

ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
ფიზიკა-მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი  
კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი

ხელნაწერის უფლებით

**გრიგოლ კახიანი**

**პროგნოზირების ადაპტური ალგორითმების შექმნა  
ხელოვნური ნეირონული ქსელების გამოყენებით**

სპეციალობა: კომპიუტერული ტექნოლოგიები

ინფორმატიკის დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

**იბრაიმ დიდმანიძე**

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი  
ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასოცირებული  
პროფესორი

**ონისე სურმანიძე**

ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი  
ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პროფესორი

ბათუმი

2014

1

## სარჩევი

შესავალი	4
I. ხელოვნური ნეირონული ქსელები	4
II. საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტები და ინვესტიციების მართვა	14
თავი I ფინანსური ბაზრების დინამიკის ხელოვნური ნეირონული ქსელების მეშვეობით ანალიზის ზოგიერთი მეთოდოლოგიური მიდგომა	21
1.1 ერთშრიანი ნეირონული ქსელების ბაზაზე არსებული მოდელები	21
1.1.1 ხელოვნური ნეირონული ქსელების უწყვეტი და დისკრეტული მოდელები	21
1.2 ნეირონული ქსელის დისკრეტული მოდელი	24
1.3 ნეირონული ქსელების დასწავლის მეთოდები	32
1.3.1 გრადიენტული დაშვების ალგორითმი მიახლოებული ოპტიმალური ამონახსნის აგების მიზნით	32
1.3.2 ვიდროუ-ხოფფის დასწავლის წესი	33
1.4 ფასიანი ქაღალდების კოტირებების პროგნოზირების ამოცანა	39
1.4.1 პროგნოზირების ხარისხის შეფასების კრიტერიუმი	41
1.4.2 ნეირონული ქსელის მოდელის პარამეტრების განსაზღვრა	42
1.4.3 დორითი მწკრივის წინასწარი დამუშავება	43
1.4.4 ერთდღიანი პროგნოზირება	45
1.4.5 გრძელვადიანი პროგნოზი	48
1.4.6 მსოფლიო საფონდო ბაზრის სხვადასხვა ემიტენტის ფასიანი ქაღალდების კოტირებების პროგნოზირების მაგალითები	49
1.5 პროგნოზირების მოდელების ადაპტური კომბინაციების აგება	51
1.5.1 ამოცანის დასმა	51
1.5.2 რიცხვითი მოდელირება	54
1.6 პირველი თავის დასკვნები	59
თავი II: მოდელები მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების საფუძველზე	60
2.1 მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების ტოპოლოგია	60
2.2 ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმი	61
2.2.1 შეწყვეტის კრიტერიუმი	66
2.2.2 განზოგადებისათვის საკმარისი მონაცემთა ანაკრების მოცულობა	67
2.2.3 ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის ხარვეზები.	68
2.3 ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლის ოპტიმიზაცია ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის მეშვეობით	69
2.3.1 დასწავლის ადაპტური სიჩქარე აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციისათვის	72
2.3.2 დასწავლა ადრეული გაჩერებით	78
2.3.3 პროგნოზირების ამოცანაში სამიზნე ფუნქციონალის პროგნოზირება	80
2.4 რიცხვითი მოდელირება	81
2.4.1 დასწავლის ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა	81
2.4.2 პროგნოზირება	85
2.5 საერთაშორისო საფონდო ბირჟაზე სხვადასხვა ემიტენტის ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირებათა დროითი მწკრივის პროგნოზირების მაგალითები	92
2.6 ნეირონული ქსელები რადიალური ბაზისული ფუნქციების საფუძველზე	93
2.7 რადიალურ ბაზური ფუნქციებზე აგებული ქსელების დასწავლის სტრატეგიები	100

