხშირული კომპონენტი სიხშირის ფუნქციაა. თუ მყისიერი სიხშირის ცვლილების კანონი წრფივია, მაშინ საქმე გვაქვს წრფივ სიხშირე-მოდულირებულ იმპულსებთან, რომლებმაც ფართო გამოყენება ჰპოვა რადიოლოკაციაში.

ამ სიგნალებს ერთი შესანიშნავი თვისება გააჩნიათ, თუ სიგნალი ხვდება სიხშირე-დამოკიდებულ შემაყოვნებელ სისტემაში, რომლის შემაყოვნებელი დრო მნიშვნელოვანია მცირე სიხშირეებზე და მცირდება სიხშირის ზრდასთან ერთად, მაშინ სისტემის გამოსავალზე ადგილი აქვს სიგნალის „კუმშვას“, ამასთან ადგილი აქვს გამომავალი სიგნალის ამპლიტუდის ზრდას და სტატისტიკური ხმაურის შემცირებას.

მართკუთხა მომვლების მქონე რადიოიმპულსის მოდელისათვის შეიძლება გამოყენებული იქნას მისი ხანგრძლივობა  $\tau_i$ . ვთქვათ, რომ შევსების სიხშირე წრფივად იზრდება იმპულსის საწყისი წერტილიდან ბოლო წერტილისაკენ სიჩქარით  $\mu$  (წმ<sup>-2</sup>) [47]:

$$\omega(\tau) = \omega_0 + \mu\tau. \quad (13.1)$$

იმპულსის ხანგრძლივობის განმავლობაში სიხშირის დევიაცია და სიგნალის სრული ფაზა შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ:

$$\Delta\omega = \mu\tau_i, \quad (13.2)$$

$$\Psi(t) = \omega_0 t + \mu \frac{t^2}{2}. \quad (13.3)$$

სიხშირე-მოდულირებული სიგნალის განტოლებისათვის ვღებულობთ:

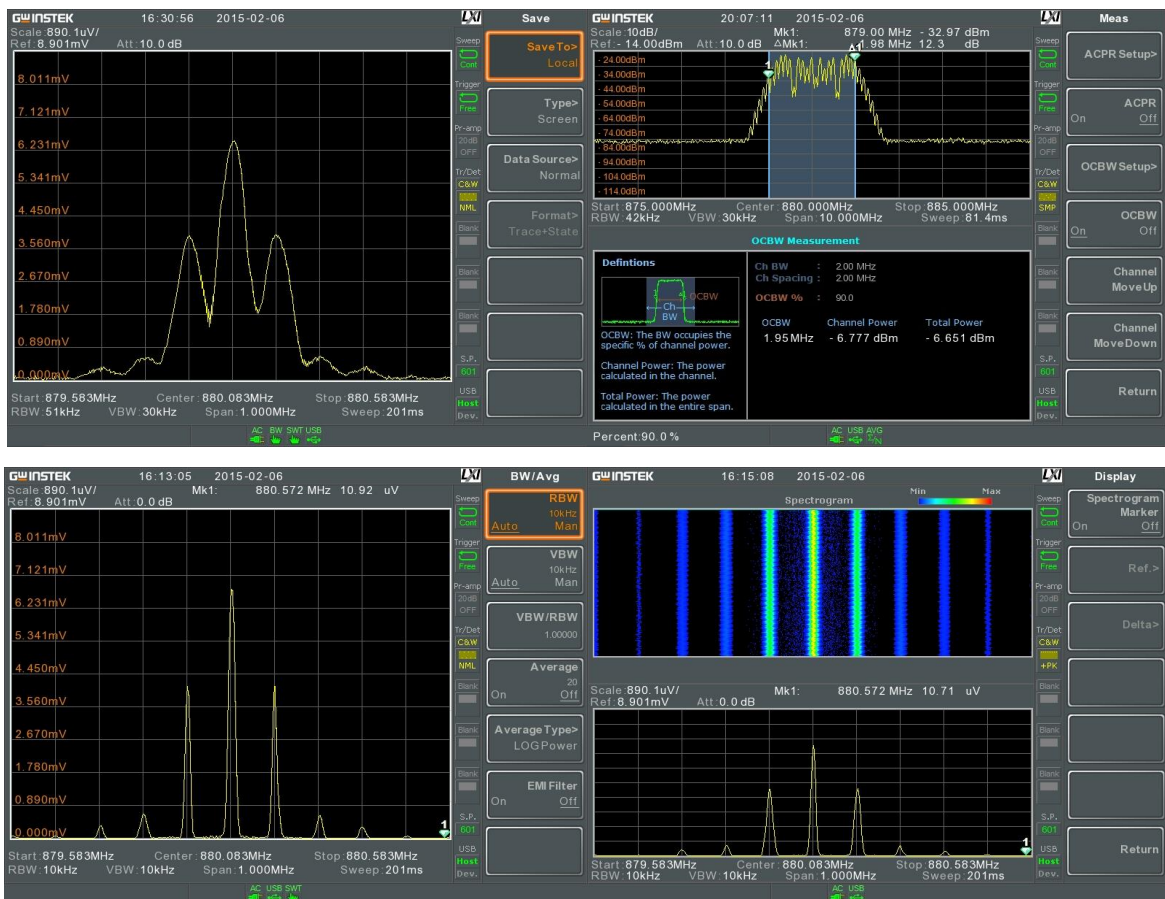
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < \frac{\tau_i}{2}, \\ U_0 \cos\left(\omega_0 t + \mu \frac{t^2}{2}\right), & -\frac{\tau_i}{2} \leq t < \frac{\tau_i}{2}, \\ 0, & t \geq \frac{\tau_i}{2}. \end{cases} \quad (13.4)$$

სიხშირე-მოდულირებული მართკუთხა იმპულსის სპექტრი მიიღება ფურიე-გარდაქმნის საშუალებით (დანართ 4-ზე წარმოდგენილია ზოგიერთი იმპულსური

სიგნალის სპექტრის ანალიზურად მიღების მაგალითები ფურიე-გარდაქმნის გზით). სიხშირის დევიაცია იმპულსის ხანგრძლივობის განმავლობაში მზიდ სიხშირესთან შედარებით ჩვეულებრივ მცირეა  $\Delta\omega \ll \omega_0$  და იმპულსის ფორმა დამოკიდებულია ე.წ. იმპულსის ბაზაზე:

$$\Delta\omega\tau_i = \mu\tau_i^2. \quad (13.5)$$

ნახ.37-ზე ნაჩვენებია მართკუთხა იმპულსის სპექტრალური სიმკვრივის სიხშირეზე დამოკიდებულება მოდულაციის ინდექსის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის, როცა მზიდი სიხშირის მნიშვნელობაა  $\omega_0 = 2\pi f_0$  ( $f_0 = 880$  მგჰც), ხოლო სიხშირული დევიაცია კი:  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$  ( $\Delta f \approx 0.01$  მგჰც). მოდულაციის ინდექსის ზრდას ახლავს სპექტრის სიხშირული ზოლის  $\Delta\omega$ -ს გაგანიერება, ამასთან ამ სიხშირული ზოლის ფარგლებში სპექტრალური სიმკვრივის მოდული პრაქტიკულად მუდმივია და ტოლია  $U_0\sqrt{\pi/2\mu}$  [15].



ნახ. 37. წრფივი სიხშირე მოდულირებული იმპულსური სიგნალის სპექტრი. როცა მზიდი სიხშირე:  $f_0 = 880$  მგჰც, მოდულაციის ინდექსის ზრდა განაპირობებს სიხშირის დევიაციის  $\Delta f \approx 0.01$  მგჰც-დან  $\Delta f = 1.95$  მგჰც-მდე ზრდას.

იმპულსურ მოდულაციაში მამოდულირებელი სიგნალების სახით შეიძლება გამოიყენებული იქნას მართკუთხა, სამკუთხა, ხერხისებური და ა.შ. იმპულსების თანმიმდევრობა. ეს თანმიმდევრობა ივსება მაღალსიხშირული რხევებით, რომლებიც ორმაგ მოდულაციას ქმნიან. მოდულაციის ეს სახეები პრაქტიკაში გამოიყენება დისკრეტული ინფორმაციის გადასაცემად. მაგალითად, მართკუთხა იმპულსების თანმიმდევრობისათვის ყველაზე ხშირად გავრცელებულია ამპლიტუდა-იმპულსური (amplitude-pulse modulation) და დროით-იმპულსური მოდულაცია (pulse-width modulation).

ამპლიტუდა-იმპულსური მოდულაციის (amplitude-pulse modulation) არსი მდგომარეობს ამპლიტუდაზე ნამატის, როგორც იმპულსის ამპლიტუდის პროპორციული ფუნქციის გაზომვაში:

$$U(t) = U_0 + ks(t), \quad \tau_i = const, \quad T = const. \quad (13.6)$$

განვიხილოთ ამპლიტუდა-იმპულსური მოდულაციის სპექტრი ერთტონალური  $s(t)$  სიგნალის შემთხვევაში. მოდულირებული სიგნალის განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$u(t) = [1 + k \cos(\Omega t)]s(t), \quad (13.7)$$

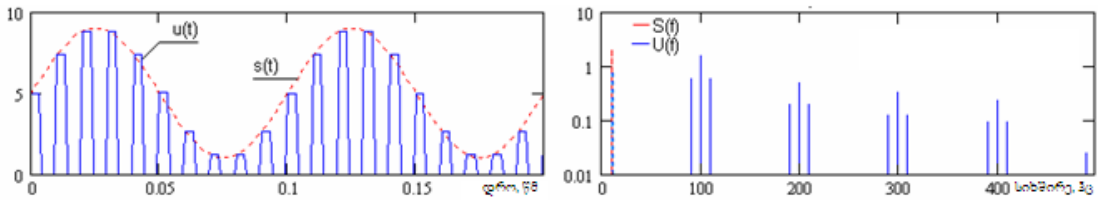
სადაც  $s(t)$  - წარმოადგენს მართკუთხა იმპულსების პერიოდული თანმიმდევრობის გამომსახველ ფუნქციას სიხშირით  $\omega_0$ , რომელიც შეიძლება აპროქსიმირებული იქნას ფურიე-მწკრივით:

$$s(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_0 t). \quad (13.8)$$

ჩავსვათ (13.8) (13.7)-ში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} u(t) &= [1 + k \cos(\Omega t)]U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_0 t) \cdot [1 + k \cos(\Omega t)], \\ u(t) &= U_0 + U_0 k \cos(\Omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_0 t) + \frac{1}{2} k \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos[(n\omega_0 + \Omega)t] + \\ &+ \frac{1}{2} k \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos[(n\omega_0 - \Omega)t]. \end{aligned} \quad (13.9)$$

სპექტრის ფორმა სპექტრალური დიაპაზონის საწყის არეში მოცემულია ნახ.38-ზე. სპექტრი ზოგადად უსასრულოა, რაც მართკუთხა იმპულსების უსასრულო თანმიმდევრობით განისაზღვრება. ყოველი  $n\omega_0$  ჰარმონიკის მახლობლად



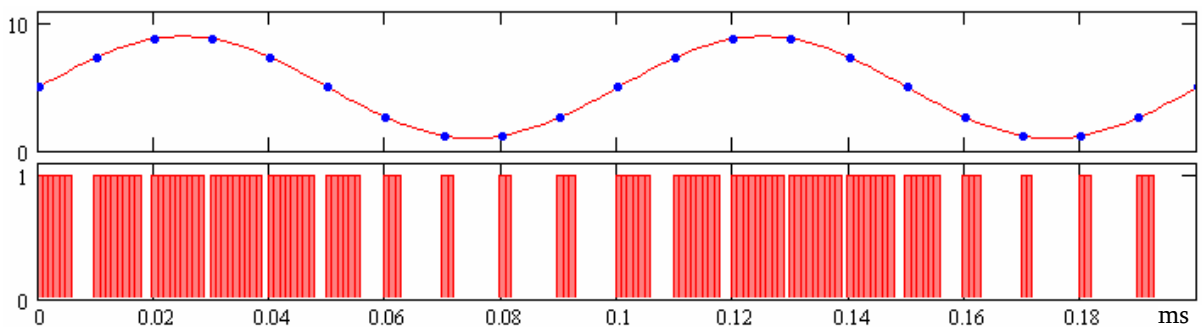
ნახ.38. ამპლიტუდა-იმპულსური მოდულაცია. დროითი და სიხშირული სპექტრი.

წარმოიქმნება კიდურა  $n\omega_0 \pm \Omega$  სიხშირული კომპონენტები, რომლებიც შეესაბამება მამოდულირებელი ფუნქციის სპექტრს (მრავალტონალური სიგნალის შემთხვევაში - წარმოიქმნება სპექტრის კიდურა ზოლი). როცა ადგილი აქვს იმპულსების მაღალსიხშირულ შევსებას მთელი სპექტრი წაინაცვლებს მაღალი სიხშირეების არეში.

რაც შეეხება დროით-იმპულსურ მოდულაციას (pulse-width modulation), ამ შემთხვევაში გამოიყოფა იმპულსები ხანგრძლივობის მიხედვით. იმპულსის ხანგრძლივობა დროის ფუნქციაა, ხოლო იმპულსის ამპლიტუდა და პერიოდი მუდმივია:

$$\tau(t) = t_0 + ks(t), \quad U = const, \quad T = const. \quad (4.5)$$

ნახ.39-ზე წარმოდგენილია ჰარმონიული სიგნალის დროითი დისკრეტიზაციის უმარტივერსი შემთხვევა.



ნახ.39. ჰარმონიული დროით-იმპულსური მოდულაცია.

ნახაზიდან ჩანს, რომ ჰარმონიული სიგნალის სპექტრი დისკრეტიზაციის შემდეგ ხასიათდება დისკრეტიზაციის ინტერვალის სიგანით, ასევე დაკვანტვის რაოდენობით. მართკუთხა იმპულსების თანმიმდევრობით ინფორმაციის გადაცემისას, მართკუთხა იმპულსები იწყება დისკრეტიზაციის აღრიცხვის მომენტებიდან. ცხადია, იმპულსის მაქსიმალური ხანგრძლივობა არ უნდა აღემატებოდეს დისკრეტიზაციის ინტერვალს. რათქმაუნდა დაკვანტვის მცირე რიცხვის

შემთხვევაში პირველადი ჰარმონიული სიგნალის აღდგენისას ცდომილება ძალიან დიდია.

აღსანიშნავია, რომ დროით-იმპულსური მოდულაცია შესაძლოა ეფექტურად გამოყენებული იქნას სიგნალის საშუალო დონისა და მისი დინამიკური დიაპაზონის ავტომატური რეგულირებისათვის. ასე, მაგალითად, თანამედროვე სატელევიზიო სისტემებში გამოიყენება ფერთა სიკაშკაშისა და გამოსახულების ავტომატური რეგულირებისას.

დროით-იმპულსური მოდულაცია წარმოადგენს იმპულსების დევიაციას დროით ღერძზე მოდულირებადი სიგნალის კანონით. ის შინაარსით ანალოგურია ჰარმონიული მზიდი სიგნალის კუთხური მოდულაციისა.

ინფორმაციის გადაცემა ხორციელდება კავშირის არხის საშუალებით ძირითადად ციფრული სახით. ვთქვათ,  $T$  პერიოდით ხორციელდება რიცხვითი - **სიმბოლური (symbol)** მონაცემები. სიმბოლოთა გადაცემის სიჩქარე ე.წ. **სიმბოლური სიჩქარე (symbol rate)** პერიოდის შებრუნებული სიდიდეა:  $f_T = 1/T$ . პრაქტიკაში ყველაზე უფრო გავრცელებულ ფორმას სიმბოლოთა **ორობითი (binary)** თანმიმდევრობა, როდესაც მონაცემები გადაიცემა ორობით სისტემაში 0 და 1 საშუალებით. ცხადია, სიმბოლური თანმიმდევრობა წარმოადგენს დისკრეტულ კვანტურ სიგნალებს. ყოველ შესაძლო სიმბოლოს შეესაბამება მზიდი რხევების განსაზღვრული პარამეტრები, რომლებიც  $T$  პერიოდის განმავლობაში მუდმივია მომდევნო სიმბოლური მონაცემის მიღებამდე. მაშასადამე, რიცხვების თანმიმდევრობა გარდაიქმნება საფეხურეობრივ სიგნალად. სწორედ ეს საფეხურეობრივი ფუნქცია გამოიყენება მოდულირებადი სიგნალის რანგში. მზიდი რხევების პარამეტრები ასევე ნახტომისებურად-საფეხურეობრივად იცვლება. მოდულაციის ასეთი მეთოდი **მანიპულაციის (keying)** სახელწოდებით მოიხსენება. გამოვყოფთ სიგნალებს ამპლიტუდური და კუთხური მანიპულაციით. **ამპლიტუდა-მანიპულირებადი სიგნალები** წარმოადგენს რადიოიმპულსების თანმიმდევრობას, რომლებიც ერთმანეთისაგან გამოყოფილია გარკვეული პაუზებით. ასეთი სიგნალები გამოიყენება რადიოტელეგრაფიაში და რათქმა უნდა დისკრეტული მონაცემების გადაცემის სისტემებში. რადიოიმპულსების მომვლების ფორმა ზოგად შემთხვევაში შეიძლება იყოს ნებისმიერი. სიხშირულ არეში სპექტრი წარმოიქმნება მომვლები



ფუნქციის სპექტრის კოსინუსოიდალური რხევის სპექტრთან კონვოლუციის (convolution) გზით. მართკუთხა იმპულსის სპექტრი სუსტად მიღევადია და უსასრულოდ იწელება, ამიტომ მისი გამოყენება ამპლიტუდა-მანიპულირებადი სიგნალის მომვლების სახით არ არის რეკომენდირებული, თუმცა ყველაზე მარტივ შემთხვევას წარმოადგენს ტექნიკური გამოყენების თვალსაზრისით.

საინტერესო შემთხვევას წარმოადგენს მანიპულაციის სიხშირული მეთოდები - კუთხური მანიპულაცია. გადასაცემი სიმბოლოს ყოველ შესაძლო მნიშვნელობას შეესაბამება ჰარმონიული მზიდი სიგნალის სიხშირის ინდივიდუალური მნიშვნელობა. ყველაზე მარტივი შემთხვევა არის, როცა მზიდი სიგნალი სინუსოიდალურია ყოველი პაკეტის საწყის მომენტში. შედარებით უფრო რთულ შემთხვევებში, როცა მზიდი სიგნალის სიხშირული მახასიათებლების პაკეტების ინტერვალებთან კანონზომიერების განსაზღვრა ვერ ხდება, გამოიყენება მზიდი სიგნალის ფაზის ცვლილების სიჩქარის განსაზღვრა პაკეტის კიდურა წერტილებში.

სიგნალების დემოდულაცია ხორციელდება კორელაციური მეთოდებით. მეთოდის არსი იმაში მდგომარეობს, რომ გამოთვლილი იქნას მიღებულ სიგნალებსა და ზღვრული სიხშირეებს შორის ურთიერთ კორელაცია. სიმბოლოთა იდენტიფიკაცია ხორციელდება ურთიერთკორელაციის მაქსიმუმების მიხედვით.