2.7.1 ფიქსირებული ცენტრების შემთხვევითი არჩევა.	101
2.7.2 ცენტრების არჩევა თვითორგანიზაციის საფუძველზე	103
2.7.3 ცენტრების არჩევა მასწავლებელთან ერთად	105
2.8 არაწრფივი დინამიკური პროცესების იდენტიფიკაციის ამოცანა	108
2.8.1 რიცხვითი მოდელირება	109
2.9 მეორე თავის დასკვნები	114
თავი III. ინვესტიციების მართვა საფონდო ბაზრის ფინანსურ ინსტრუმენტებში	116
3.1 ძირითადი ცნებები	116
3.2 პოზიციების გახსნისა და დახურვის წესები	118
3.3 წარმატებული პოზიციის მოცულობის გაზრდა	119
3.4 პორტფელის ოპტიმიზაციის მარკოვიცის მოდელი	122
3.4.1 საინვესტიციო პორტფელის აგების ამოცანა	124
3.4.2 საინვესტიციო პორტფელის ფორმირების ალგორითმი	126
3.5 ინვესტიციების მართვის პროგრამების ტესტირება	128
3.5.1 ტესტირების ანგარიშები	129
3.5.2 ტესტირების მეთოდოლოგია	135
3.5.3 ტესტირების შედეგები	136
3.6 მესამე თავის დასკვნები	140
დასკვნა	142
გამოყენებული ლიტერატურის სია	144
დანართები	149

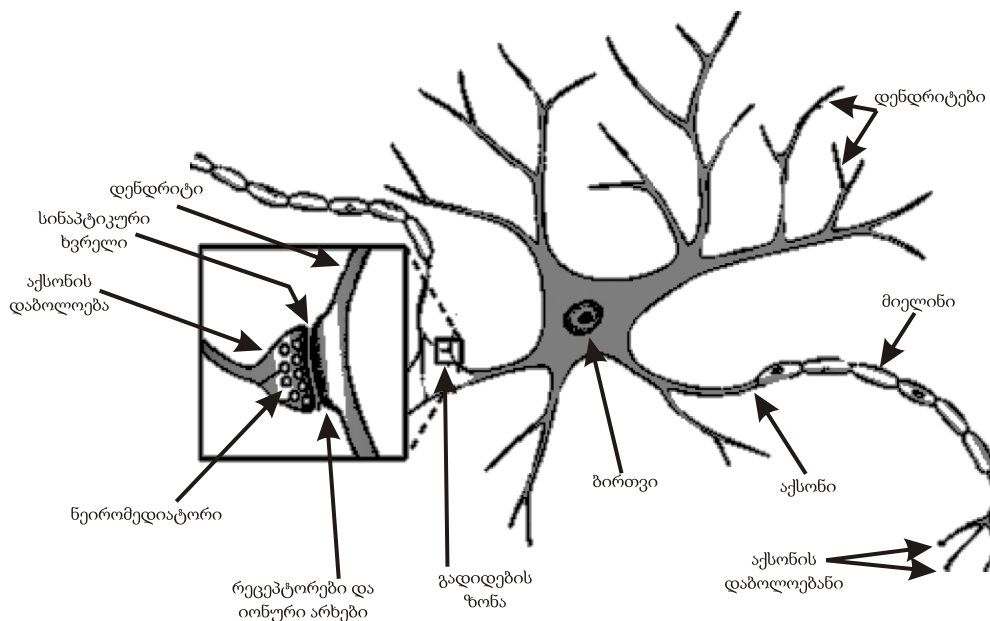
## შესავალი

### I. ხელოვნური ნეირონული ქსელები

ნეირონული ქსელების მეთოდოლოგია სულ უფრო ხშირად გამოიყენება მართვისა და გადაწყვეტილებათა მიღების ამოცანებში, მათ შორის ფინანსურ და ვაჭრობის სფეროებში. ნეირონული ქსელების საფუძველს წარმოადგენს არაწრფივი ადაპტური სისტემები, რომლებმაც თავისი ეფექტურობა დაამტკიცა პროგნოზირების ამოცანების გადაწყვეტისას, კერძოდ ეკონომიკური ხასიათის დინამიკური მწკრივების მნიშვნელობათა პროგნოზირების ამოცანებში.

ხელოვნურ ნეირონულ ქსელებს გააჩნიათ თავის ტვინის ანალოგიური თვისებები, როგორცაა დასწავლა გამოცდილების გათვალისწინებით, რომელიც დაფუძნებულია ადრე მიღებულ ცოდნაზე (მონაცემებზე), აბსტრაქტული დასკვნების გაკეთების უნარი, შეცდომებისა და საკუთარ შეცდომებზე დასწავლის უნარი რაც უფრო დამახასიათებელია ადამიანის აზროვნებისთვის, ვიდრე ადამიანის მიერ შექმნილი კომპიუტერული სისტემებისათვის.