ხმაურმდგრადობის ასამაღლებლად სასურველია, რომ სხვადასხვა სიმბოლური პაკეტები არ იყოს კორელირებადი. მაგალითად თუ ბინარული სიმბოლოებისათვის 0-სა და 1-ისთვის პაკეტების სიხშირეებს ტოლად ჩავთვლით:

$$s_0(t) = \cos[\omega_0(t)], \quad s_1(t) = \cos[\omega_1(t)],$$

მაშინ ურთიერთკორელაციური ფუნქცია ნულოვანი დროითი წანაცვლებისას განისაზღვრება გამოსახულებით:

$$B_{01}(0) = \int_0^T s_0(t)s_1(t)dt = \frac{1}{2} \frac{\sin[(\omega_1 + \omega_0)T]}{\omega_1 + \omega_0} + \frac{1}{2} \frac{\sin[(\omega_1 - \omega_0)T]}{\omega_1 - \omega_0}.$$

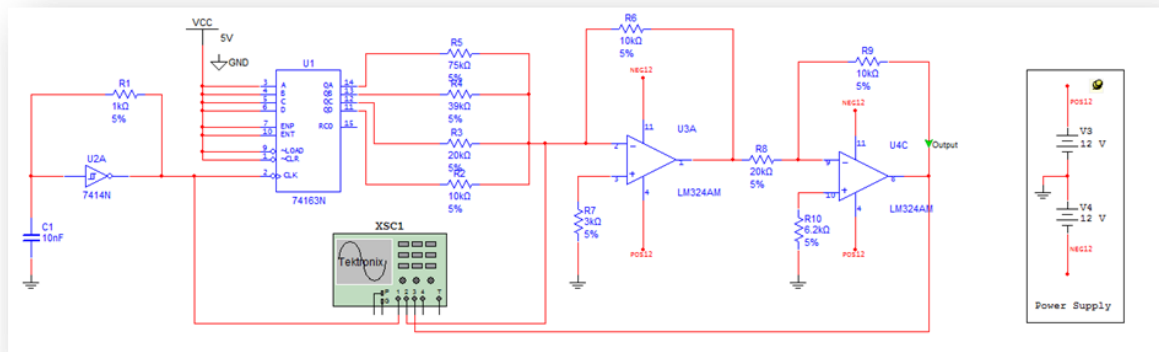
როცა  $(\omega_1 + \omega_0)T \gg 1$ , პირველი შესაკრები შეიძლება უგულებელვყოთ, რადგან ის აღმოჩნდება ბევრად მცირე ვიდრე მეორე, ხოლო მეორე შესაკრები კი ნულის ტოლი ხდება, როცა  $(\omega_1 - \omega_0)T = \pi n$ , სადაც  $n = 1, 2, \dots$  - მთელი რიცხვია. ამრიგად, მანიპულაციისას სიხშირეებს შორის მინიმალური მნიშვნელობა კორელირებადი სიხშირული ზოლისათვის გამოისახება გამოსახულებით:

$$\Delta\omega_{\min} = \frac{\pi}{T}, \quad \Delta f_{\min} = \frac{1}{2T} = \frac{f_T}{2},$$

სადაც  $f_T$  - სიმბოლური სიჩქარეა.

ფაზური მანიპულაცია იშვიათად, მაგრამ ძირითადად მაინც გამოიყენება კავშირისას, როდესაც განსაკუთრებით რთულია გაზომილი იქნას საწყისი ფაზების მნიშვნელობები პაკეტებში. მარტივად განისაზღვრება ფარდობითი ფაზური ძვრა მეზობელ პაკეტებს შორის, სწორედ ამიტომაც პრაქტიკაში უპირატესად გამოიყენება ჰპოვა ფაზა-სხვაობიანმა მანიპულაციამ.

ლაბორატორიულ პირობებში #31/33 საგრანტო პროექტის „გარემოს რადიო სპექტრალური დიაგნოსტიკა სიგნალისა და გარემოს დისპერსიულ მახასიათებლებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის საფუძველზე“ ფარგლებში აგებული იქნა **დროით-იმპულსური მანიპულატორი (pulse-width)**, რომელიც წარმოდგენილია ნახ.40-ზე:



**ნახ.40. დროით-იმპულსური მანიპულატორი.**

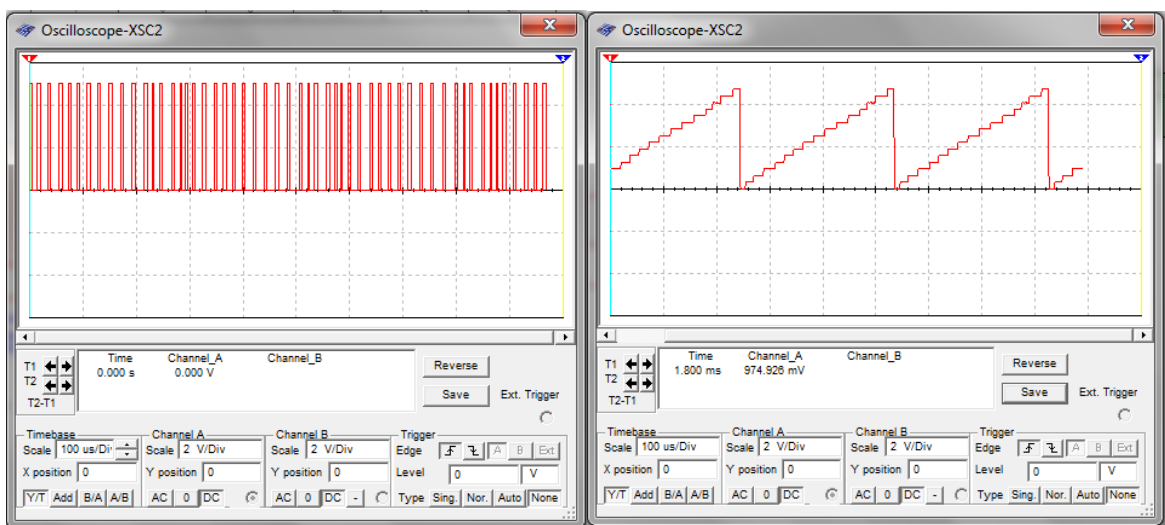
**74163N – 4-თანრიგიანი ორმაგი მთვლელი, LM324AM - ოპერაციული გამაძლიერებელი, 7414N - ინტეგრალური მიკროსქემა.**

ნახაზზე წარმოდგენილ სქემა ეფუძნება ფურიე-ანალიზს, რომელიც საფუძველად დაედო სიხშირული სპექტრის დამზერას. მანიპულატორის სქემაში გამოყენებულია სინქრონული, წინასწარ პროგრამირებადი, 4-თანრიგიანი ორმაგი მთვლელი 74163N, რომელიც გამოიყენება სიგნალების სწრაფი თვლისათვის, ზოგადი დანიშნულების ციფრული (ოპერაციული) გამაძლიერებელი LM324AM, შერჩეული იქნა იდეალური ოპერაციული გამაძლიერებელი, რომელსაც ახასიათებს გაძლიერების კოეფიციენტის, შემავალი იმპედანსის უსასრულო მნიშვნელობა და ნულოვანი გამომავალი იმპედანსი. გამაძლიერებელი შეიძლება გამოყენებული იქნას ისეთი ფუნქციების

რეალიზაციისას, როგორცაა შეკრება, გამორიცხვა, დიფერენცირება, ინტეგრირება, გასაშუალოება და ამპლიფიკაცია (amplificatio - გავრცობა, გაზრდა). მას შეიძლება ჰქონდეს ერთი შესასვლელი და ერთი გამოსავალი, დიფერენციალური შესასვლელი და ერთი გამოსავალი ან დიფერენციალური შესასვლელი და დიფერენციალური გამოსასვლელი. **ინტეგრალური მიკროსქემა 7414N.** ამ ინტეგრალური მიკროსქემის ძირითადი მახასიათებელი არის მაღალი ხმაურმდგრადობა, ის იდეალურად ესადაგება წრედებს, რომლებიც მგრძნობიარეა ისეთი ნებისმიერი სუსტი სიგნალისათვის, როგორცაა ხმაური. ზემოთაღნიშნული წრედი შეიცავს აგრეთვე ტევადურ ელემენტს (10 ნფ), რეზისტორებს (1-75 კომი), მუდმივი დენის კვების წყაროს (5 ვ, 12 ვ) და 220 მგჰც-იან ოსცილოგრაფს, რომელზედაც განხორციელდა დროით-იმპულსური სიგნალების სიხშირული სპექტრის დამზერა.

ექსპერიმენტი ითვალისწინებდა დაახლოებით 100 ნწმ ხანგრძლივობისა და 500 მგჰც - 3 გჰც სიხშირულ დიაპაზონის იმპულსების გენერირებას. 4-თანრიგიანი ორმაგი მთვლელის 74163N პროგრამირება შესაძლებელია სხვადასხვა ფურიე-კოეფიციენტების საფუძველზე. ამ კოეფიციენტების პოვნისა და მის საფუძველზე მართკუთხა, ხერხისებური, სამკუთხა და ა.შ. იმპულსების ფორმირების პროგრამა წარმოდგენილია **დანართ 5-ზე**.

ნახ.41-ზე წარმოდგენილია მოდულირებული დროით-იმპულსური სიგნალის სიხშირული სპექტრი მანიპულატორის შესასვლელზე და მისი ამპლიტუდა მანიპულაციის შედეგი.



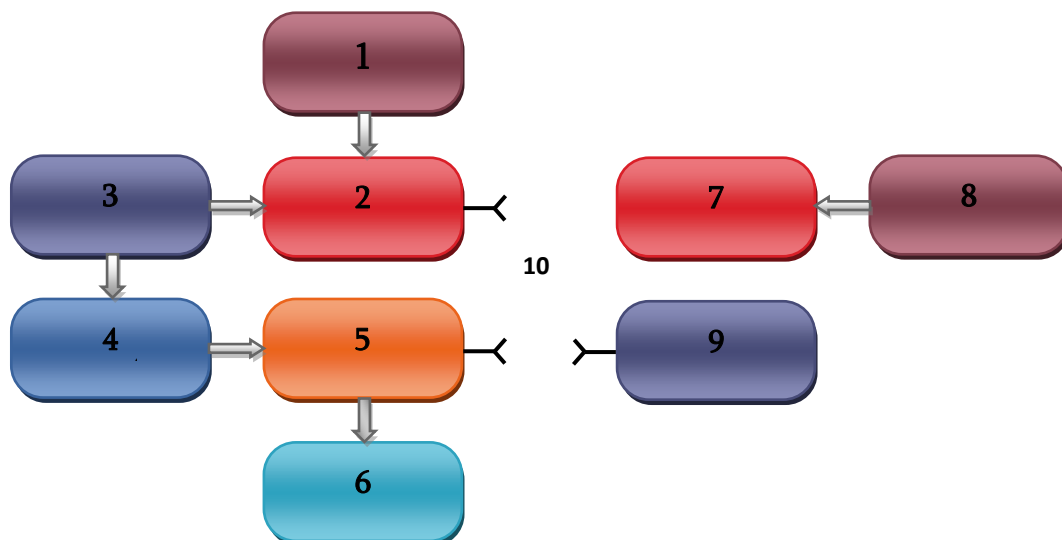
**ნახ. 41. დროით-იმპულსური სიგნალი მანიპულაციამდე და მანიპულაციის შემდეგ.**

ცხადია, რომ მონაცემთა გადაცემისას გადამცემი არხის სიხშირული დიაპაზონი შემოსაზღვრულია სპექტრის მნიშვნელოვანი ნაწილით. სპექტრის სიგანე მყარდება მისაღები სიგნალების დამახინჯების დასაშვები ხარისხით. დამახინჯების ხარისხი დამოკიდებულია პაკეტის გადაცემის ხანგრძლივობაზე.

თეორიულად, ვთქვათ იონოსფეროში რადიოსიგნალების გავრცელება შეიძლება აღიწეროს ერთგანზომილებიანი სისტემით ორ შემთხვევაში: პირველი, როცა სიგნალი გამოსხივდება ერთი წყაროდან და მიიღება მიმღები მოწყობილობის მიერ (ერთ არხიანი შემთხვევა) და მეორე როცა მიმღები მოწყობილობა ღებულობს სიგნალებს სახვადასხვა წყაროებიდან (მრავალარხიანი სისტემა). პირველ შემთხვევას დღეისათვის დიდი პრაქტიკული გამოყენება აქვს. მაგრამ უნდა აღინიშნოს, რომ ერთტონალური სიგნალის გავრცელების აღმწერი თეორიული მეთოდები არ გამოირჩევიან დიდი სიზუსტით, რის გამოც ნატურალურ ექსპერიმენტებს ამ შემთხვევაში ანალოგი არ მოეპოვება. ასეთი ექსპერიმენტები იონოზონდის მეშვეობით უწყვეტი წრფივი სიხშირული მოდულაციის სიგნალის გამოყენებით, 1998-2003 წლებში ჩატარებული იქნა დასავლეთ ევროპასა და ციმბირში. იონოზონდები უწყვეტად ასხივებენ წრფივი სიხშირული მოდულაციის სიგნალებს 3-30 მგჰც სიხშირულ დიაპაზონში (100 კჰც/წმ), დადგინდა, რომ სიგნალის დამახინჯება და  $S_{\text{სიგნალი}} / S_{\text{ხმაური}}$  თანაფარდობის სიდიდე დამოკიდებულია გავრცელების მანძილზე და მუშა სიხშირეზე.

სადისერტაციო ნაშრომის ფარგლებში შესწავლილი იქნა 500 მგჰც-3 გჰც სიხშირის მზიდი სიგნალის ევოლუცია მიმღებ-გადამცემი სისტემის გავლით სიმულაციური მოდელირების საფუძველზე. მზიდი იმპულსური სიგნალების ფორმირება განხორციელდა დროით-იმპულსური მანიპულატორით (იმპულსის ხანგრძლივობა  $10^{-5} - 10^{-4}$  წმ).

მიმღებ-გადამცემი სისტემა ზემადალი სიხშირის დიაპაზონის, სინუსოიდალური სიგნალის გენერატორს, ციფრულ გენერატორს, რითაც ხორციელდება კოდირებული სიგნალის (შემთხვევითი იმპულსების ერთობლიობის) წარმოქმნა, ფაზურ მოდულატორს, დემოდულატორს, სპექტრის ანალიზატორს, სიგნალის „დამაყოვნებელ“ ბლოკს (ნახ.42).



**ნახ. 42. მიმღებ-გადამცემი სისტემა.**

1, 8 – სინუსოიდალური გენერატორი. 2, 7 – ფაზური მოდულატორი; 3, 9 – ციფრული მოდულატორი და დემოდულატორი (პერსონალური კომპიუტერი, მოდემის გავლით რომელშიც მოხვედრილი სიგნალი განიცდის გენერირებას ციფრული ალგორითმის საშუალებით. ამისათვის გამოყენებული იქნება პროგრამული გარსაცმი MathCad, Maple, Pascal); 4 – სიგნალის დამაყოვნებელი ბლოკი; 5 – ფაზური დემოდულატორი; 6 – სპექტრალური ანალიზატორი; 10 – გარემო. სადაც ვრცელდება სიგნალი. ფლუქტუაციების წყარო.

სიგნალის სპექტრის გაფართოების ეფექტურ საშუალებას წარმოადგენს მისი ფაზური მოდულაცია, რომლის რეალიზაცია შეიძლება განხორციელდეს დისკრეტული ფაზური მანიპულატორის საშუალებით. სიხშირული ზოლის გაფართოების მიზანშეწონილობიდან გამომდინარე, გამოყენებული იქნა  $\pi$  - მოდულატორი, რომელიც წარმოქმნის ნულოვანი და  $\pi$  -ფაზით წანაცვლებულ იმპულსებს.

გაზომვები ჩატარდა შემავალი სიგნალის სხვადასხვა საშუალო სიხშირის შემთხვევაში. საწყის მნიშვნელობად აღებული იქნება  $f = 880\text{MHz}$ .

ექსპერიმენტისას გამოყენებული იქნა ხმაურის რამდენიმე სახე. სინუსოიდალური ხმაური და გადაცემული სიგნალის სპექტრთან თანხვედრაში მყოფი ფართოზოლიანი ხმაური. სიგნალისა და ხმაურის სპექტრების შეფასებისათვის გადამცემი და მიმღები მოწყობილობის შესასვლელებზე გამოყენებული იქნა სპექტრალური ანალიზატორი Instek GPS-930. შემუშავდა მთელრიცხვიანი ალგორითმი შემთხვევითი გენერირებით, რომელიც გამოყენებული

იქნა ციფრული გენერატორის რანგში და რომელსაც საფუძვლად უდევს ნახ.40-ზე მოცემული დროით-იმპულსური მანიპულატორი.

კვლევა N31/33 საგრანტო პროექტის „გარემოს რადიო სპექტრალური დიაგნოსტიკა სიგნალისა და გარემოს დისპერსიულ მახასიათებლებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის საფუძველზე“ ფარგლებში მიმდინარეობს და დასრულდება 2016 წელს, ამ დროისათვის დასრულდება გადამცემი და მიმღები სისტემების მახასიათებლები.  $S_{\text{სიგნალი}} / S_{\text{ხმაური}}$  თანაფარდობა სიგნალის ევოლუციური დამახინჯებისა და გადამცემი ანტენის ანტენური მახასიათებლების განსაზღვრის საფუძველია მიმართულების დიაგრამა, სიმძლავრე, ძაბვა.

IEEE 802.15.4a სტანდარტით შემუშავებული უკაბელო სამომხმარებლო სისტემების (Wireless Personal Area Networks - WPAN) კვლევამ აჩვენა, რომ მონაცემთა გადაცემის სიჩქარე 1-3 მგბიტ/წმ-ის 100 მ რადიუსის დიაპაზონში. WPAN წარმოადგენს ერთ-ერთ მიმზიდველ უკაბელო კავშირის სისტემებს თანამედროვე კავშირგაბმულობასა და ტელეკომუნიკაციაში, მაგრამ WPAN სისტემების გამოყენებას ისევე, როგორც საერთოდ უკაბელო კავშირის სხვა სისტემებს ედება რიგი შეზღუდვები, რომელიც განსაზღვრულია აშშ-ს კომუნიკაციის ფედერალური სამსახურის სტანდარტებით [10]. კერძოდ: პირველი შეზღუდვა ედება სიგნალის სპექტრალური სიმკვრივის მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რომელიც არ უნდა აღემატებოდეს 41.3 დბ/მგჰც. მეორე შეზღუდვა ედება გამოსხივების სიმძლავრის ზღვრულ მნიშვნელობას, რომლის პიკური მნიშვნელობა არ უნდა აღემატებოდეს 0 დბ-ს 50 მგჰც-იან სიხშირულ ზოლში. შესაბამისად 500 მგჰც-იან ზოლში სიმძლავრე არ უნდა აღემატებოდეს 20 დბ-ს, ხოლო 2 გჰც-იან ზოლში 32 დბ-ს. და ბოლოს მესამე შეზღუდვა ედება თვით ტექნოლოგიას, კავშირის სისტემებში ძაბვა არ უნდა აღემატებოდეს 2 ვ-ს, შესაბამისად ძაბვა გადამცემ ანტენაზე ასევე არ უნდა აღემატებოდეს 1 ვ-ს. თუ ანტენა 50 ომიან რეჟიმზეა გათვლილი, მაშინ პიკური სიმძლავრე უნდა იყოს 10 მვტ.