თავის ტვინის აგებულებაზე დეტალური წარმოდგენა გამოჩნდა დაახლოებით ასი წლის წინ. 1888 წელს ესპანელმა ექიმმა რამონი კაილმა ექსპერიმენტულად დაამტკიცა, რომ თავის ტვინის ქსოვილები შედგება ერთმანეთთან დაკავშირებული დიდი რაოდენობის ერთნაირი უჯრედებისაგან - ნეირონებისაგან.



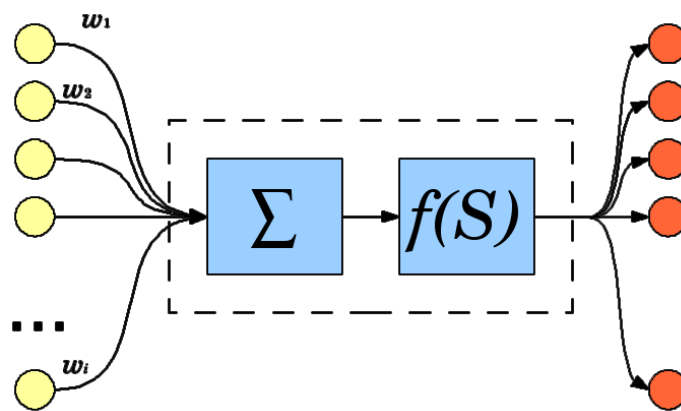
ნახ. I.1 ბიოლოგიური ნეირონის სტრუქტურა

ელექტრონული მიკროსკოპის მეშვეობით მოგვიანებით ჩატარებულმა გამოკვ-

ლევებმა გვიჩვენა, რომ ტიპისაგან განურჩევლად, ყველა ნეირონს გააჩნია მსგავსი ორგანიზაციული სტრუქტურა (ნახ. I.1). ნეირონის ცენტრალური ნაწილიდან (სომა) გამოდის ხისებრი წანაზარდები დენდრიტები, რომლებიც სხვა ნეირონებიდან გამოსული სიგნალების რეცეპტორების როლს თამაშობენ. აქსონის (ყველაზე მსხვილი წანაზარდი) განკუთვნილია სომას აქტივაციის სიგნალი გადასცეს სხვა ნეირონებს. აქსონისა და სხვა ნეირონების შერთების ადგილი დაყოფილია მცირე დაახლოებით 200 ნმ მანძილით და მას სინაპტიკური ხვრელი ეწოდება.

პირველ მიახლოებაში ხელოვნური ნეირონი (ნახ. I.2) ახდენს ბიოლოგიური ნეირონის იმიტაციას. ხელოვნური ნეირონი შესასვლელს მიეწოდება სიგნალების რაღაც სიმრავლე, რომლებიც თავისმხვრივ არიან სხვა ნეირონის გამოსავალი. ყოველი შესასვლელი მრავლდება შესაბამის წონით კოეფიციენტზე, რომელიც შეესაბამება კავშირის სინაპტიკურ ძალას, ყველა ნამრავლი იკრიბება და ამით განისაზღვრება ნეირონის აქტივაციის დონე. მიუხედავად იმისა, რომ ნეირონული ქსელების პარადიგმები მრავალფეროვანია, თითქმის ყველა მათგანს საფუძვლად აღწერილი კონფიგურაცია უდევთ.

კონკრეტული ამოცანის ამოხსნისათვის ნეირონული ქსელის მოცემა, ნიშნავს - განვსაზღვროთ ნეირონის მოდელი, ნეირონებს შორის კავშირების ტოპოლოგია, კავშირების წონითი კოეფიციენტები. ხელოვნური ნეირონული ქსელები ერთმანეთისაგან უმეტესად განსხვავდებიან არა ნეირონის მოდელებით, არამედ ნეირონთა-შორისი კავშირების (სინაპტიკური კავშირების) ტოპოლოგიითა და მათი წონითი კოეფიციენტების განსაზღვრის წესებით.