ზემოთ ჩამოთვლილი შეზღუდვებიდან პირველი მარტივად გადასაწყვეტია სიგნალის გადაცემის სიჩქარის შემცირებით. სიგნალის გადაცემის სიჩქარეს კი მარტივად შევამცირებთ, თუ შევამცირებთ დროის ერთეულში გადასაცემი იმპულსების რიცხვს. მეორე შეზღუდვის პირობებში სიგნალის 1000 ბიტ/წმ

სიჩქარით გადაცემისას სიგნალის გავრცელების სიშორე 1000 მეტრამდე შეიძლება შენარჩუნებული იქნას. მაგრამ მესამე შეზღუდვა მნიშვნელოვნად ამცირებს სიგნალის გავრცელების სიშორეს დაახლოებით 10 მეტრამდე.

ამ სიტუაციიდან გამოსავალი, ისე რომ არ დაირღვეს არც ერთი შეზღუდვა მაგრამ გაიზარდოს სიგნალის გავრცელების სიშორე და შენარჩუნებული იქნას სიგნალის ხარისხი, მდგომარეობს სწორედ ფსევდო შემთხვევითი იმპულსების გენერირებაში. სპეციალური რიცხვითი გენერატორი, რომელიც ფსევდო შემთხვევითი იმპულსების გენერირებას ახდენს ისე, რომ გადაცემული სიგნალის სპექტრი არ იყოს დამოკიდებული იმპულსის სიგრძეზე (სიგნალში იმპულსების რაოდენობაზე), მაშინ ავტომატურად იხსნება სიგნალის ენერგიაზე დადებული შეზღუდვა.

## დ ა ს კ ვ ნ ა

სადოქტორო ნაშრომის პირველ თავში განხილულია დისპერსიულ გარემოში რეალური ტალღური პროცესების აღმწერი მათემატიკური ფორმალიზმი.

§1-ში მიღებულია ტალღური განტოლება დისპერსიულ გარემოში ზოგადი სახით. რხევითი პროცესიდან ტალღურ პროცესზე გადასვლის კრიტერიუმის ე.წ. „კვაზისტაციონარულობის პირობის“ საფუძველზე, შესაძლოა ამოცანათა კლასიფიცირება, კერძოდ როცა სისტემის მახასიათებელი ზომები მცირეა ტალღის სიგრძესთან შედარებით  $L < \lambda$ , მაშინ შეიძლება ვისაუბროთ რხევით სისტემაზე, ხოლო როცა  $L > \lambda$  – კი ტალღურ პროცესზე. დისპერსიის კანონის ცოდნა საშუალებას გვაძლევს შევაფასოთ მონოქრომატული ტალღების განაწილების კანონზომიერების ცვლილება, ამიტომ ტალღური პროცესების აღწერის მნიშვნელოვან მახასიათებელს წარმოადგენს დისპერსიის კანონი, რომლის დადგენაც ზოგად შემთხვევაში, როცა ვიხილავთ სტოქასტური გარემოს მოდელს, შესაძლებელია მიახლოებითი მეთოდებით. სტოქასტური ტალღური განტოლების ამონახსნისა და შესაბამისად დისპერსიული თანაფარდობის დადგენა დაიყვანება გრინის ფუნქციის ცხადი სახის პოვნაზე. არამონოქრომატული ტალღის ფორმა დისპერსიულ გარემოში მახინჯდება, რადგან სიხშირული დისპერსია განაპირობებს მონოქრომატული ტალღების განაწილების კანონზომიერების ცვლილებას. სხვადასხვა სპექტრალურ კომპონენტებს გააჩნიათ, სხვადასხვა ფაზური სიჩქარეები და მიღების კოეფიციენტები. ფაზური სიჩქარის დისპერსიის გამო, ტალღის გავრცელების პროცესში იცვლება სპექტრალურ კომპონენტებს შორის ფაზური თანაფარდობა. შედეგად, იცვლება ტალღების ინტერფერენციის შედეგი და არამონოქრომატული ტალღის ფორმა მახინჯდება. შთანთქმის კოეფიციენტის დისპერსია იწვევს ტალღის სიხშირული სპექტრის ტრანსფორმაციას და ტალღის ფორმის დამატებით დამახინჯებას.

§2-ში განხილულია ბრტყელი ბგერითი ტალღის დისპერსია არანიუტონისეულ, ბლანტ გარემოში. უწყვეტობის, მოძრაობისა (ეილერის) და მდგომარეობის განტოლებების საფუძველზე. შეშფოთების მეთოდით მიღებულია გარემოს ჰიდროდინამიკური პარამეტრების (სიმკვრივე, წნევა, სიჩქარე) ცვლილების ამსახველი განტოლებები. განხილულია შემთხვევა, როდესაც



შთანთქმული ბგერითი ენერგია გარემოს მდგომარეობაზე სუსტ გავლენას ახდენს, ანუ შეშფოთებული პარამეტრები მნიშვნელოვნად მცირეა საშუალო პარამეტრებთან შედარებით. მიღებული დისპერსიული გამოსახულება აჩვენებს, რომ ბგერითი ტალღის ბლანტ სითხეში გავრცელებისას შეიძლება არსებობდეს რხევითი მოძრაობები, რომლებიც გავრცელების მიმართულების მართობულად სწარმოებს. მაგრამ ეს განივი რხევები სწრაფად მიიღვევა, კერძოდ ტალღის სიგრძის ტოლ მანძილზე რხევების ამპლიტუდა მცირდება  $\exp(2\pi) \approx 535$  –ჯერ. ე.ი. განივი ბგერითი რხევები ბლანტ სითხეში თითქმის არ ვრცელდება. ეს გარემოება დასტურდება ექსპერიმენტულადაც, ნაჩვენებია, რომ წყლის დინამიკური სიბლანტე ტემპერატურის ზრდისას ექსპონენციალურად ეცემა. მიღებულია გასწვრივი ბგერითი რხევების განტოლება, რომელიც ითვალისწინებს დისიპაციურ პროცესებს. დისპერსიის კანონის საფუძველზე შეფასებული იქნა მიღების კოეფიციენტი  $k$ , რომელიც ფიზიკური მოსაზრებებიდან გამომდინარე არ შეიძლება იყოს ძალიან დიდი, რადგან წინააღმდეგ შემთხვევაში ტალღის გავრცელების პროცესის ნაცვლად მივიღებთ აპერიოდულ მიღვევად პროცესს. ბგერითი ტალღის გავრცელების პირობას გარემოში წარმოადგენს, ის გარემოება, რომ  $\lambda$  – ტალღის სიგრძის რიგის მანძილზე ტალღის ამპლიტუდა ძალიან მცირედ უნდა შეიცვალოს, ე.ი.  $\exp(-k\lambda) \approx 1$ ,  $k\lambda \ll 1$ .

§3-ში შესწავლილია ელექტრომაგნიტური ტალღის გავრცელების პირობები დისპერსიულ გარემოში. რეალური გარემოს თვისებების ამსახველი მარტივი მოდელები შეიძლება აგებული იქნას სულ რამდენიმე შემთხვევაში, მაგრამ ამის მიუხედავად ეს მარტივი მოდელები ძალიან მნიშვნელოვანია ფიზიკური არსის თვალსაზრისით და იმსახურებს განსაკუთრებულ განხილვას, სწორედ ამიტომ წარმოდგენილია დისპერსიული თანაფარდობა მონოქრომატული ელექტრომაგნიტური ტალღისათვის, რომელიც მიღებულია მაქსველის განტოლებათა სისტემის, მინკოვსკის მატერიალური თანაფარდობებისა და მუხტისა და დენის სიმკვრივის დამაკავშირებელი უწყვეტობის განტოლების საფუძველზე. შთანთქმის კოეფიციენტი განსაზღვრავს ელექტრომაგნიტური ტალღის გავრცელების პირობას დისპერსიულ გარემოში. დისპერსიის ყველა თანამედროვე თეორია ითვალისწინებს ნივთიერების მოლეკულურ აღნაგობას და მოლეკულებს განიხილავს, როგორც

დინამიკურ სისტემას, რომლებსაც გააჩნიათ საკუთარი სიხშირე. მოლეკულური სისტემები ემორჩილება კვანტური მექანიკის კანონებს, მაგრამ დისპერსიის კლასიკური თეორიის შედეგები ხშირ შემთხვევაში იძლევა ხარისხობრივად ზუსტ გამოსახულებებს, გარდატეხის მაჩვენებლის და შთანთქმის კოეფიციენტისათვის, როგორც სიხშირის ფუნქციებისათვის. მიღებულია დისპერსიული გამოსახულებები ელექტრომაგნიტური ტალღების დიელექტრიკულ და გამტარ გარემოში გავრცელებისას. განხილულია პოლარული და არაპოლარული დიელექტრიკების შემთხვევა, ხოლო გარე ველის გავლენით ელექტრონებისა და დიპოლების მოძრაობა მათში აღწერილია დრუგე-ლორენცის მოდელით, ე.ი. მოლეკულა წარმოდგენილია ერთი ან რამდენიმე წრფივი ჰარმონიული ოსცილატორების სახით. რიცხვითი ექსპერიმენტის საფუძველზე შესწავლილია დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური და წარმოსახვითი ნაწილების დამოკიდებულება სიხშირეზე, როცა  $\omega_0 = 10^8$  წმ<sup>-1</sup>,  $N = 10^{22}$ ,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$  კგ,  $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}$  კ,  $\beta = 10^7$  ჰც. დიელექტრიკული შეღწევადობის რეალური ნაწილი ასახავს გარდატეხის მაჩვენებლის ცვლილებას სიხშირის მიხედვით, ხოლო წარმოსახვითი წილი კი ასახავს შთანთქმის მაჩვენებლის დამოკიდებულებას სიხშირეზე  $\chi(\omega)$ . როცა  $\omega < \omega_0$ , გარდატეხის მაჩვენებელიც და შთანთქმის მაჩვენებელიც იზრდება  $\omega$ -ს ზრდასთან ერთად და აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო ზუსტი რეზონანსის პირობებში ( $\omega^2 = \omega_0^2 - \omega_p^2/3$ ), გარდატეხის მაჩვენებელი 1-ის ტოლი ხდება. გამოთვლილია დიელექტრიკული შეღწევადობის მაქსიმუმის შესაბამისი სიხშირის მნიშვნელობა  $\omega = 9.8 \cdot 10^7$  წმ<sup>-1</sup>  $\approx \omega_0$ . როცა  $\omega > \omega_0$  გარდატეხის მაჩვენებელი სწრაფად იკლებს და 1-ზე ნაკლები ხდება, ხოლო შთანთქმის მაჩვენებელი მაღალ სიხშირეებზე ექსპონენციალურად იკლებს და მიისწრაფვის ნულისაკენ.  $\omega \gg \omega_0$  გარდატეხის მაჩვენებელი იზრდება და მიისწრაფვის 1-ისაკენ. სიხშირეთა დიაპაზონი, რომელშიდაც გარდატეხის მაჩვენებელი კლებულობს სიხშირის ზრდასთან ერთად, შეესაბამება ანომალური დისპერსიის არეს. ამ არეში ადგილი აქვს ფაზური სიჩქარის ზრდას. რაც შეეხება პოლარულ გარემოს, როგორცაა მაგალითად წყალი, დიპოლების ორიენტაცია გარე ველში ხორციელდება გარკვეულ დროში. კლასიკური თვალსაზრისით ითვლება, რომ ისინი მეყსეულად ორიენტირებენ ველის გასწვრივ, რაც რეალურად ასე არაა.

დროითი დაყოვნების ეფექტები განაპირობებს სიგნალის გავრცელებისას სიხშირული დისპერსიის გათვალისწინების აუცილებლობას. სადისერტაციო ნაშრომის მოცემულ პარაგრაფში შემოვიფარგლეთ წრფივი მიახლოებით და ჩავთვალოთ, რომ დიპოლის ორიენტაციის ენერგია სითბურ ენერგიასთან შედარებით მნიშვნელოვნად მცირეა  $U \ll k_B T$ , ხოლო პოლარიზაცია იცვლება დეზაის კანონით და მივიღეთ დისპერსიის კანონი დიელექტრიკული შეღწევადობისათვის. რიცხვითი ექსპერიმენტის საფუძველზე შეფასებულია წყლის ორთქლში გარდატეხის მაჩვენებლისა და შთანთქმის კოეფიციენტის სიხშირეზე დამოკიდებულება, როცა რელაქსაციის დრო  $\tau = 10^{-11}$  წმ-ია, ხოლო  $100^\circ C$  ტემპერატურაზე წლის ორთქლის დიელექტრიკული შეღწევადობა  $\epsilon_0 \approx 55$ . დადგენილია, რომ გარდატეხის მაჩვენებელი სიხშირის ზრდასთან ერთად ექსპონენციალურად მცირდება და მიისწრაფვის 1-ისაკენ, ხოლო შთანთქმის კოეფიციენტი მნიშვნელოვანია  $\omega = 10^{11}$  წმ<sup>-1</sup>, ანუ  $f_0 = \omega / 2\pi \approx 15$  გჰც სიხშირის არეში, რომელიც მოლეკულების საკუთარი რხევის სიხშირეს წარმოადგენს. ამიტომ, რადიოკავშირის განხორციელებისას, მაგალითად ტროპოსფეროს გავლით აუცილებელია შერჩეული იქნას ისეთი სიხშირეები, რომლებიც არ ემთხვევა გარემოს მოლეკულების რხევის საკუთარ სიხშირეებს. რაც შეეხება გამტარ გარემოში, როგორცაა მაგალითად პლაზმა, ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელების აუცილებელი პირობაა სრულდებოდეს უტოლობა  $\omega^2 > \omega_p^2 - \nu^2$ , სადაც  $\nu$  – ელექტრონების იონებთან და მოლეკულებთან დაჯახების ეფექტური სიხშირეა (ლითონებში  $\nu = 3 \cdot 10^{13}$  წმ<sup>-1</sup>, გაიშვიათებული პლაზმაში  $\nu \sim 10^3 - 10^4$  წმ<sup>-1</sup>). როცა  $\omega^2 < \omega_p^2 - \nu^2$  გარდატეხის მაჩვენებელი წარმოსახვითი ხდება, შესაბამისად ტალღები ასეთი სიხშირით უნდა ირეკლებოდეს პლაზმის საზღვარიდან. იონოსფეროში ელექტრონული კონცენტრაცია სიმაღლის ფუნქციაა, რომელიც იონოსფეროს ქვედა საზღვარიდან იზრდება ნულიდან გარკვეულ მაქსიმალურ მნიშვნელობამდე და კვლავ იკლებს. არსებობს კრიტიკულ სიხშირეთა მთელი რიგი არე, რომლებზეც ადგილი აქვს ტალღების არეკვლას იონოსფეროს საზღვარიდან. აღმოჩნდა, რომ ელექტრონების მაქსიმალური კონცენტრაცია პლაზმაში უნდა იყოს  $N_{\max} = 1.24 \cdot 10^6$  სმ<sup>-3</sup>, როცა იონოსფეროს საზღვარს მართობულად ეცემა  $f_{kr} = 10$  მგჰც სიხშირის ტალღა. იმ შემთხვევაში, როცა ტალღის  $\omega$  სიხშირე გარემოს საკუთარი  $\omega_0$

სიხშირესთან ახლოსაა ადგილი აქვს სიხშირული დისპერსიის ეფექტებს. განხილულია გიროტროპული და არაგიროტროპულ გარემოში ელექტრომაგნიტური გავრცელების პირობები. ნაჩვენებია, რომ გიროტროპულ გარემოში შთანთქმის ზოლის მახლობლად შეიძლება არსებობდეს ერთი სიხშირის სამი განივი ტალდა, მაგრამ სხვადასხვა გარდატეხის მაჩვენებლით, ხოლო არაგიროტროპულ გარემოში კი ერთი პოლარიზაციის ორი ტალდა, ამასთან როგორც გიროტროპულ, ასევე არაგიროტროპულ გარემოში გასწვრივი ტალღები არ გვაქვს.

სადოქტორო ნაშრომის მეორე თავი ეძღვნება ტალღური პაკეტის გავრცელებას დისპერსიულ გარემოში. რეალური ტალღური პროცესი სტოქასტურია, შესაბამისად პრაქტიკულად ნებისმიერი ტალღური პროცესი არამონოქრომატულია, თუმცა გარკვეულ პირობებში თითოეული არამონოქრომატული პროცესი შეიძლება წარმოდგენილი იქნას მონოქრომატული ტალღების ერთობლიობის სახით.

§4-ში გრინის ფუნქციის მეთოდით მიღებულია არამონოქრომატული ტალღური პაკეტის განტოლება, ნაპოვნია მისი ამონახსნი, ხოლო კვაზიმონოქრომატულობის პირობისა და დისპერსიის კანონის გათვალისწინებით მიღებულია ტალღური პაკეტის ამპლიტუდის სივრცე-დროითი ზოგადი გამოსახულება. ზოგად შემთხვევაში  $k(\omega)$  დამოკიდებულება არ არის წრფივი, ამიტომ გრინის ფუნქციის ცხადი სახის პოვნა შეიძლება მხოლოდ კონკრეტულ შემთხვევაში. მაგალითად, მოცემულ პარაგრაფში მიღებულია გრინის ფუნქციის ცხადი სახე ბლანტ გარემოში ბგერითი ტალღების გავრცელებისას.

§5-ში შეფასებულია ტალღური პაკეტის გავრცელების ჯგუფური სიჩქარე დისპერსიულ გარემოში, რომელშიც ტალღური პაკეტის გავრცელება აღიწერება კარტევეგა-დე ვრიზის გაწრფივებული განტოლებით, ხოლო დისპერსია ხარისხობრივი კანონით. პირველ მიახლოებაში მიღებულია ტალღური პაკეტის მომვლების ცვლილება. შეფასებულია ტალღური პაკეტის გავრცელების ჯგუფური და ფაზური სიჩქარეები და მათი თანაფარდობა ნორმალური და ანომალური დისპერსიის შემთხვევაში. ნორმალური დისპერსიისას, როცა  $dn/d\omega > 0$  ტალღური პაკეტის ჯგუფური სიჩქარე მცირეა ფაზურზე, ხოლო ანომალური დისპერსიისას კი - როცა  $dn/d\omega < 0$  კი პირიქით, ფაზური სიჩქარე მცირეა ჯგუფურ სიჩქარეზე.

შესაძლოა ჯგუფური სიჩქარე უარყოფითი იყოს, ე.ი. ტალღური ვექტორის მიმართულება და ჯგუფური სიჩქარის მიმართულება ურთიერთსაწინააღმდეგო აღმოჩნდეს. ნაჩვენებია, რომ ანომალურ დისპერსიას ადგილი აქვს ელექტრომაგნიტური ტალღების გავრცელებისას დიელექტრიკებში, როცა ტალღის სიხშირე შთანთქმის რეზონანსული ზოლების სიხშირის მახლობელია, აგრეთვე სითხის ზედაპირზე კაპილარული ტალღების განხილვისას. მიღებულია ანალიზური გამოსახულებები ფაზური და ჯგუფური სიჩქარეებისათვის და დადგენილია, რომ ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის პირობა  $v_{gr} > v_f$  მართალია ეწინააღმდეგება ფარდობითობის თეორიას, თუმცა, შთანთქმის ზოლების მახლობლად გარდატეხის მაჩვენებელი და ტალღური ვექტორი იმდენად სწრაფად იცვლება, რომ შემოგოთების თეორიაში პირველი მიახლოებით შემოფარგვლა აღარ არის საკმარისი და უფრო მაღალი რიგის წევრების გათვალისწინება ხდება საჭირო. გამოთვლები საშუალებას იძლევა მივიღოთ ტალღური პაკეტის გამოსახულება ამპლიტუდისათვის მეორე მიახლოებაში, საიდანაც ჩანს, რომ ტალღური პაკეტის გავრცელების ჯგუფური სიჩქარეც განიცდის დისპერსიულ ცვლილებას. ტალღური პაკეტის დისპერსიული განრთხმა მანძილის მიხედვით საგრძნობი ხდება. აღსანიშნავია, რომ გარემოს დისპერსია მნიშვნელოვნად სუსტიც რომ იყოს და სიხშირული ზოლი კი იმდენად მცირე, რომ შეიძლებოდეს მესამე და უფრო მაღალი რიგის მცირე წევრების უგულებელყოფა ტალღური პაკეტის მომვლების დამახინჯება მაინც მნიშვნელოვანია.

§6-ში განხილულია ვიწრო სიხშირული ზოლის სიგნალების გავრცელება დისპერსიულ გარემოში. გარემოს დისპერსიული თვისებები შეიძლება ავხსნათ გარემოში დამუხტული ნაწილაკების იძულებითი შემოგოთებით. შემოგოთების წარმოქმნამდე დამუხტულ ნაწილაკებს ინერციის გამო არ გააჩნია მოწესრიგებული მოძრაობის ხასიათი და გარემო, როგორც ვაკუუმი „ოპტიკურად“ ცარიელია. სპექტრალურად გაშლილი სიგნალი აღწევს სასრულ სიგრძემდე, რომელთათვისაც  $n \rightarrow 1, v_f = v_g = c$ , თუმცა ამ სიხშირეების ენერგეტიკული წილი კვაზიმონოქრომატული სიგნალის სპექტრში მცირეა, ამიტომ სიგნალის წინა ნაწილს გააჩნია მცირე ამპლიტუდა და მაღალი სიხშირე. სიჩქარე, რომლითაც სიგნალის ძირითადი ნაწილი აღწევს სინათლის სიჩქარეს ნაკლებია  $c$ -ზე. სიგნალის საბოლოო ფორმის ჩამოყალი-

ბეზა დამოკიდებულია გარემოში დისპერსიის კანონზე. სიგნალის ძირითადი ნაწილის მოსვლა დაკვირვების წერტილში განპირობებულია ამპლიტუდის ზრდით და ვრცელდება  $v_c$ -სიჩქარით. ეს არის სიგნალის ის სიჩქარე, რომელიც შეიძლება დაარეგისტრიროს ხელსაწყომ. ცხადია, რომ ხელსაწყოს მგრძობიარობის გაზრდასთან ერთად სიგნალის მოსვლის სიჩქარის განსაზღვრული მნიშვნელობა შესაძლოა ახლოს აღმოჩნდეს  $c$ -სთან. თუმცა გაზომვის ზღვრული მნიშვნელობა მნიშვნელობნად ნაკლებია  $c$ -ზე, რადგან ხელსაწყოს შესასვლელზე არსებობს ფლუქტუაციური ეფექტები - ხმაური, რაც ზღუდავს გაზომვის სიზუსტეს.

შეფასებულია იმპულსური სიგნალის გავრცელების სიჩქარე ასიმპტოკური მეთოდის – სტაციონარული ფაზის მეთოდით ( $z \rightarrow \infty$ ). განსაკუთრებულ წერტილს წამოადგენს ფაზის სტაციონარულობის წერტილები, რომელშიდაც სრულდება პირობა:  $\partial y / \partial \omega = 0$ , სადაც  $y(\omega) = k(\omega) - \omega t$ . სტაციონარული ფაზის მეთოდით ჩატარებულია რთული ინტეგრალური გამოთვლები და მიღებულია სიგნალის ფორმის ცვლილების ამსახველი განტოლება, ხოლო კერძო შემთხვევაში, განხილულია შემთხვევა, როცა პირველადი სიგნალი არის მართკუთხა იმპულსი.

პრაქტიკაში ხშირად გვაქვს საქმე ტალღებთან, რომელთა სპექტრებიც საკმარისად ვიწრო სიხშირული დიაპაზონით გამოირჩევა. ზოგჯერ, განსახილველ სიხშირულ დიაპაზონში შეიძლება უგულებელვყოთ ან ტალღის მიღება, ან ფაზური სიჩქარეების დისპერსია. მაგალითად ბგერითი ტალღებისათვის ხშირ შემთხვევაში შეიძლება დისპერსია არ გავითვალისწინოთ, ხოლო ელექტრომაგნიტური ტალღებისათვის პირიქით - შთანთქმა. დისპერსია, იქნება ეს სიხშირული თუ სივრცითი, მნიშვნელოვანი ხდება სიხშირეთა და ტალღურ რიცხვთა კონკრეტულ დიაპაზონში, რომლებიც რეზონანსულს უახლოვდება. თუმცა დისპერსიული ეფექტები შეიძლება მანძილის მიხედვით გროვდებოდეს, რომელსაც ტალღა გადის გარემოში, შესაბამისად ერთი შეხედვით სუსტი დისპერსია შეიძლება გახდეს მნიშვნელოვანი გარკვეულ მანძილზე, რეზონანსული სიხშირეებისაგან მოშორებით. ამის საუკეთესო მაგალითია, ოპტიკურად გამჭვირვალე პრიზმით სინათლის სპექტრად დაშლა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მახასიათებელი პარამეტრები დროითი ან სივრცის განზომილებით, ყოველთვის არ ასახავს გარემოს შინაგან თვისებებს. ცნობილია, რომ

დისპერსია მნიშვნელოვნად აისახება ტალღსატარებში ტალღების გავრცელებისას, სადაც მახასიათებელი მასშტაბის როლს ტალღსატარის განივი კვეთის ზომა ასრულებს. მეორე მაგალითს წარმოადგენს, არადისპერსიულ გარემოში კვაზიბრტყელი ტალღის გავრცელება, როცა ტალღა შემოსაზღვრულია სივრცეში ვიწრო ნაკადის სახით. ამ შემთხვევაში ტალღის სიჩქარის დამოკიდებულება სიხშირეზე განპირობებულია დიფრაქციული ეფექტებით. რა თქმა უნდა ჩვენს განსაკუთრებულ ინტერესს იწვევს დისპერსიული ეფექტები, რომლებიც გავლენას ახდენს ტალღის გავრცელებაზე და დამოკიდებულია მატერიალური გარემოს მხოლოდ ფიზიკურ თვისებებზე.

სადოქტორო ნაშრომის **მესამე თავში** შესწავლილია იმპულსური სიგნალების სივრცე-დროითი ევოლუცია დაჯახებად, იზოტროპულ პლაზმაში.

§7-ში შესწავლილია დისპერსიულ დაჯახებად პლაზმაში ელექტრომაგნიტური იმპულსის გავრცელება. მიღებულია ზოგადი გამოსახულება, რომელიც ასახავს დაჯახებად, იზოტროპულ პლაზმურ ფენაში იმპულსის ამპლიტუდის ევოლუციურ ცვლილებას სივრცესა და დროში.

§8-ში შეფასებულია ამ გარემოში იმპულსის გავრცელების სიჩქარე. ნაჩვენებია, რომ იმპულსის წინა და უკანა ფრონტი სხვადასხვა სიჩქარით ვრცელდება. იმპულსის გავრცელებას პლაზმურ ფენაში ადგილი ექნება, მაშინ როდესაც  $\omega \gg \nu$ . დაჯახების ეფექტები გავლენას ახდენს იმპულსის გავრცელების სიჩქარეზე, როცა  $\nu \approx \omega$ , მაშინ იმპულსი ძლიერ შთაინთქმება და შეიძლება ითქვას, რომ მის გავრცელებას გარემოში პრაქტიკულად ადგილი არ აქვს.

§9-ში ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტები სხვადასხვა საწყისი ფორმისა და ხანგრძლივობის იმპულსებისათვის. განსაკუთრებით საინტერესო ეფექტები მიიღება, როცა იმპულსის მზიდი სიხშირე და დაჯახების სიხშირე ახლოსაა ერთმანეთთან. რიცხვითი ექსპერიმენტისას შერჩეული იქნა მზიდი იმპულსური სიხშირის მნიშვნელობა  $f = 3$  მგჰც და  $f = 10$  მგჰც. ნაჩვენები იქნა, რომ რეზონანსული სიხშირის მახლობლად იმპულსის მომვლების დამახინჯება უფრო გამოხატულ ხასიათს ატარებს.

რიცხვითი ექსპერიმენტები ჩატარებული იქნა გამოსხივების სიმძლავრის  $|A|^2$  დროში ევოლუციური ცვლილების დადგენის მიზნით, გამოსხივებული

წყაროდან სხვადასხვა მანძილზე, სხვადასხვა ფორმის იმპულსებისათვის. რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები და ანალიზი ცხადყოფს, რომ იმპულსები ინარჩუნებს საწყის ფორმას გარკვეულ მანძილზე, რომელიც დაახლოებით 10 კმ-ს შეადგენს, ხოლო მანძილის შემდგომი ზრდა განაპირობებს იმპულსის მომვლების დამახინჯებას. სადოქტორო ნაშრომში განხილულია მართკუთხა, სინუსოიდალური და ბიექსპონენციალური იმპულსების შემთხვევა. შედარებით ხანგრძლივი -  $t_i = 10^{-3}$  წმ ხანგრძლივობის შემთხვევაში შეიმჩნევა ოსცილაციები იმპულსის წინა ფრონტზე, ხოლო იმპულსის დამოკლებით ( $t_i = 10^{-4}$  წმ) ეს ოსცილაციები მდორე ხასიათს ღებულობს, შემდგომი დამოკლება ( $t_i = 10^{-5}$  წმ) კი – გვიჩვენებს, რომ ოსცილაციები საერთოდ ქრება. განხილული შემთხვევებიდან, შედარებით მდგრადი ფორმით გამოირჩევა ბიექსპონენციალური იმპულსი. ნაკლებადაა გამოხატული ოსცილაციები და ძირითადად დაჯახების ეფექტებით გამოწვეული დისიპაციური პროცესები ვლინდება მისი ინტენსივობის შემცირებაში.

სადოქტორო ნაშრომის მეოთხე თავი ეძღვნება მეთოდთა კომპლექსის დამუშავებას, რომელიც კავშირის არხების მახასიათებლების ეფექტური შეფასებისა და ანალიზის საშუალებას იძლევა.

§10-ში შესწავლილია კავშირის არხის (გაუსის არხი, რელეის არხი და რეისის არხი), როგორც სიგნალის შემაყოვნებელი სისტემის, გავლენა IEEE 802.11b სტანდარტის სიგნალების მიღებაზე. ჩამოყალიბებულია ადეკვატური თეორია, რომელიც აერთიანებს ინფორმაციული სიგნალის ფორმირებასა და გადაცემა-მიღებას კავშირის არხის გავლით. ხაზგასმულია მოდულაციის მნიშვნელობა ინფორმაციული სიგნალის ფორმირებისას. კლასიფიცირებულია დეტერმინირებული და შემთხვევითი კანონზომიერების მქონე მამოდულირებელი იმპულსური და პერიოდული სიგნალები. ნაჩვენებია, რომ რადიოტექნიკური წრედებისა და ელექტრონული სისტემების საშუალებით შეიძლება შეიქმნას იმიტაციური ემპირიული გარემო რეალური პროცესების აღსაწერად. რადიოელექტრონულ სისტემებში განსაკუთრებული მნიშვნელობა აქვს სიგნალების იმ დროითი ან/და სიხშირული მახასიათებლების შესწავლას, რომლებიც შესაძლოა აპარატურულად გაიზომოს. წარმოდგენილია ადაპტიური ალგორითმის გაუმჯობესებული მოდელი, რომელიც ეფუძნება სტატისტიკური მეორე და მეოთხე რიგის მომენტების



გამოთვლას. სიგნალის  $M^{(2)}$  მეორე ცენტრალური მომენტი ასახავს მისი განაწილების ალბათობას, ხოლო  $M^{(4)}$  მეოთხე მომენტი განსაზღვრავს სიზუსტეს ამ განაწილებაში. სიგნალი-ხმაური თანაფარდობის -  $SNR$  შეფასება დამოკიდებულია მოდულაციის სახეზე და არხის ტიპზე. გამოთვლილია ხმაურის ექსცესიის კოეფიციენტი რაისის და რელეის არხისათვის ( $k_n = 2.3$ ,  $k_n = 2.8$ ) 25 კპკ სიხშირის მზიდი სიგნალისათვის (დისკრეტიზაციის სიხშირე 200 კპკ), ნაჩვენებია, რომ სიმულაციური მოდელი მოცემულ შემთხვევაში წარმოადგენს დრმა წყალქვეშა აკუსტიკური გარემოს ანალოგს რაისის არხის შემთხვევაში ან წყალქვეშა ზედაპირული აკუსტიკური გარემოს ანალოგს რელეის არხის შემთხვევაში. შეფასებულია, რომ FM სიგნალისათვის  $SNR$  დიაპაზონი მოთავსებულია [5 დბ, 35 დბ] შუალედში.

§11-ში განხილულია ერთტონალური და მრავალტონალური AM-სიგნალების ფორმირების მეთოდები მამოდულირებელი სიგნალის რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებისას. რეგულარული AM -სიგნალის სპექტრი შეიცავს ზედა და ქვედა სიხშირეთა ზოლებს, რომლებიც სიმეტრიულია მზიდი  $\omega_0$  სიხშირის მიმართ, შესაბამისად, AM -სიგნალის სპექტრის სრული სიგანე ტოლია მამოდულირებელი სიგნალის გაორმაგებული სიგანის. 100%-იანი მოდულაციის შემთხვევაში კიდურა სიხშირეებზე მოსული სიმძლავრის წილი არ აღემატება 50%, ხოლო მქკ კი 33%-ს. განხილულია AM -სიგნალის დემოდულაციის მეთოდები, ორი ნახევარპერიოდიანი დეტექტირება და სინქრონული დეტექტირება. ორი ნახევარპერიოდული დეტექტირებისას სპექტრში ჩნდება მეორე, მესამე და უფრო მაღალი ჰარმონიკები, ამასთან მეორე ჰარმონიკის ენერჯია არ აღემატება მზიდი სიგნალის 2%-ს, ამიტომ პრაქტიკაში მისი განხორციელება დაბალი სიხშირის ფილტრებით არის შესაძლებელი. სინქრონული დეტექტირების განსაკუთრებულობა კი იმაში მდგომარეობს, რომ ის არ არის დამოკიდებული მოდულაციის სიღრმეზე, თუმცა აუცილებელია AM-სიგნალის მზიდი ჰარმონიკის ფაზათა და სიხშირეთა ზუსტი თანხვედრა. განხილულია კომპოზიტიური სიგნალის ფორმირების პროცესი მონოფონური და სხვაობიანი სიგნალების საფუძველზე. შემთხვევითი მამოდულირებელი სიგნალის შემთხვევაში AM-სიგნალის სპექტრში გამოიყოფა ორი კომპონენტი: დისკრეტული, რომელიც მოთავსებულია მზიდი სიგნალის მომვლებზე

და უწყვეტი, რომელიც შემოფარგლულია შემთხვევითი პროცესით - ხმაურით მოდულირებული სიგნალის მომვლებით.

§12-ში განხილულია ერთტონალური და მრავალტონალური PM და FM-სიგნალების ფორმირების მეთოდები მამოდულირებელი სიგნალის რეგულარული და შემთხვევითი კანონზომიერებისას. ერთტონალური ფაზური და სიხშირე-მოდულირებული სიგნალები, როცა  $\beta \ll 1$  პრაქტიკულად ანალოგურია AM-სიგნალისა და მის მსგავსად შეიცავს ზედა ( $\omega_0 + \Omega$ ) და ქვედა ( $\omega_0 - \Omega$ ) კიდურა სიხშირეებს. მხოლოდ ადგილი აქვს ქვედა კიდურა სიხშირეზე ამპლიტუდის ნიშნის ცვლილებას - დამატებით ფაზურ ძვრას  $180^\circ$  -ით ზედა კიდურა სიხშირესთან მიმართებაში. მამასადამე, ჰარმონიული AM-სიგნალები შეიძლება გარდაიქმნას FM-სიგნალად საწყისი ფაზის  $180^\circ$  -იანი ცვლილებით ერთ-ერთ კიდურა სიხშირეზე, ამასთან სიგნალის ძირითადი სიმძლავრე მოდის მზიდ სიხშირეზე. მიღებულია ერთტონალური AM და FM-სიგნალების მათემატიკური მოდელი მოდულაციის ინდექსის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის ზოგად შემთხვევაში და შესწავლილია კუთხური მოდულაციის ჰარმონიკებში ამპლიტუდების განაწილების კანონზომიერება მოდულაციის ინდექსის მიხედვით.  $\beta$  -ს ზრდით კიდურა მდგენელების რაოდენობა იზრდება, ხოლო სიგნალის ენერგია გადანაწილდება კიდურა მდგენელებზე, სპექტრი არამონოტონურად სუსტდება. ნაჩვენებია, რომ როცა  $\beta = 2.405, 5.52, 8.654$  და ა.შ. მზიდი  $\omega_0$  სიხშირე სპექტრში სრულად ქრება. FM და PM-სიგნალების სიხშირული ფართოზოლოვნობა განაპირობებს დიდ ხმაურგამძლეობას AM-სიგნალებთან შედარებით. მრავალტონალური კუთხური მოდულაცია გამოირჩევა კიდევ უფრო რთული სპექტრალური შემადგენლობით. მათ სპექტრში ფიგურირებს არა მხოლოდ მამოდულირებელი სიგნალის კიდურა სიხშირეები, არამედ კიდურა კომბინაციური სიხშირეებიც, შესაბამისად FM ან PM-სიგნალების დემოდულაცია ბევრად რთულია ვიდრე AM-სიგნალებისა. მოცემულ პარაგრაფში განხილულია კვადრატურული მოდულაცია ჰილბერტის ოპერატორის გამოყენებით და ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი კვადრატურული სიგნალის „მოდულაცია-დემოდულაციის“ პროცესის მოდელირების მიზნით MathCad-ის პროგრამულ გარსაცმში. განხილულია შემთხვევა, როცა მზიდი სიხშირე ბევრად აღემატება მამოდულირებელი სიგნალების სიხშირეებს  $f_0 \gg f_1, f_2$ . პირველი

მამოდულირებელი სიგნალი განაპირობებს მზიდი სიგნალის ამპლიტუდის მოდულაციას, ხოლო მეორე კი ფაზის მოდულაციას. განხორციელდა მოდულირებული სიგნალიდან  $\pi/2$  ფაზით წანაცვლებული ორი მოდულირებული სიგნალის ფორმირება და კვადრატურული სიგნალის ფორმირება, ხოლო MathCad-ის სპეციალური ფუნქციის CFFT გამოყენებით ფურიე-სპექტრის მიღება. სპექტრი შეიცავს ორ ნაწილს მაღალსიხშირულ და დაბალსიხშირულ ნაწილს, მაღალსიხშირული ნაწილის ჩამოჭრით, ხოლო შემდეგ ფურიე-უკუგარდაქმნის შესრულებით შესაძლებელია სიგნალის დეტექტირება, ანუ აღდგენა. ნაჩვენებია, რომ კვადრატურული სიგნალის სინქრონული დეტექტირებისას მიღებული სიგნალები ფორმით ერთი-ერთზე ემთხვევა მამოდულირებელ სიგნალებს, მხოლოდ 2-ჯერ უფრო დაბალი ინტენსივობა აქვთ, ამიტომ სრული სინქრონიზაციისათვის დეტექტირებული სიგნალები გამრავლებულია 2-ზე.