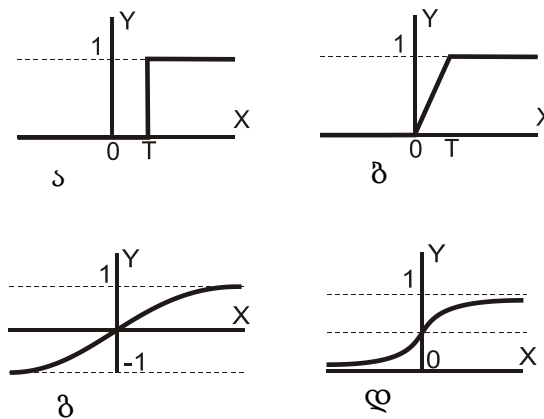
ნახ I.2 ხელოვნური ნეირონის სტრუქტურა

ხელოვნური ნეირონული ქსელის ყოფაქცევა დამოკიდებულია, როგორც სინაპ-

ტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტებზე ასევე ნეირონის აღზნების ფუნქციის სახეზე (აქტივაციის ფუნქცია). ცნობილია სამი ძირითადი აქტივაციის ფუნქცია: ზღვრული, წრფივი და სიგმოიდალური. ზღვრული აქტივაციის ფუნქციის დროს გამოსასვლელი დგება ორიდან ერთ-ერთ დონეზე, იმისდა მიხედვით ჯამური სიგნალი დიდია თუ პატარა რაიმე ზღვრულ მნიშვნელობაზე. წრფივი ელემენტებისათვის გამოსავალი აქტივობა ნეირონის ჯამური შემავალი სიგნალის პროპორციულია. სიგმოიდალური ელემენტებისათვის გამოსასვლელის მნიშვნელობის ვარირება შესასვლელი სიგნალისდამიხედვით ხდება უწყვეტად, მაგრამ არაწრფივად. სიგმოიდების მაგალითებს წარმოადგენენ [35] ლოგისტიკური ფუნქცია

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha x}}, \alpha \geq 0$$

და ჰიპერბოლური ტანგენსი (ნახ 0.3).



ნახ I.3 ნეირონების აღზნების ფუნქციები  
 ა-ზღვრული ფუნქცია; ბ-წრფივი ზღვარი;  
 გ-ლოგისტიკური ფუნქცია; დ-ჰიპერბოლური ტანგენსი

თავისი სტრუქტურის მიხედვით ხელოვნური ნეირონული ქსელები იყოფა ორ დიდ კლასად, ერთშიანი ნეირონული ქსელები და მრავალშიანი ნეირონული ქსელები.

უმარტივესი ქსელი შედგება ნეირონების ჯგუფისაგან, რომლებიც წარმოქმნიან შრეს - ერთშიანი ნეირონული ქსელი. ერთშიანი ნეირონულ ქსელებს მიეკუთვნება ჰოპფილდის მოდელზე აგებული ქსელი და მისი შემდგომი განვითარებები [52] აგრეთვე ბოლცმანის მანქანის ზოგიერთი მოდიფიკაცია [41],[44].

მრავალშიანი ნეირონული ქსელს გააჩნია შემავალი (გამანაწილებელი), გამო-  
 მავალი, და ფარული შრეები, შემავალ შრეზე მოდებული არის დასამუშავებელი

სიგნალი (მონაცემები), ხოლო მათი დამუშავების შედეგი მიიღება გამომავალ შრეზე, ფარული შრე ახდენს მონაცემთა დამუშავებას. ერთი შრის გამოსავალი არის მომდევნო შრის შესავალი და ა.შ.

კონკრეტული ამოცანის გადასაწყვეტად განკუთვნილი ნეირონული ქსელები თავიანთ თვისებებს იძენენ დასწავლის პროცესში. დასწავლა მოიცავს ან ნეირონთა-შორისი სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების განსაზღვრას, ან განსაკუთრებული წესების შემოღებას, რომლებიც გამოცვლიან შესაბამისი კავშირების წონით კოეფიციენტებს ამა თუ იმ ნეირონის ან ქსელის რეაქციის მიხედვით.

ქსელის განსწავლა ხდება იმ მიზნით, რომ შესასვლელი მონაცემების რაიმე სიმრავლისათვის გამოიმუშავოს სასურველი (ან ადეკვატური) გამოსასვლელი სიგნალების სიმრავლე. ყოველი ასეთი შესასვლელი თუ გამოსასვლელი სიმრავლე განიხილება, როგორც ვექტორი. განსწავლა ხდება ვექტორების თანმიმდევრული მიწოდებით და ყოველი მათგანისათვის წინასწარ დადგენილი წესის თანახმად ნეირონთასორისი კავშირების წონითი კოეფიციენტების გამოიმუშავებით. განსწავლის პროცესში ქსელის კავშირების წონები ხდება ისეთი, რომ ყოველ შესასვლელ ვექტორს შეესაბამებოდეს გამოსასვლელი ვექტორი. ნეირონული ქსელები შეიძლება განსწავლული იქნან ერთდროულად, ამ დროს ადგილი აქვს ნეირონული ქსელების სინქრონიზაციას [22],[26].

ანსხვავებენ განსწავლის ორ ალგორითმს: განსწავლა მასწავლებლით და მასწავლებლის გარეშე.

მასწავლებლით განსწავლის დროს იგულისხმება, რომ ყოველი შემავალი ვექტორისათვის არსებობს წინასწარ განსაზღვრული გამოსავალი (სამიზნე) ვექტორი და მათ ერთობლიობას სასწავლო მაგალითი ეწოდებათ. ჩვეულებრივ ქსელის განსწავლა ხდება სასწავლო მაგალითების განსაზღვრულ სიმრავლეზე. ქსელს მიეწოდება შესასვლელი ვექტორი, გამოითვლება ქსელის გამოსავალი ვექტორი და ხდება მისი შედარება შესაბამის სამიზნე ვექტორთან, სხვაობა (ცდომილება) უკუკავშირის მეშვეობით უბრუნდება ქსელს და ნეირონთაშორისი სინაპტიკური კავშირების წონები იცლება ცდომილების მინიმიზაციის მიზნით. სასწავლო მაგალითების სიიდან ქსელს მაგალითები მიეწოდება თანმიმდევრობით, მანამ სანამ მთელი სასწავლო სიმრავლის მიხედვით ჯამური ცდომილება არ აღმოჩნდება რაიმე

მიღებულ მინიმალურ მნიშვნელობაზე დაბალი.

მასწავლებლის დახმარებით განსწავლის ალგორითმების მაგალითებად შეიძლება მიჩნეული იქნას პერსეპტრონის განსწავლის ალგორითმი (როზენბლატის მოდელი) და უკუ გავრცელების ალგორითმი.

კოხენენისა და სხვა ავტორების მიერ განვითარებული განსწავლის ალგორითმისაგან განსხვავებით, მასწავლებლის გარეშე განსწავლის ალგორითმები არ საჭიროებენ გამოსასვლელის სამიზნე ვექტორს. სასწავლო სიმრავლე შედგება მხოლოდ შესასვლელი ვექტორებისაგან. სასწავლო ალგორითმი აყენებს სინაპტიკურ წონებს ისეთნაირად, რომ საბოლოო ჯამში დაახლოებით ერთნაირი შესავალი ვექტორებისათვის მივიღოთ ერთნაირი გამოსავალი ვექტორი. დაწავლის პროცესი საშუალებას გვაძლავს გამოვყოთ სასწავლო სიმრავლის სტატისტიკური მახასიათებელი და სასწავლო ვექტორები დავაჯგუფოთ კლასებად. მოცემული კალსიდან აღებული ვექტორის მიწოდების შედეგად გამოსასვლელზე მივიღებს განსაზღვრულ გამოსავალ ვექტორს, მაგრამ დასწავლამდე შეუძლებელია ვიწინასწარმეტყველოთ თუ რა ვექტორს მივიღებს გამოსასვლელზე. შესაბამისად ამდაგვარი ქსელის გამოსასვლელი მნიშვნელობების ტრანსფორმირება უნდა მომხმარებლისათვის გასაგებ ფორმაში, რაც თავის მხვრივ დიდ პრობლემას არ წარმოადგენს, რადგან ჩვეულებრივ არ წარმოადგენს სირთულეს ქსელის შესასვლელ და გამოსასვლელ მნიშვნელობათა შორის კავშირის დამყარება.

მასწავლებლის გარეშე განსწავლის ალგორითმებიდან ერთ-ერთი ყველაზე ნაყოფიერი არის 1949 წელს ხეზბის მიერ წარმოდგენილი ალგორითმი, რომელიც გახდა ხელოვნური ნეირონული ქსელების დასწავლის ალგორითმების სასტარტო წერტილი.

თანამედროვე დასწავლის ალგორითმების უმეტესობა აღმოცენდა ხეზბის კონცეპციიდან. მის მიერ იქნა შემოთავაზებული ალგორითმი, სადაც სინაპტიკური წონა იზრდება თუ არის აქტივირებული ორივე ნეირონი, როგორც წყარო ასევე მიმღები. ამდაგვარად ქსელში ხშირად გამოყენებული კავშირები ძლიერდება და დასწავლისა და ჩვევის ფენომენი ღებულობს თავის ახსნას.