განხილულია შემთხვევითი ფაზური სტატისტიკის მამოდულირებელი სიგნალის შემთხვევა. კვაზიმონოქრომატული რხევები მუდმივი ამპლიტუდითა და შემთხვევითად ფლუქტუირებადი ფაზით. მოდულაციის კოეფიციენტის ეტაპობრივი გაზრდა განაპირობებს სიგნალის სრული ფაზის არაწრფივ ზრდას, მამოდულირებელი სიგნალის ექსტრემალური მნიშვნელობები ( $s_{\max}(t)$ ,  $s_{\min}(t)$ ) განსაზღვრავს ფაზის დევიაციას PM-სიგნალსა და არამოდულირებულ სიგნალს ( $\omega_0 t$ ) შორის. განხილულია შემთხვევა, როდესაც მამოდულირებელი სიგნალი სტაციონარული გაუსური პროცესია და ნაჩვენებია, რომ PM-სიგნალი არის დროის პერიოდული ფუნქცია და არ წარმოადგენს სტაციონარულ შემთხვევით პროცესს. ვინაიდან პრაქტიკაში ხელსაწყოების მეშვეობით დროით გასაშუალოებული სტატისტიკური სიდიდეების რეგისტრირება ხდება. ნაჩვენებია, რომ PM-სიგნალის სპექტრი, მამოდულირებელ ხმაურის სპექტრთან შედარებით გაგანიერებულია გარდა სუსტი მოდულაციის შემთხვევისა ( $|B_0(\tau) \leq \sigma_0^2 \leq 1|$ ). სტაციონარული ხმაურით მოდულირებული PM-სიგნალი შეიცავს დისკრეტულ და უწყვეტ ნაწილს. ამავე პარაგრაფში შეფასებულია სპექტრის დისკრეტული და უწყვეტი ნაწილების ინტენსივობები. დამტკიცებულია, რომ ფაზური მოდულაციის შემთხვევაში ინტენსივობის დისკრეტული და უწყვეტი კომპონენტების ჯამი უტოლდება არამოდულირებელი რხევების ინტენსივობას, მაშასადამე, ფაზური მოდულაციისას

შესაძლებელია განხორციელდეს რხევების სიხშირული სპექტრის ცვლილება ისე, რომ არ შეიცვალოს მისი საშუალო ინტენსივობა. PM-სიგნალის სიხშირულ სპექტრს აქვს გაუსური სპექტრის ფორმა ფაზური მოდულაციის სპექტრის ფორმის მიუხედავად. მოდულირებული სიგნალის სპექტრი განიერია ვიდრე პირველადი სიგნალის. განხილულია FM-სიგნალის შემთხვევა, როდესაც მოდულირება წარმოებს გაუსური ხმაურით. ნაჩვენებია, რომ FM-სიგნალის სპექტრის ფორმას განსაზღვრავს კორელაციური ფუნქციის სტატისტიკა.

შესწავლილი იქნა სიხშირე მოდულირებული სიგნალის სპექტრის ფორმის ცვლილება დროის მიხედვით როდესაც მოდულირება ხდება გაუსური მოდულაციის და ლორენცისეული ფორმის ხმაურით.

განხილული იქნა ორი შემთხვევა მაღალი და დაბალი მოდულაციის შემთხვევა. ნაჩვენებია იქნა, რომ პირველ შემთხვევაში არამოდულირებული სპექტრის სიგანე არის ვიწრო და მაღალი, მაშინ როდესაც მოდულირებული სიგნალი გაუსური ფორმისაა და არის დაბალი და განივი. ხოლო მეორე შემთხვევაში არამოდულირებული სპექტრის სიგანე არის დაბალი და განივი, ხოლო მოდულირებული სიგნალი არის გაუსური ფორმის ვიწრო და მაღალი.

§13-ში განხილულია შემოსაზღვრული ენერჯის იმპულსური სიგნალების ანალოგური მოდულაციისა და რიცხვითი მანიპულაციის ტიპები. სადისერტაციო თემის ფარგლებში რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მიერ დაფინანსებულ საგრანტო პროექტის „გარემოს რადიო სპექტრალური დიაგნოსტიკა სიგნალისა და გარემოს დისპერსიულ მახასიათებლებს შორის კორელაციური ურთიერთკავშირის საფუძველზე“ დაფინანსებით აგებული იქნა დროით-იმპულსური მანიპულატორი. მანიპულატორის სქემაში გამოყენებულია სინქრონული, წინასწარ პროგრამირებადი, 4-თანრიგიანი ორმაგი მთვლელი 74163N, რომელიც გამოიყენება სიგნალების სწრაფი თვლისათვის, ზოგადი დანიშნულების ციფრული (ოპერაციული) გამაძლიერებელი LM324AM, შერჩეული იქნა იდეალური ოპერაციული გამაძლიერებელი, რომელსაც ახასიათებს გაძლიერების კოეფიციენტის, შემავალი იმპედანსის უსასრულო მნიშვნელობა და ნულოვანი გამომავალი იმპედანსი და ინტეგრალური მიკროსქემა 7414N. ამ უკანასკნელის ძირითადი მახასიათებელი არის მაღალი ხმაურმდგრადობა. წრედის ელემენტებს შეადგენს

აგრეთვე, ტევადური ელემენტი (10 ნფ), რეზისტორები (1-75 კომი), მუდმივი დენის კვების წყარო (5 ვ, 12 ვ) და 200 მგჰც-იანი ოსცილოგრაფი, რომელზედაც განხორციელდა დროით-იმპულსური სიგნალების სიხშირული სპექტრის დამზერა. დადგინდა, რომ გადამცემი არხის სიხშირული დიაპაზონი შემოსაზღვრულია სპექტრის მნიშვნელოვანი ნაწილით. სპექტრის სიგანე მყარდება მისაღები სიგნალების დამახინჯების დასაშვები ხარისხით. დამახინჯების ხარისხი დამოკიდებულია პაკეტის გადაცემის ხანგრძლივობაზე.

იმისათვის, რომ იმპულსური სიგნალის აღდგენა განხორციელდეს მისი სპექტრის საფუძველზე, საჭიროა შევასრულოთ ფურიეს უკუ გარდაქმნა იმ სიხშირულ დიაპაზონში, რომელშიდაც კონცენტრირებულია სიგნალის ენერგიის ვთქვით 95%. სიგნალის სრული ენერგია შეიძლება განსაზღვრული იქნას დროით არეში, როგორც სიგნალის დროითი ფუნქციის გრაფიკით შემოსაზღვრული ფართობი.

სადისერტაციო ნაშრომის ფარგლებში შესწავლილი იქნა 500 მგჰც-3 გჰც სიხშირის მზიდი სიგნალის ევოლუცია მიმღებ-გადამცემი სისტემის გავლით სიმულაციური მოდელირების საფუძველზე. მზიდი იმპულსური სიგნალების ფორმირება განხორციელდა დროით-იმპულსური მანიპულატორით (იმპულსის ხანგრძლივობა  $10^{-5} - 10^{-4}$  წმ). წარმოდგენილია კავშირის მიმღებ გადამცემი სისტემის ექსპერიმენტული დანადგარი. ექსპერიმენტისას გამოყენებული იქნა ხმაურის რამდენიმე სახე. სინუსოიდალური ხმაური და გადაცემული სიგნალის სპექტრთან თანხვედრაში მყოფი ფართოზოლიანი ხმაური. სიგნალისა და ხმაურის სპექტრების შეფასებისათვის გადამცემი და მიმღები მოწყობილობის შესასვლელზე გამოყენებული იქნა სპექტრალური ანალიზატორი Instek GPS-930. შემუშავდა მთელრიცხვიანი ალგორითმი შემთხვევითი გენერირებით, რომელიც გამოყენებული იქნა ციფრული გენერატორის რანგში. ალგორითმი საფუძველად დაედო MathCad-ის გარსაცმში ფურიე-კოეფიციენტების მთვლელ პროგრამას, აქვე განხორციელდა მართკუთხა, ხერხისებური და სამკუთხა იმპულსების თანმიმდევრობის ფორმირება.

## ლიტერატურა

1. აბუსელიძე რ., აბულაძე ნ., ქავთარაძე ლ. ანტენურ სისტემებზე გაბნეული ელექტრომაგნიტური ტალღების სტატისტიკური მახასიათებლების შესწავლა. სტუდენტთა სამეცნიერო კონფერენცია, რსუ, 2007.
2. ლომიძე ნ., ნაკაშიძე ო., სურმანიძე ზ. რადიოიმპულსის გავრცელება იზოტროპულ, დაჯახებად პლაზმაში. ჟურნალი „აღმამეცნიერო“, №7, თბილისი, 2009.
3. ლომიძე ნ., სურმანიძე ი., მახარაძე კ., აბულაძე ნ., ქავთარაძე ლ. მრავალელემენტებიანი ანტენები უკაბელო კავშირის სისტემაში. რსუ-ს შრომები, „საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებისა და მედიცინის“ სერია. გვ. 225-229, 2008.
4. ლომიძე ნ., ხაჯიშვილი მ., ქორიძე ლ. ხმაურით მოდულირებული FM-რხევები. ლექტორ-მასწავლებელთა და ახალგაზრდა მეცნიერთა კონფერენცია. სდასუ, 2010.
5. ლომიძე ნ.ხ., ხაჯიშვილი მ.რ., ჯაბნიძე ი.ნ. რადიოიმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება დისპერსიულ გარემოში. რსუ შრომები. სერია: საბუნებისმეტყველო მეცნიერებანი და მედიცინა, ტ. 15, ბათუმი, 2009.
6. American Journal of Physics. The Description of polarization in classical physics. London 1950, volume 36, Number 713.
7. Brillouin L. // Ann. Physics. 1914, v.44, p.203.
8. Doremus R.H. Journal Appl. Phys., 92, (2002)
9. Evans Ed. J.V., Hagfors T. Radar Astronomy. McGraw- Book Co., 1968.
10. FCC News Release. Feb. 14.2002. <http://www.fcc.gov/headlines2002.html>
11. Forrester A.T., Gudmundsen R.A., Johnson P.O. Phys. Rev., 99, 1691 (1955).
12. Garry D.E., Christoph U. Keller. Solar and space weather Radiophysics. “Kluver Academic Publisher”. 2008
13. Gavrilenko V. G., Jandieri G.V., Semerikov A.A., Radiotekhnika, Elektronika.1998, vol.35, №1, pp. 211-215.
14. Gomidze N., Jabnidze I., Makharadze K., Khajishvili M., Shashikadze Z., Surmanidze Z., Surmanidze I. Numerical Analyses of Fluorescence Characteristics of Watery Media via Laser Spectroscopy Method. Journal of Advanced Materials Research Vol. 590 (2012), pp. 206-211. [www.scientific.net/AMR.590.201](http://www.scientific.net/AMR.590.201)

15. Gomidze N., Khajishvili M., Makharadze K., Jabnidze I. Some Features of Radio-Spectral Diagnostics of Random Media via PM and PRM Oscillations. *Journal of Applied Mechanics and Materials*, ISSN: 1660-9336, published by Trans Tech Publications inc. Switzerland, Vol 420 (2013), pp. 305-310.
16. Gomidze N.Kh, Shashikadze Z.Kh., Makharadze K.A., Khajishvili M.R. About fluorescence excitation spectrums. 6th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers. Conference Proceedings. 9-13 September (2013), Sudak, Ukraine, pp. 317-319.
17. Gomidze N.Kh., Khajishvili M.R., Jabnidze I.N., Surmanidze Z.J. The Change Of Rectangular, Sinusoidal and Biexponential Impulse Outskirts During Propagating in Dispersive Plasma. XXX URSI General Assembly, Istanbul, Turkey, August 13-20, 2011 CD file FP2.5
18. Gomidze N.Kh., Makharadze K.A. Khajishvili M.R. Shashikadze Z.Kh. About Numerical Analyses of Sea Water with Laser Spectroscopy Method. 2011 XXX<sup>th</sup> URSI General Assembly and Scientific Symposium, 30TH 2011 (5 VOLS), pp. 1620-1624, ISBN 978-1-4244-5117-3.
19. Gomidze N.Kh., Makharadze K.A., Khajishvili M.R., Jabnidze I.N., Shashikadze Z.Kh. Some Issues of Fluorescence Characteristics Aqueous Media via Diagnosis of Laser Spectroscopy Method. *International Journal of Engineering, Science and Innovative Technology*. ISSN No: 2319-5967 (ISO 9001:2008 Certified, Impact Factor of IJESIT is 1.753), №3, issue 3, 2pp. 142-152, 2014.  
[http://www.ijesit.com/Volume%203/Issue%203/IJESIT201403\\_17.pdf](http://www.ijesit.com/Volume%203/Issue%203/IJESIT201403_17.pdf)
20. Gomidze N.Kh., Maxaradze KA., Xajishvili M.R., Surmanidze I.S., Davitadze M.I. The wave structure functions of multiply scattered electromagnetic waves by anisotropic layer of collisional magnetized turbulent plasma. XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science. Chicago, Illinois, USA, CD-file BP16.2, 2008.
21. Hager R.O., Syntetic Aperture Radar Systems: Theory and Design, N.Y.—L., Academic Press, 1970.
22. Hazewinkel M. Green function. *Encyclopedia of Mathematics*, Springer, ISBN: 978-55608-010-4
23. Ivanov D.V. *Journal of communications technology & electronics*. 2006, т. 51, №7, pp. 807-815.
24. Jandieri G.V., Davitadze M. I., Gomidze N.Kh., Jabnidze I.N., Gobadze M. Evolution of the angular spectrum of scatted electromagnetic waves by the absorbtive inhomogeneous slab. ISAAP 2005. 3-5 August.

25. Jandieri G.V., Gomidze N.Kh. Radiation of Nonstationary Media in the External Fields. *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 41, # 6, pp. 684-688, 1996.
26. Jandieri G.V., Gomidze N.Kh., Jabnidze I.N., Chew C. W., Jandieri V.G. // 2005 International Symposium on Antennas and Propagation. ISAP2005. Seoul, Korea, August 3–5, vol.3, pp. 1093–1096, 2005.
27. Jandieri G.V., Gomidze N.Kh., Jandieri V.G., Takidze I.G., Yasumoto K., Shirokov I.B. IEEE AP-S International Symposium USNC/URSI National Radio Science Meeting, July 9-14, Albuquerque, New Mexico, USA, pp. 503-506, 2006.
28. Jandieri G.V., Gomidze N.Kh., Surmanidze Z.J. Gaussian and Diffusion correlation functions and their spectrums. *Works GTU*, val. 408, #3, p.39, 1995 (in Russian).
29. Jandieri G.V., Jandieri V.G., Zh.M. Diasamidze, Jabnidze I.N., Takidze I.G. *International Journal of Microwaves and Optical Technology*, vol. 1, # 2, pp. 860-869, 2006.
30. Jekemen E. Photon correlation. 1974
31. Libermann L. Effect of temperature inhomogeneities in the ocean on the propagation of sound. *J. Acoust. Soc. America*, 1951, #5, p.23.
32. Loginov A.A., Morozov O.A., Skmelev S.L. Determination of tipe of PSK-signal modulation on the basis of power-law transformations and spectrum analisis. *Radiophysics and quantum electronics*. Vol.55, pp.676-681, 2013
33. Nyberg H., Craig S., Magnusson S., Edgren, E. Collision properties of GSM hopping sequences/The 11th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2000, pp. 1004 – 1008
34. Ojovan M.I., Lee W.E. *Journal Appl. Phys.*, 95, (2005)
35. Pearl P.R., Troup G.J. *Opto-electron*. V.1, p.151, 1960.
36. Pike E.R., Jakeman E. Photon statistics and photon correlation spectroscopy. *Adv. Quantum Electron*. Academic Press, 1973.
37. Rosenberg G.V. *Optics* 18, 2855 (1973).
38. Sen Zhao, Liangzhong Yi, Zheng Pei, Dongxu Xu. AM-FM Signal Modulation Recognition Based on the Power Spectrum. *Advances in Intelligent Systems and Computing* Volume 214, 2014, pp 199-206



39. Shashikadze Z., Davitadze Z., Nakashidze O., Gomidze N. Problems of diagnostics sea water with the method laser spectroscopy. Works of RSU, series: Natural Science and Medicine. Vol. 15, pp.282-285, Batumi, 2009.
40. Sommerfeld A. //Ann. Physics. 1914, v.44, p.177.
41. Tessler N., Eisenste G. Modelling carrier dynamics and small-signal modulation response in quantum-well lasers. Optical and Quantum Electronics. Volume 26, Issue 7, pp S767-S787, 1994.
42. Tian Y., Guo J., Wang R., Wang T. Mathematical model analysis of gaussian beam propagation through an arbitrary thickness random phase screen. Opt Express, 2011.
43. Washington D.C. High-Magnetic-Field Research and Facilities. Washington, D.C.: National Academy of Sciences. p. 51. 1979.
44. Нейл Э.О'. Введение в статистическую оптику. М.: «Мир», 1966.
45. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. Москва, «Наука», 1981.
46. Басе Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности, М., «Наука», 1972.
47. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов.- М.: Высшая школа, 1988.
48. Борн М., Вольф Эч. Основы оптики. М.: «Наука», 1970.
49. Вайнштейн Л.А., Распространение импульсов. УФН.1976, т. 118, №2, с. 339-367.
50. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория Волн. М.: «Наука», 1989.
51. Гавриленко В.Г., Джандиери Г.В., Семериков А.А., Физика плазмы. 1985, т. 11, №10, с. 3-35.
52. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я., Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М., 1984 392 с.
53. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1967.
54. Гранштейн И.М., Рижик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
55. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. — Т. 1, 2. — М.: Мир, 1981.
56. Коренев Б.Г. Введение в теорию Бесселевых функции. М.: Наука, 1971.