ხელოვნურ ნეირონულ ქსელში, რომელიც ხეზბის განსწავლის ალგორითმს იყენებს, სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების ცვლილება განისაზღვ-



რება გადამცემი და მიმღები ნეირონის აქტივაციის დონის ნამრავლით. ეს შეიძლება შემდეგნაირად ჩავწეროთ

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) + \alpha y_i y_j,$$

სადაც  $w_{ij}(t)$  –  $i$ -ური ნეირონიდან  $j$ -ური ნეირონს შორის სინაპტიკური კავშირის წონითი კოეფიციენტია დროის  $t$  მომენტისათვის,  $\alpha$  - დასწავლის კოეფიციენტი,  $y_i y_j$  - შესაბამისად  $i$ -ური და  $j$ -ური ნეირონების გამოსასვლელი.

ხეზბის ალგორითმზე დაფუძნებული ქსელების განვითარების პარალელურად უკანასკნელი წლების განმავლობაში განვითარება ჰპოვა ხელოვნური ნეირონული ქსელების განსწავლის უფრო ეფექტურმა ალგორითმებმა. კერძოდ განვითარდა განსწავლის ალგორითმები მასწავლებელის მეშვეობით, რომლებიც სწავლების პროცესის დაჩქარების ფონზე საშუალებას იძლევა ამოიხსნას უფრო ფართო დიაპაზონის ამოცანები.

საზოგადოდ ხელოვნური ნეირონული ქსელების პირველი სისტემატური შესწავლა განახორციელა უ. მაკ-კალკმა (W. McCulloch) და უ. პიტსმა (W. Pitts). 1943 წელს მათ მიერ იქნა ჩამოყალიბებული თავის ტვინის ფუნქციონირების [28] თეორიის ძირითადი დებულებები, რომლებიც შემდგომში მდგომარეობს:

1. დამუშავებული იქნა ნეირონის მოდელი, როგორც უმარტივესი პროცესორული ელემენტისა, რომელიც შემავალი მნიშვნელობების ვექტორისა და წონითი კოეფიციენტების ვექტორის სკალარული ნამრავლის გარდამავალი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოთვლას ახდენს;

2. შემოთავაზებული იქნა ალგებრული და ლოგიკური ოპერაციების შესრულებისათვის განკუთვნილი ასეთი ელემენტებისაგან შემდგარი კონსტრუქცია;

3. გაკეთებული იქნა ფუნდამენტური ვარაუდი იმის შესახებ, რომ ასეთ ქსელს შეუძლია დასწავლა, სახეების ამოცნობა, აქვს უნარი განაზოგადოს მიღებული ინფორმაცია;

მაკ-კალკ-პიტსის ნეირონი ფუნქციონირებს დისკრეტულ დროში. მას გააჩნია  $N$  სინაპტიკური შესასვლელი და ერთი გამოსასვლელი. გამომავალი სიგნალის მნიშვნელობა  $y(t) = 1$  შეესაბამება ნეირონის აღზნებულ მდგომარეობას. არააღზნებულ მდგომარეობას შეესაბამება  $y(t) = 0$  მნიშვნელობა. დროის  $t$  მომენტისათვის გამომავალი სიგნალის ფორმირება ხდება შემავალი  $x_1(t - 1), \dots, x_N(t - 1)$  სიგნა-

ლებისაგან, რომლებიც იყო მიწოდებული ნეირონის სინაპსებზე დროის  $t-1$  მომენტში. უკანასკნელები ასევე შეიძლება დებულობდნენ მნიშვნელობა ნული ან ერთი. სინაპსზე სიგნალი მიეწოდება ან სხვა სინაპსიდან ან სენსორებიდან - სპეციალური შსასვლელი გარე სიგნალებისათვის. თავდაპირველად გამოსავალი სიგნალის ფორმირების წესები ავტორების მიერ იქნა ფორმულირებული რიგი აქსიომების სახით. მოვიყვანთ ორ მათგანს

1. დროის  $t$  მომენტში ნეირონის აღზნების მიზნით აუცილებელია დროის  $t-1$  მომენტში მოვახდინოთ განსაზღვრული სინაპსების რაოდენობის აღზნება, რომლებიც არ არიან დამოკიდებული არც ნეირონის მიმდინარე მედომარეობაზე არც ნეირონზე მიწოდებული სიგნალის ისტორიაზე.

2. ნეირონს გააჩნია განსაკუთრებული შესასვლელები-დამუხრუჭების სინაპსები. ნებისმიერი მათგანის  $t-1$  დროის მომენტში აღზნება გამორიცხავს ნეირონის აღზნებას დროის  $t$  მომენტში.

მოგვიანებით მოდელი შეიცვალა.  $x_1(t-1), \dots, x_N(t-1)$  სიგნალები აწონეს და მოახდინეს ჯამური შემავალი სიგნალის ფორმირება

$$u(t-1) = \sum_{t=1}^N q_t x_t(t-1)$$

აქ  $q_t$ - რიცხვებია, რომლებსაც სინაპტიკურ წონით კოეფიციენტებს უწოდებენ. სინაპსს უწოდებენ აღმგზნებს, თუ  $q_t > 0$  და დამამუხრუჭებელს თუ  $q_t < 0$ . შეთანხმდნენ, რომ  $t$  დროის მომენტში ნეირონი ითვლება აღგზნებულ მდგომარეობაში თუ მისი ჯამური შემავალი სიგნალი  $t-1$  მომენტისათვის აღემატება რაიმე  $u_0$  მნიშვნელობას. ანუ

$$u(t-1) = \sum_{t=1}^N q_t x_t(t-1) > u_0$$

და თუ შემოვიღებთ შემდეგ აღნიშვნას:

$$\theta(v) = \begin{cases} 0, & v < 0 \\ 1, & v \geq 0 \end{cases}$$

მაშინ შეიძლება ჩავწეროთ:

$$y(t) = \theta\left(\sum_{t=1}^N q_t x_t(t-1) - u_0\right).$$

აღწერილი ობიექტი წარმოადგენს მაკ-კალკმი-პიტტის ფორმალურ ნეირონს.

მიუხედავად იმისა, რომ ბოლო წლების განმავლობაში ნეიროინფორმატიკამ დიდი პროგრესი განიცადა უ. მაკ-კალკმის ბევრი პოსტულატი დღესაც აქტუალურა. კერძოდ ნეირონების მოდელების დიდი მრავალფეროვნების მიუხედავად უ. მაკ-კალკმისა და უ. პიტერსის მიერ ჩამოყალიბებული პრინციპები მაინც უცვლელი დარჩება.

ამ მოდელის ხარვეზი ის არის გარდამავალი ფუნქციის ბარიერული სახე, რომელიც მოცემული პრობლემისათვის მოწყობასა და დასწავლის პროცესში, ვერ უზრუნველყოფს ნეირონული ქსელის საკმარის მოქნილობას.

ნეიროკიბერნეტიკამ სერიოზული განვითარება ჰპოვა ამერიკელი ნეიროფიზიოლოგის ფრენსის როზენბლატის (F. Rosenblatt) შრომებში. 1958 წელს მან წარმოადგინა ნეირონული ქსელის თავისი მოდელი. როზენბლატმა მაკ-კალლოლისა და პიტსის მოდელს დაუმატა ნეირონთაშორისი კავშირების მოდიფიკაციის უნარი რამაც მას სწავლის უნარი შესძინა. ამ მოდელს პერსეპტრონი ეწოდა [30],[32],[67],[33]. თავდაპირველად პერსეპტრონი წარმოადგენდა ერთშრიან სტრუქტურას პროცესორული ელემენტის ხისტი ბარიერული ფუნქციით და ბინარული ან მრავალმნიშვნელოვანი შესასვლელით.

პირველ პერსეპტრონებს შეეძლოთ ლათინური ალფაბეტის ზოგიერთი სიმბოლოს ამოცნობა. მოგვიანებით პერსეპტრონის მოდელმა მნიშვნელოვანი გაუმჯობესება განიცადა [33].

პერსეპტრონი გამოიყენებოდა ავტომატური კლასიფიკაციის ამოცანებისათვის, რომელიც საზოგადოდ მდგომარეობს მოცემულ კლასებს შორის თვისებათა სივრცის დაყოფაში. ორგანზომილებიან შემთხვევაში საკმარისია სიბრტყეზე წრფის გავლება, რომელიც გამოყოფს ერთ არეს მეორესაგან. ერთშრიან პერსეპტრონს შეუძლია სივრცე დაყოს მხოლოდ წრფეების (სიბრტყეების) მეშვეობით [13][30].