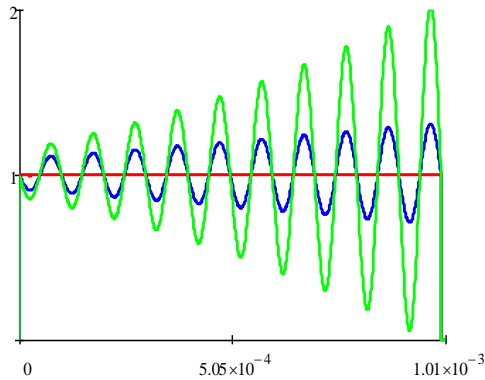
57. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. Т. VIII, М.: Наука, 1982.
58. Левин М.Л., Рытов С.М. Теория равновесных тепловых флуктуации в электродинамике. М.: «Наука», 1967.
59. Никольский В.В., Никольская Т.Н. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: «Наука», 1989.
60. Розенберг Г. В., Опт. и спектр. 28, 392 (1974).
61. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч.2 «Случайные поля». М.: «Наука», 1978.
62. Седов Л.И. Механика сплошных сред. М.: «Наука», 1970, Т.1, ст. 166.
63. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2003. – 608 с.
64. Стрелков Г.М. // Радиотехника и Электроника. 2006, т.51, №6, ст.672-682.
65. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
66. Татарский В. И. Распространение коротких волн в среде со случайными неоднородностями в приближении марковского случайного процесса. Препринт АН СССР (Отделение океанологии, физики атмосферы и географии), Москва, 1970.
67. Технологии nanoNET и nanoLOC. <http://www.wless.ru/technology/?tech=11>
68. Хаджишвили М.Р., Коридзе Л.И. Эволюция формы огибающего радиоимпульса в диспергирующей среде. 6-я Международная молодежная научно-техническая конференция «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2010», 19 — 24 апреля 2010 г., Севастополь, Украина.
69. Чернов Л. А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, М., Изд-во АН СССР, 1958.
70. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: «Сов. Радио», 1970.
71. Яворский Б. М, Детлаф А. А.. Справочник по физике. М.: «Наука», 1977.

**ცივ პლაზმაში იმპულსური სიგნალების მომვლების დროითი ევოლუციის განსაზღვრა MathCad-ის სისტემაში (რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები)**

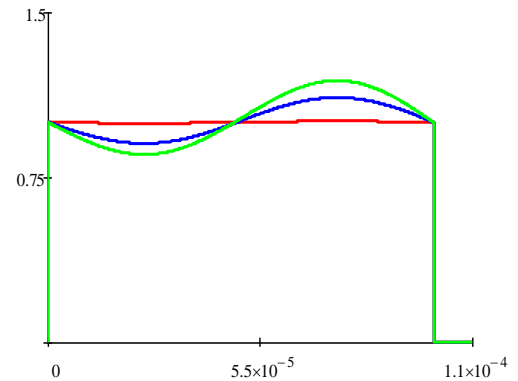
მიზიდი სიხშირე:  $f_0 = 3$  მგჰც,

დაჯახებების სიხშირე:  $\nu = 10^3 - 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,

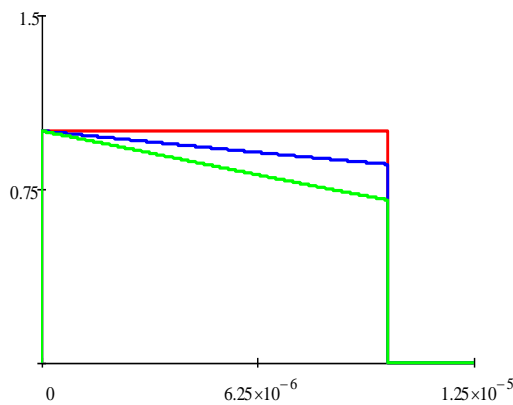
პლაზმის კონცენტრაცია:  $N = 10^5$



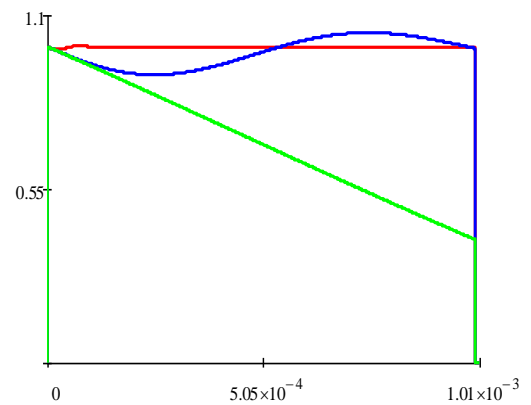
ნახ. 43. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  კმ (წითელი), 200 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-3}$  წმ.



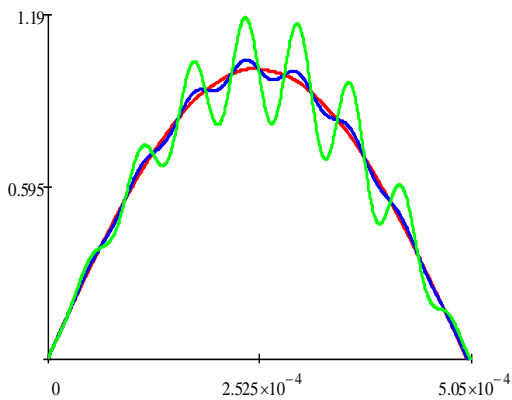
ნახ. 44. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  (წითელი), 200 (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-4}$  წმ.



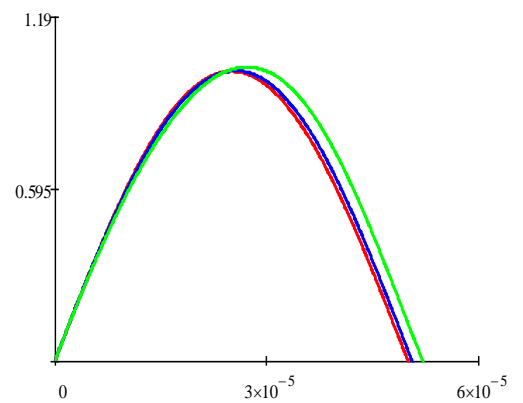
ნახ.45. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  კმ (წითელი), 500 კმ (ლურჯი), 1000 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-5}$  წმ.



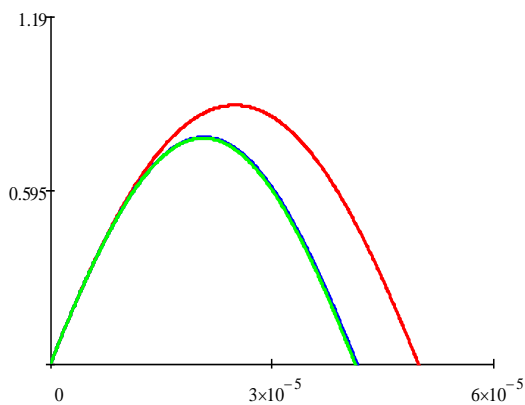
ნახ.46. მართკუთხა იმპულსის მომვლების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის  $Z = 200$  კმ სიმაღლეზე დაჯახებათა სხვადასხვა რიცხვისათვის  $\nu = 10^3$  წმ<sup>-1</sup> (წითელი),  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup> (ლურჯი),  $\nu = 10^5$  წმ<sup>-1</sup> (მწვანე), როცა  $t_i = 10^{-3}$  წმ.



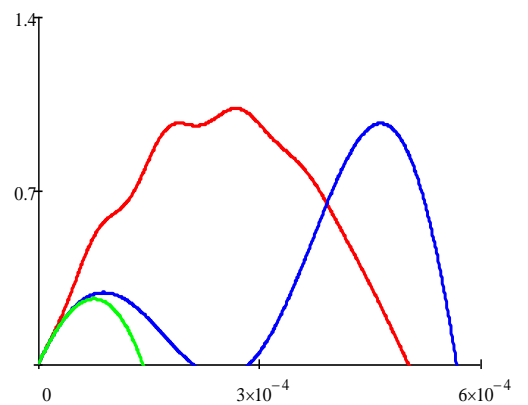
ნახ.47. სინუსოიდალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $z = 10$  კმ (წითელი), 100 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-3}$  წმ.



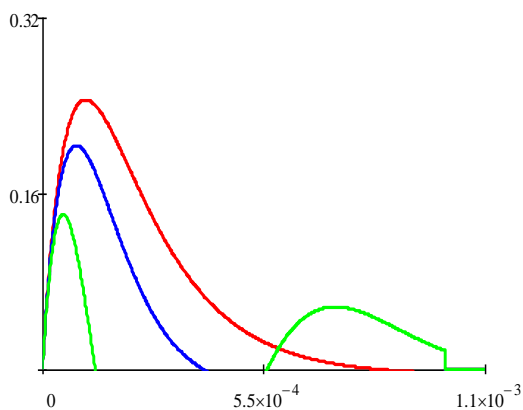
ნახ.48. სინუსოიდალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $z = 10$  კმ (წითელი), 100 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-4}$  წმ.



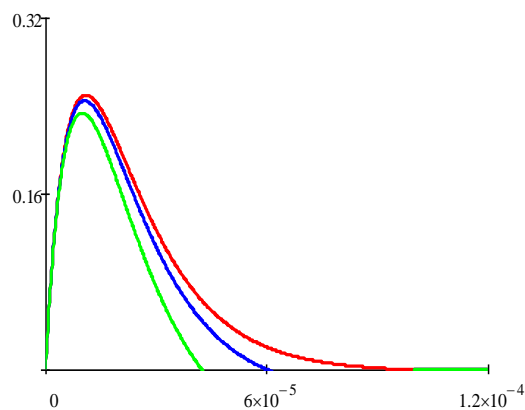
ნახ.49. სინუსოიდალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის  $z = 500$  კმ სიმაღლეზე,  $\nu = 10^3$  წმ<sup>-1</sup> (წითელი),  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup> (ლურჯი),  $\nu = 10^5$  წმ<sup>-1</sup> (მწვანე), როცა  $t_i = 10^{-4}$  წმ.



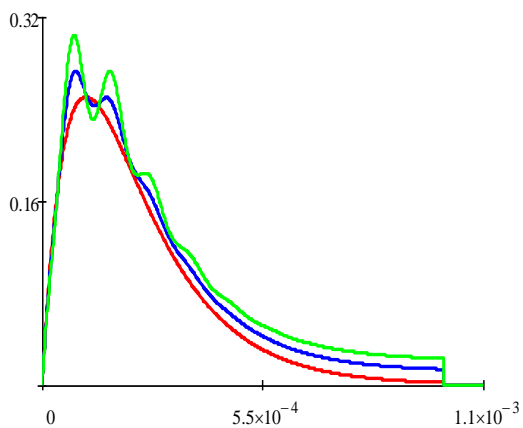
ნახ.50. სინუსოიდალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის  $z = 300$  კმ სიმაღლეზე,  $\nu = 10^3$  წმ<sup>-1</sup> (წითელი),  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup> (ლურჯი),  $\nu = 10^5$  წმ<sup>-1</sup> (მწვანე), როცა  $t_i = 10^{-3}$  წმ.



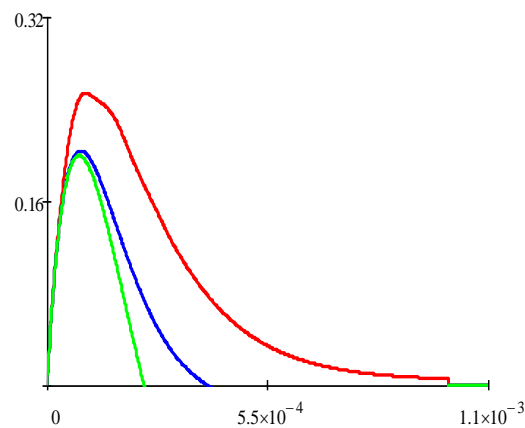
ნახ.51. ბიექსპონენციალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  კმ (წითელი), 100 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-3}$  წმ.



ნახ.52. ბიექსპონენციალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  კმ (წითელი), 100 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-4}$  წმ.



ნახ.53. ბიექსპონენციალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის სხვადასხვა სიმაღლეებზე  $Z = 10$  კმ (წითელი), 100 კმ (ლურჯი), 300 კმ (მწვანე), როცა  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup>,  $t_i = 10^{-5}$  წმ.



ნახ.54. ბიექსპონენციალური იმპულსის მომენტების ფორმის ცვლილება პლაზმური ფენის  $Z = 1000$  კმ სიმაღლეზე, დაჯახებათა სხვადასხვა  $\nu = 10^3$  წმ<sup>-1</sup> (წითელი),  $\nu = 10^4$  წმ<sup>-1</sup> (ლურჯი),  $\nu = 10^5$  წმ<sup>-1</sup> (მწვანე), როცა  $t_i = 10^{-3}$  წმ.

ზოგიერთი ცხრილული მონაცემები

ა) მოდულაციის ინდექსის დამოკიდებულება კიდურა ზოლის სიგანეზე

Modulation index	Sideband																
	Carrier	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.00	1.00																
0.25	0.98	0.12															
0.5	0.94	0.24	0.03														
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02													
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01												
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03												
2.41	0	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02											
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01										
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01										
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02									
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02								
5.53	0	-0.34	-0.13	0.25	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01							
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02							
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02						
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03					
8.65	0	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02				
9.0	-0.09	0.25	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01			
10.0	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01		
12.0	0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01

ბ) ზოგიერთი სასარგებლო გარდაქმნა

dBm	mW	uV	dBuV	dBmV
-30	0.001	7071.07	76.9897	16.9897
-25	0.003	12574.33	81.9897	21.9897
-20	0.010	22360.68	86.9897	26.9897
-15	0.032	39763.54	91.9897	31.9897
-10	0.100	70710.68	96.9897	36.9897
-5	0.316	125743.34	101.9897	41.9897
0	1.000	223606.80	106.9897	46.9897
5	3.162	397635.36	111.9897	51.9897
10	10.000	707106.78	116.9897	56.9897
15	31.623	1257433.43	121.9897	61.9897
20	100.000	2236067.98	126.9897	66.9897
25	316.228	3976353.64	131.9897	71.9897
30	1000.000	7071067.81	136.9897	76.9897

**კვადრატურული სიგნალის ფორმირება და „მოდულაცია - დემოდულაციის“ პროცესის განხილვა MathCad-ის სისტემაში**

მოდელირება სრულდება დისკრეტული სახით

$N := 2999$ ,  $n := 0..N$ ,  $\Delta t := 0.001$  - დისკრეტიზაციის ინტერვალი და ბიჯი (წამებში)

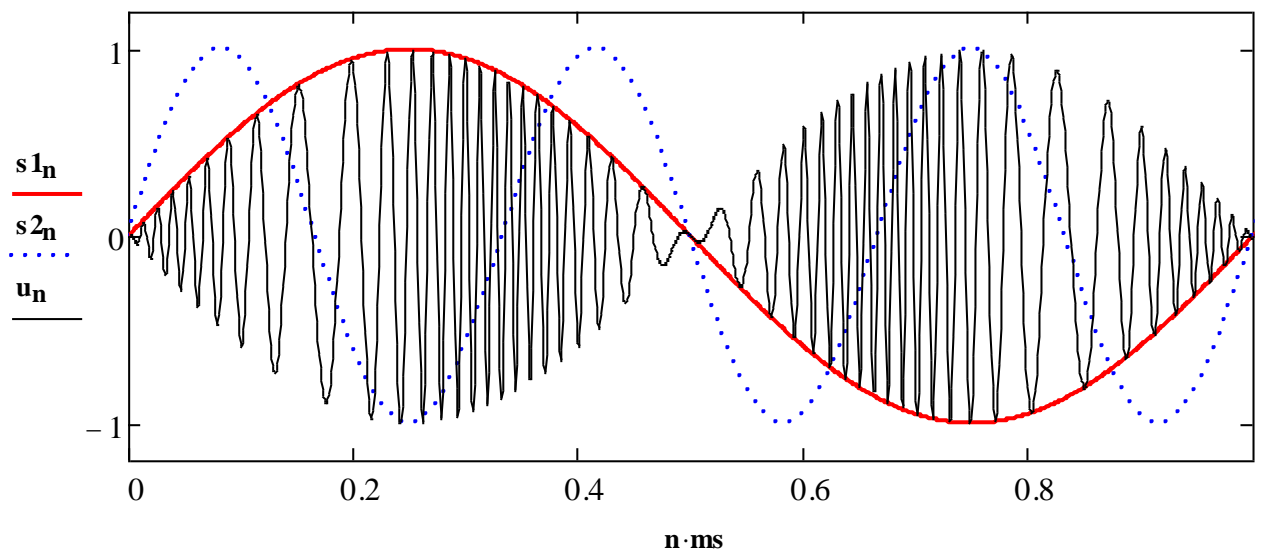
$f_0 := 50$ ,  $f_1 := 1$ ,  $f_2 := 3$  - პირველი და მეორე მზიდი სიგნალის სიხშირეები, ჰც

$s_{1n} := \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot n \cdot \Delta t)$  - პირველი მამოდულირებელი სიგნალი

$s_{2n} := \sin(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot n \cdot \Delta t)$  - მეორე მამოდულირებელი სიგნალი

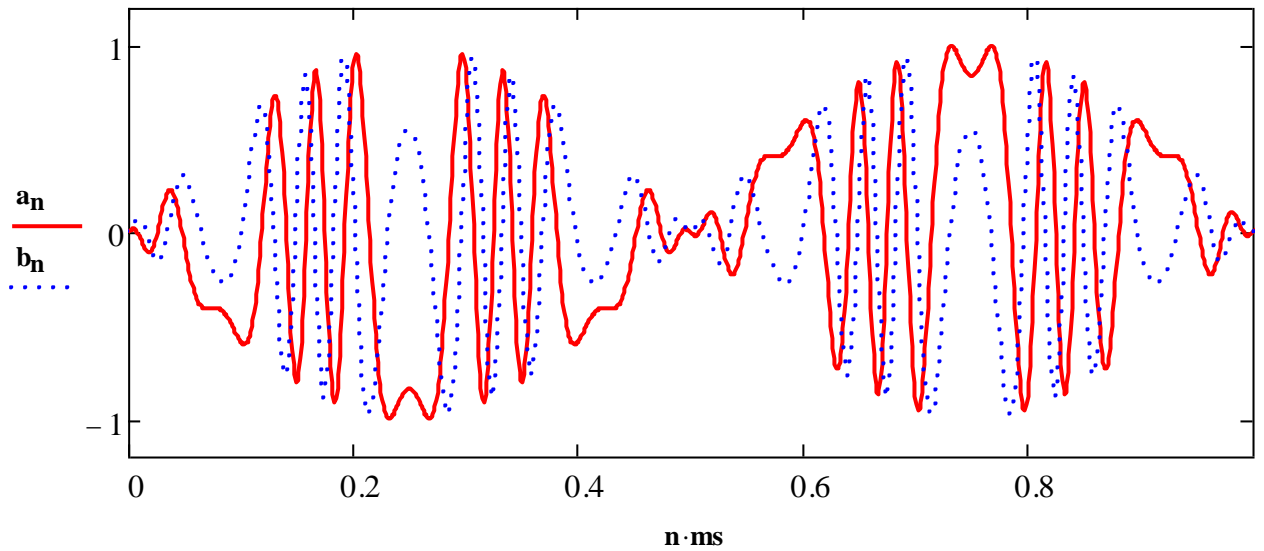
$\beta := 10$ ,  $\phi_n := \beta \cdot s_{2n}$  - ინფორმაციის გადატანა მეორე სიგნალიდან ფაზაზე

$u_n := s_{1n} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot \Delta t + \phi_n)$  - ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაცია



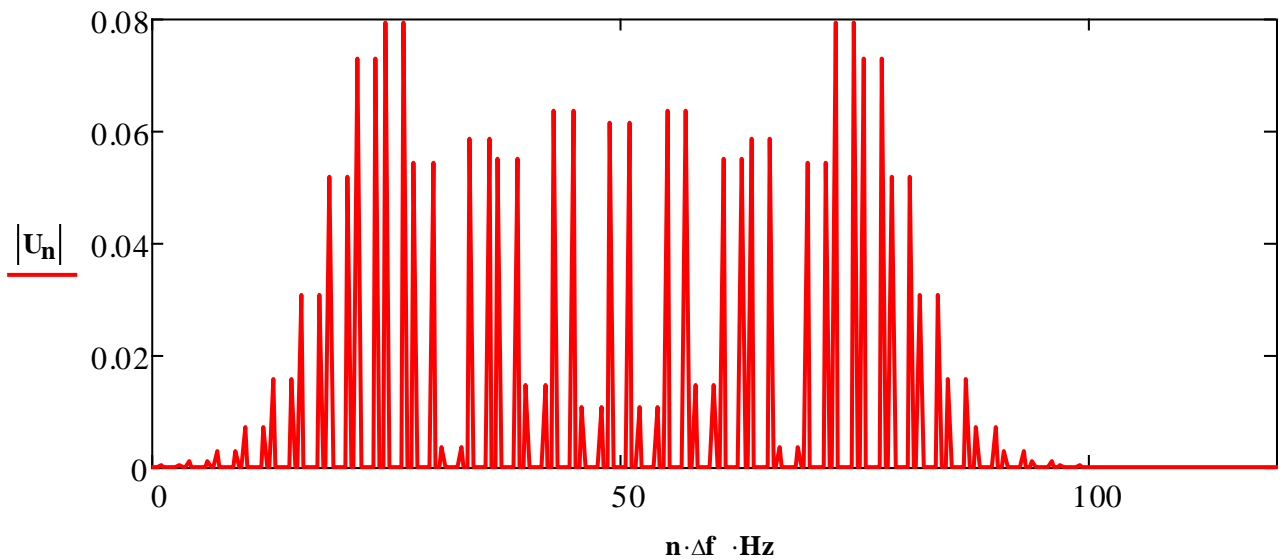
ნახ. 56. მამოდულირებელი და მოდულირებული სიგნალების ცვლილება დროში

$a_n := s_{1n} \cdot \cos(\phi_n)$   $b_n := s_{1n} \cdot \sin(\phi_n)$  -  $\pi/2$  ფაზით წანაცვლებული მოდულირებული სიგნალების ფორმირება:



ნახ.55. მოდულირებული სიგნალების ფორმირება

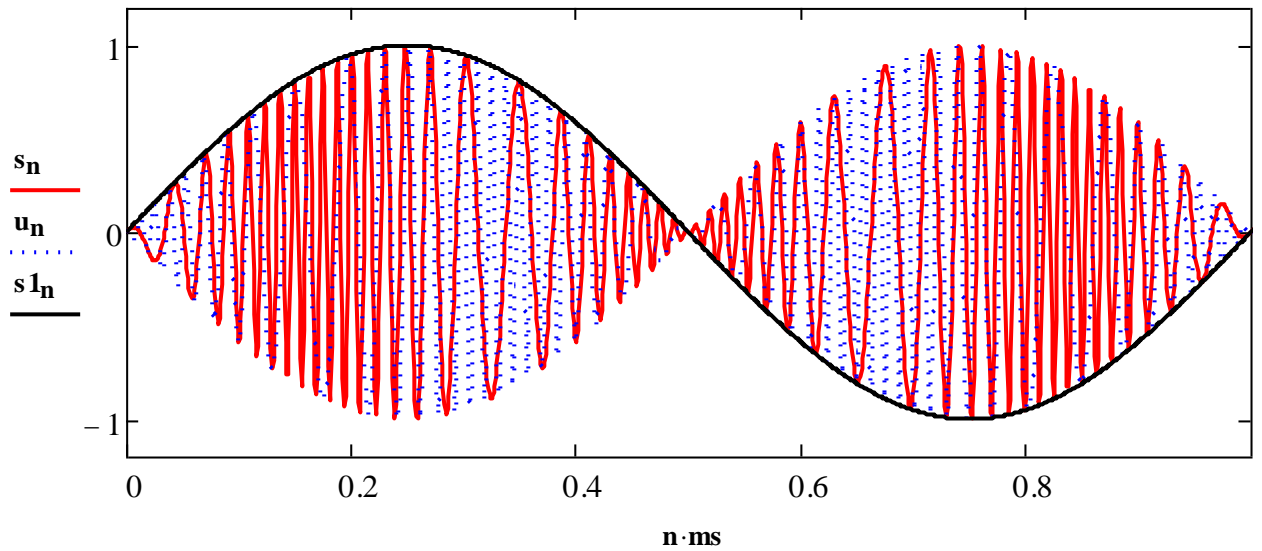
$$U := \text{CFFT}(u) \quad \Delta f := \frac{1}{\Delta t \cdot (N + 1)}$$



ნახ.57. ამპლიტუდა-ფაზა მოდულირებული სიგნალის სპექტრი

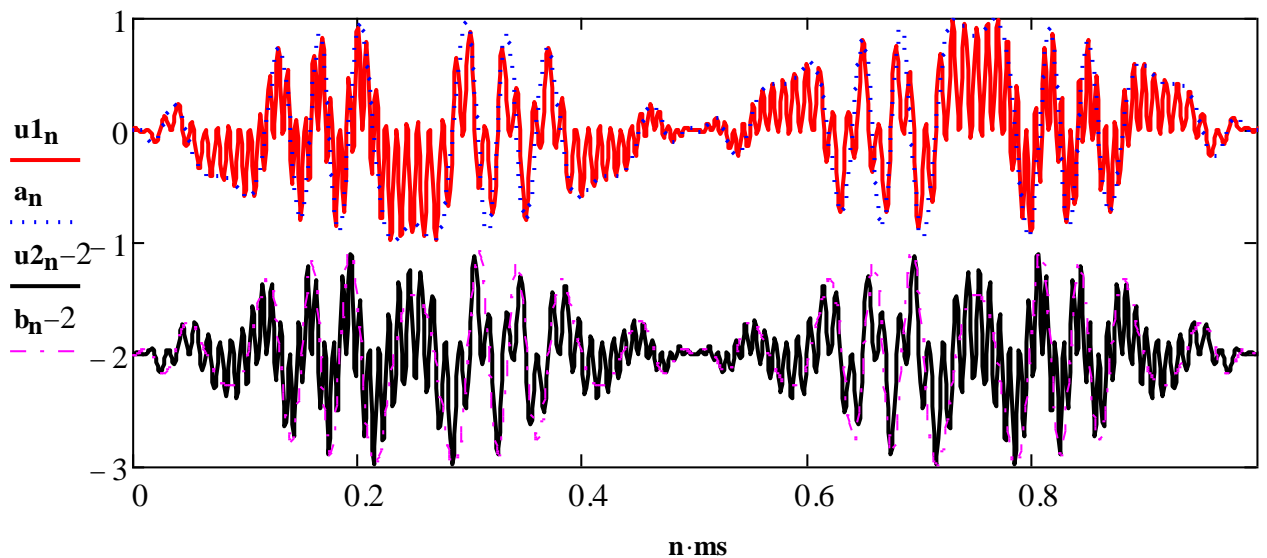
$s_n := a_n \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot \Delta t) + b_n \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot \Delta t)$  - კვადრატურული სიგნალი. მისი შედარება ამპლიტუდა-ფაზა მოდულირებულ სიგნალთან





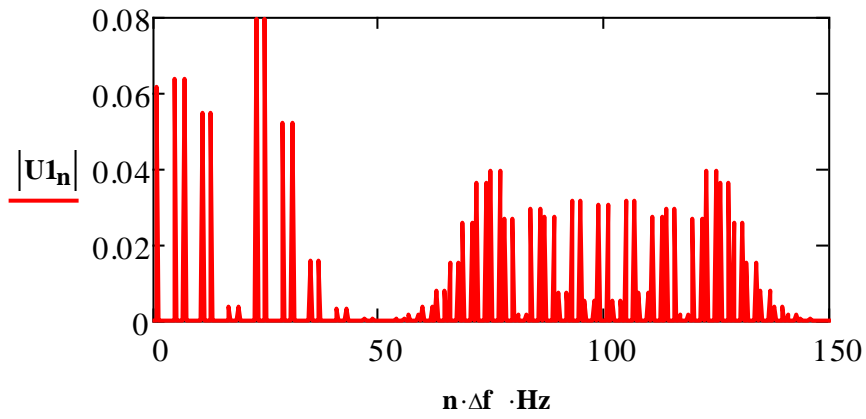
ნახ.58. კვადრატული სიგნალი. მისი შედარება ამპლიტუდა-ფაზა მოდულირებულ სიგნალთან კვადრატული სიგნალის დემოდულაცია MathCad-ის გარსაცმში

$u_{1n} := s_n \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot \Delta t)$ ,  $u_{2n} := s_n \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot n \cdot \Delta t)$  - სინქრონული დემოდულაცია

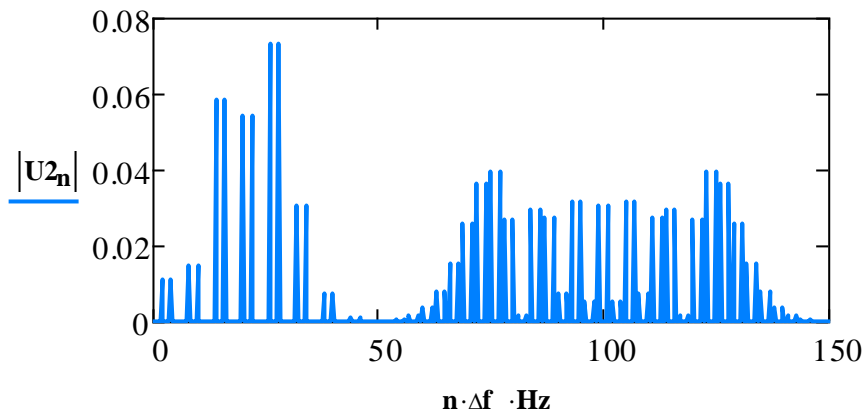


ნახ.59. კვადრატული სიგნალის დემოდულაცია

$U1 := \text{CFFT}(u1)$ ,  $U2 := \text{CFFT}(u2)$  - ფურიე-სპექტრები

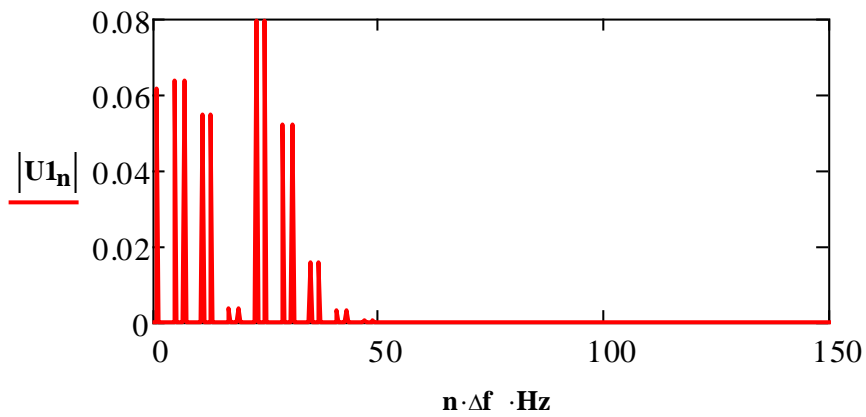


ნახ.60. U1 სიგნალის სპექტრი

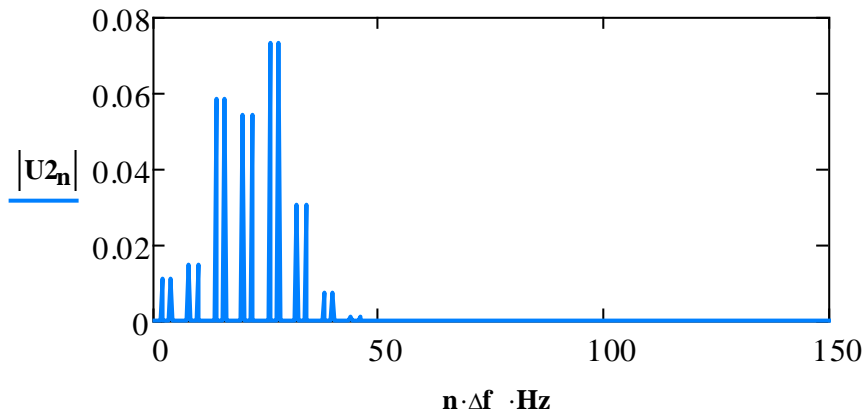


ნახ.61. U2 სიგნალის სპექტრი

$M := \frac{50}{\Delta f}$ ,  $m := M..N + 1 - M$ ,  $U_{1m} := 0$ ,  $U_{2m} := 0$  - მაღალი სიხშირის სპექტრის წაშლა (50 ჰც-ის ზემოთ)



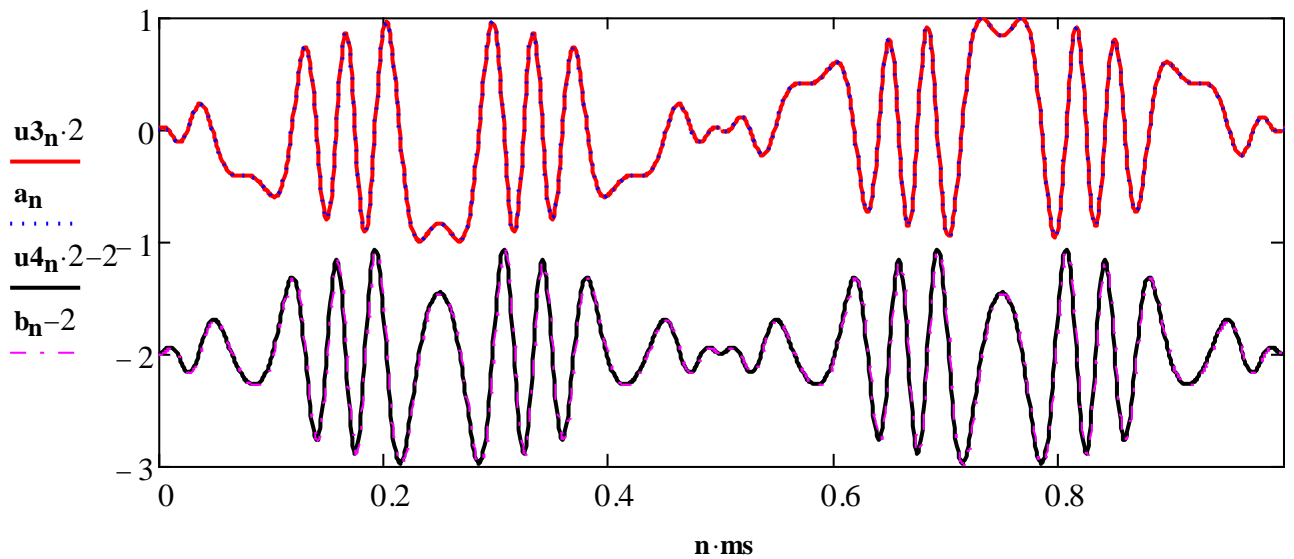
ნახ.62. U1 სიგნალის სპექტრი დაბალ სიხშირეებზე



ნახ.63. U2 სიგნალის სპექტრი დაბალ სიხშირეებზე

$$u3 := \text{ICFFT}(U1), \quad u4 := \text{ICFFT}(U2)$$

დარჩენილი დაბალი სიხშირის რხევების ფურიე-უკუ გარდაქმნა.



ნახ. 64. დემოდულაციის შედეგად აღდგენილი u3 და u4 სიგნალი

იმპულსური სიგნალების სპექტრის პოვნის ზოგიერთი მაგალითი

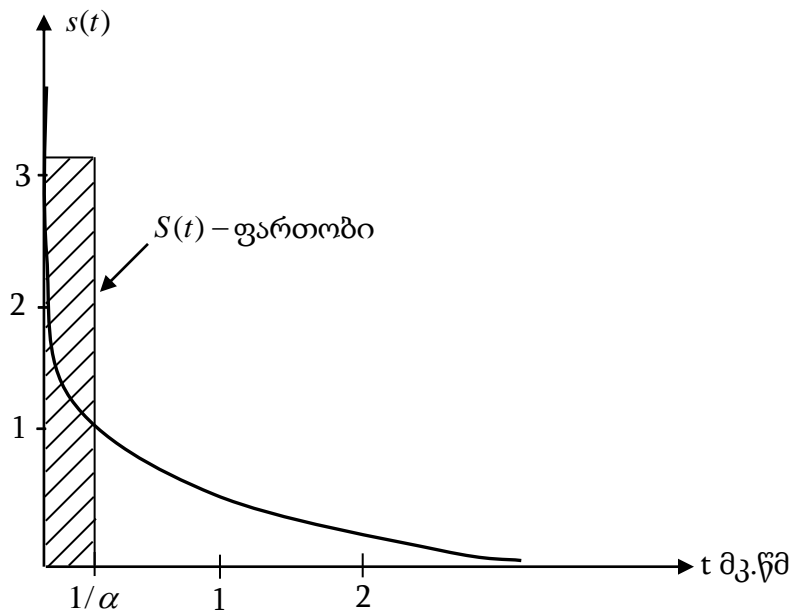
მაგალითი 1. განვიხილოთ ანალოგურ ექსპონენციალურ იმპულსური სიგნალის სპექტრის პოვნის პროცედურა. ვთქვათ სიგნალი მოიცემა გამოსახულებით:

$$s(t) = A \cdot e^{-\alpha t} U(t)$$

სადაც  $U(t)$  - ერთეულოვანი საფეხურეობრივი ჰევისაიდის ფუნქციაა:

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1/2, & t = 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

$s(t)$  სიგნალის ფუნქციის გრაფიკი არჩეულ პირობებში მაშინ, როცა  $A = 3$ , ხოლო  $\alpha = 3.14$  1/მკწმ, სიგნალის გრაფიკი იქნება ასეთი:



ნახ. 65. ანალოგურ-იმპულსური სიგნალი

$s(t)$  სიგნალის სპექტრი შეიძლება ნაპოვნი იქნას ფურიე-გარდაქმნით.

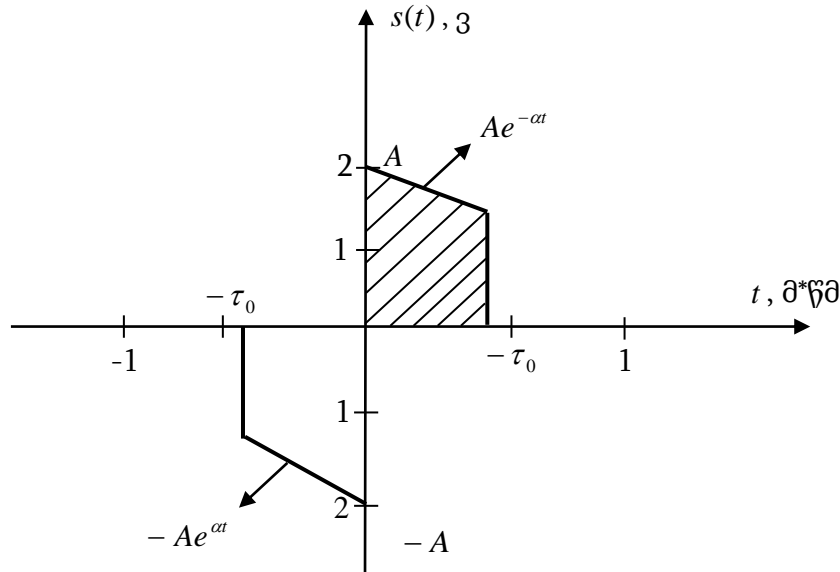
$$\begin{aligned} s(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{-\alpha t} \cdot U(t) \cdot e^{-i2\pi f t} \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{-(i2\pi f + \alpha)t} dt = \\ &= -\frac{A}{i2\pi f + \alpha} \cdot e^{-(i2\pi f + \alpha)t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{A}{i2\pi f + \alpha} \end{aligned}$$

სიგნალის სპექტრის პოვნის სიზუსტის განსაზღვრა შესაძლებელია ფურიეს გარდაქმნის თვისებიდან გამომდინარე კერძოდ:

$$s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) dt, \quad s(0) \approx \frac{A}{\alpha} = 0,96 \text{ ვ მკვმ.}$$

ეს მნიშვნელობა შეესაბამება ამპლიტუდური სპექტრის მაქსიმუმს როცა  $f(t) = 0$ .

**მაგალითი 2.** ვიპოვოთ ანალოგურ იმპულსური  $s(t)$  სიგნალის ძირითადი მახასიათებლები და პარამეტრები თუ  $A = 2$  ვოლტს.  $\alpha = 3,14$  1/მკვმ,  $\tau_0 = 0,5$  მკვმ. სიგნალის ფორმა მოცემულია ნახ.66-ზე.



ნახ. 66. ანალოგურ იმპულსური სიგნალის ფორმა

ნახ.66-დან ჩანს რომ  $s(t)$  სიგნალის ანალოგური გამოსახულება შეიძლება ჩაწერილი იქნას ორი სიგნალის ჯამის სახით:

$$s(t) = s_1(t) - s_1(\tau), \quad s_1(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t}, & t \in [0; \tau_0] \\ 0, & t \notin [0; \tau_0] \end{cases}$$

$s_1(t)$  –სიგნალი შეიძლება გამოვსახოთ მათემატიკური ოპერაციების საფუძველზე.

$$s_1(t) = A \cdot X(t) - B \cdot X(t - \tau_0)$$

სადაც  $X(t) = Ae^{-\alpha t}$  ხოლო  $B = AX(t) = AX(\tau_0)$ .

$$s(t) = A \cdot X(t) - B \cdot X(t - \tau_0) - A \cdot X(-t) + B \cdot X(-t + \tau_0)$$

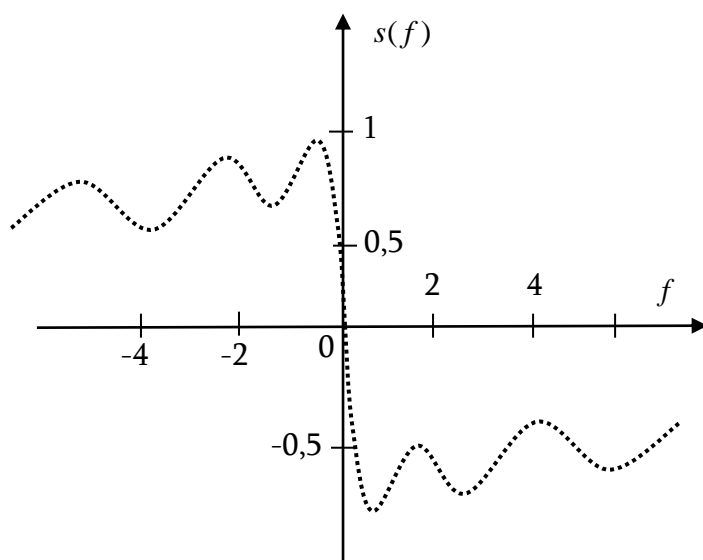
ცნობილი სიგნალის სპექტრის საფუძველზე სპექტრთა წრფივი თვისებისა და დროითი ინტენსივობის გამოყენებით ვღებულობთ.

$$as_1(t) + bs_2(t) \Leftrightarrow as_1(f) + bs_2(f)$$

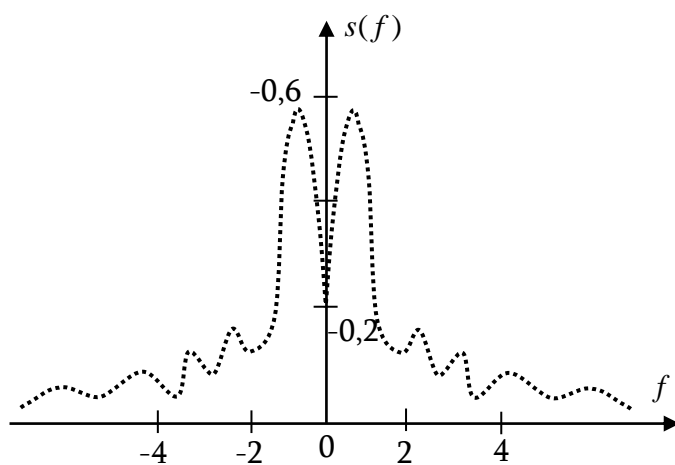
$$s(-t) \Leftrightarrow s^*(f)$$

ეს არის ექსპონენციალური სიგნალის თვისებები. შეიძლება ვიპოვოთ სიგნალის სპექტრი შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} s(f) &= AX(F) - BX(f)e^{-i2\pi f \cdot \tau_0} - AX^*(f) + BX^*(f) \cdot e^{i2\pi f \tau_0} = \\ &= A \cdot \left( \frac{1}{\alpha + i2\pi f} - \frac{1}{\alpha - i2\pi f} \right) + A \cdot X(\tau_0) \cdot \left( \frac{e^{i2\pi f \tau_0}}{\alpha - i2\pi f} - \frac{e^{-i2\pi f \tau_0}}{\alpha + i2\pi f} \right) = \\ &= i2\pi A \cdot \frac{\left[ \frac{\alpha}{2\pi} \sin(2\pi f \tau_0) + 2f \cos(2\pi f \tau_0) \right] \cdot e^{-\alpha \tau_0 - 2f}}{\alpha^2 + (2\pi f)^2} \end{aligned}$$



ნახ. 67. იმპულსური ანალოგური სიგნალის წარმოსახვით ნაწილი.



ნახ. 68. სიგნალის ამპლიტუდური და ფაზური სპექტრები.

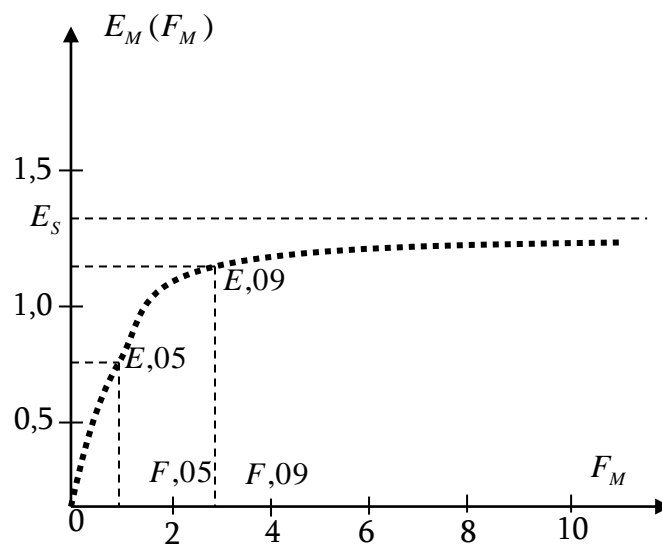
ფართობის თვისების თანახმად ფურიე გარდაქმნისას შეიძლება დავადასტუროთ ტოლობის სამართლიანობა:

$$s(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) dt = 0$$

სპექტრის ეფექტური სიგანის განსაზღვრისათვის ვიპოვოთ მისი ენერგია  $E_s$ .

$$\begin{aligned} E_s &= \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt = 2 \int_0^{+\infty} [As_1(t)]^2 dt = 2A^2 \int_0^{\tau_0} e^{-2\alpha t} dt = \\ &= \frac{2A^2}{-2\alpha} \cdot e^{-2\alpha t} = \frac{2A^2}{-2\alpha} \cdot e^{-2\alpha\tau_0}. \end{aligned}$$

ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეთა ინტერვალზე მოცემულია ნახ.69, საიდანაც ჩანს, რომ ენერგიის 50%-ი კონცენტრირებულია სიხშირეთა ინტერვალში  $0, F_{0,5} = 0,77$  მგჰც, ხოლო სიგნალის ენერგიის 90%-ი კონცენტრირებულია სიხშირეთა ინტერვალში  $0, F_{0,9} = 3,25$  მგჰც.



ნახ. 69. ენერგიის დამოკიდებულება სიხშირეთა ინტერვალზე.

**ფურიე-კოეფიციენტების გამოთვლა და იმპულსური სიგნალების ფორმირება  
ციფრული მანიპულაციის საფუძველზე**

$$-L \leq x \leq L$$

$$f(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{if } -1 \leq x < 0 \\ f(x-2) & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

$$L_x := 1$$

$$N_t := 5$$

**პროგრამა ფურიეს კოეფიციენტების გამოთვლელად**

$$FC(f, N, L) := \begin{matrix} R^{\langle 0 \rangle} \leftarrow \left( \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^L f(x) dx \right) \\ \text{for } n \in 1..N \\ R^{\langle n \rangle} \leftarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \exp\left(\frac{-n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx \\ \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \int_{-L}^L f(x) \cdot \exp\left(\frac{-n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) dx \end{pmatrix} \\ R^T \end{matrix}$$

**ფურიე -კოეფიციენტების გამოთვლა**

$$res := FC(f, N_t, L)$$

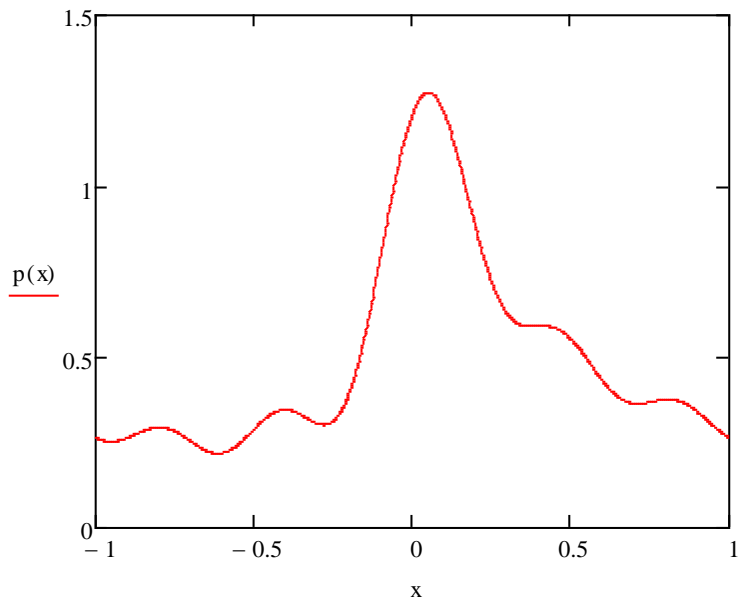
$$A := res^{\langle 0 \rangle}$$

$$B := res^{\langle 1 \rangle}$$

**Nt რიგის ფურიე პოლინომი**

$$p(x) := A_0 + \sum_{n=1}^{N_t} \left( A_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) + B_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \right)$$

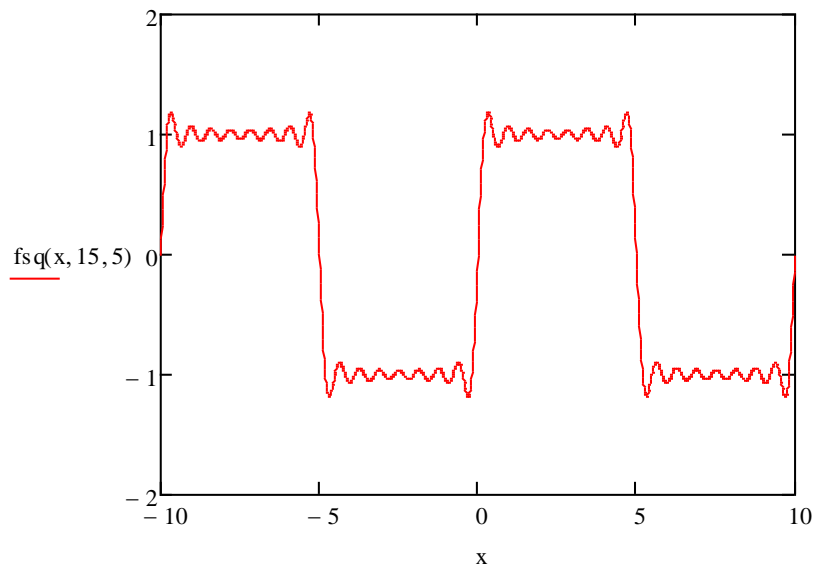




ნახ. 70. ფურიე პოლინომის განაწილება.

### მართკუთხა იმპულსი

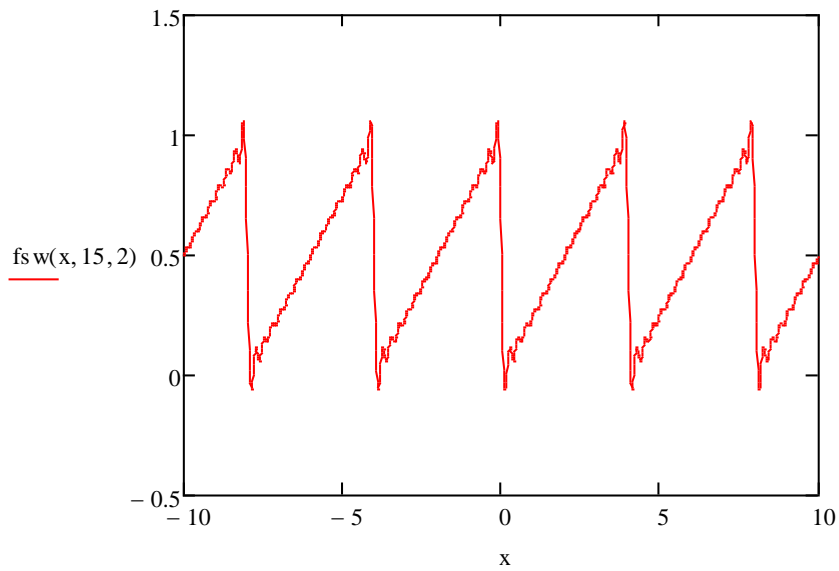
$$fsq(x, N, L) := \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^N \left( \frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \text{mod}(\text{floor}(n), 2) \right)$$



ნახ. 71. მართკუთხა იმპულსის ფორმირება ციფრული მანიპულაციის მეთოდით.

### ხერხისებური იმპულსი

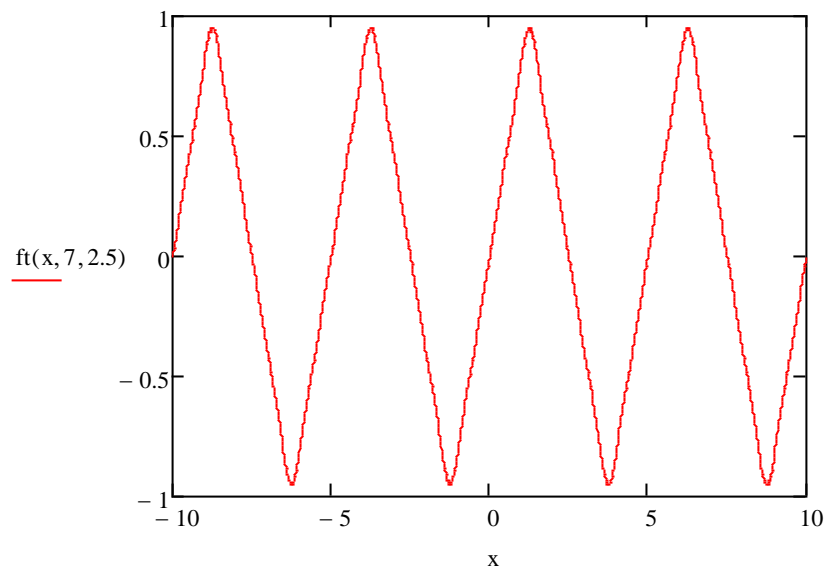
$$fsw(x, N, L) := \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^N \left( \frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \right)$$



ნახ. 72. ხერხისებური იმპულსის ფორმირება ციფრული მანიპულაციის მეთოდით.

### სამკუთხა იმპულსი

$$f_t(x, N, L) := \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \text{mod}(\text{floor}(n), 2) \right]$$



ნახ. 73. სამკუთხა იმპულსის ფორმირება ციფრული მანიპულაციის მეთოდით.

$$n := 0..256$$

$$x_n := \frac{2 \cdot \pi}{256} \cdot n - \pi$$

$$N_t := \text{FRAME} + 1$$

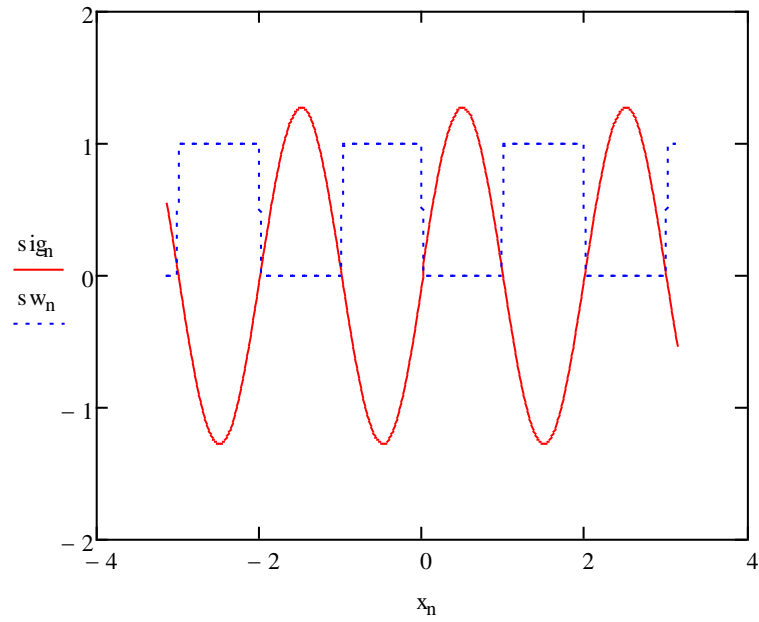
$$\text{sig}_n := \text{fsq}(x_n, N_t, 1)$$

$os := \max(\text{sig})$

$sw_n := \begin{cases} 1 & \text{if } \text{mod}(\text{floor}(x_n), 2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

$os - 1 = 0.273$

$Nt := 1$



ნახ. 74. მართკუთხა იმპულსის ფორმირება ციფრული მანიპულაციის მეთოდით.