პერსეპტრონს დასწავლის დროს შესასვლელზე აწოდებენ სახეებს სიმრავლეს და ნეირონებს შორის კავშირების დაწყობას ახდენენ ისეთნაირად, რომ ყოველი მიწოდებული სახისათვის გამოსასვლელზე მიღებული იქნას სასურველი შედეგი.

გამომდინარე აქედან პერსეპტრონის დასწავლის ალგორითმი შემდეგნაირად გამოიყურება:

1. სისტემას წარედგინება ეტალონური სახე;

2. თუ სისტემის გამოსასვლელზე სასურველ შედეგს ვღებულობთ, მაშინ ნეირონთაშორისი კავშირების წონითი კოეფიციენტები არ იცვლება;

3. თუ გამოსასვლელზე ვერ ვღებულობთ სასურველ შედეგს ნეირონთაშორისი კავშირების წონითი კოეფიციენტები გამოსასვლელი შედეგის გაუმჯობესების მიმართულებით ღებულობენ მცირე ნაზრდს.

ალგორითმის საფუძველს წარმოადგენს დელტა-წესი. შემოღებულია  $\delta$  სიდიდე, რომელიც დაითვლება:

$$\delta = T - A$$

სადაც:  $T$  -სისტემის სასურველი ან სამიზნე გამოსავალია ხოლო  $A$  სისტემის რეალური გამოსავალი;

როდესაც  $\delta = 0$  მეტყველებს იმაზე, რომ გამოსავალი მართებულია და სისტემაში არაფერი არ იცვლება ხოლო, როდესაც  $\delta > 0$  ან  $\delta < 0$  კოეფიციენტების სასურველი მნიშვნელობების მისაღებად სრულდება შემდეგი მოქმედებები:

$$\Delta_i = \eta \delta x_i$$

$$w_i(t + 1) = w_i(t) + \Delta_i$$

სადაც:  $\Delta_i$  -  $x_i$ -ის  $i$ -ურ შესასვლელთან დაკავშირებული კორექცია;  $w_i(t + 1)$  -  $i$ -ური შესასვლელის წონის მნიშვნელობა კორექციის შემდეგ;  $w_i(t)$  -  $i$ -ური შესასვლელის წონის მნიშვნელობა კორექციამდე;  $\eta$  - დასწავლის კოეფიციენტი;

დელტა წესი ახდენს სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების მოდიფიცირებას გამოსასვლელის რეალური და აუცილებელი მნიშვნელობის მიხედვით, როგორც უწყვეტი ასევე ბინარული სიგნალებისათვის. ამ თვისებებმა გააჩინა ახალი შესაძლებლობების პერსპექტივები.

პერსეპტრონის მიერ გენერირებული გამიჯვნის წრფივი ზედაპირი ზღუდავს იმ ამოცანათა რიცხვს, სადაც შესაძლებელია ერთშიანი პერსეპტრონის გამოყენება, აქედან გამოსავალი უნდა ვეძებოთ მრავალშიანი პერსეპტრონების გამოყენების გზით, რომელსაც შეუძლია ააგოს გამიჯვნის არაწრფივი ზედაპირები.

1969 წელს პაიპერტმა და მინსკიმ აჩვენეს, რომ პერსეპტრონს არ შეუძლია „გამომრიცხავი ან“-ის ამოცანის გადაწყვეტა, რის შედეგადაც პერსეპტრონული მოდელის პერსპექტივები ძალიან პესიმისტურად გამოიყურებდა. ამასთან დაკავშირებით კვლევები ხელოვნური ნეირონული ქსელების მიმართულებით 1970 წლების ბოლომდე თითქმის მთლიანად იყო შეწყვეტილი.

80-იან წლებში პერსპექტონული მოდელის განვითარების ახალი ბიძგი დაკავშირებულია ამარის (S. Amari), ანდერსონის (Anderson), კარპენტერი (Karpenter) [41], კოხენის (M.A. Cohen) [44] და სხვების, და განსაკუთრებით ხოპფილდის (J. Hopfield) [34], [50]-[52] ნაშრომებთან, აგრეთვე ოპტიკური ტექნოლოგიებისა [4] და ზედიდი ინტეგრალური სქემების [36] განვითარებასთან.

ნეირონული ქსელების თანამედროვე მათემატიკური მოდელირებას დასაბამი მიეცა 1982 წელს ხოპფილდის ნაშრომებში, რომლებშიც ნეირონული ქსელის დასწავლის ხეობის [49] წესის გამოყენებით აღწერილი იყო ასოციაციური მეხსიერების მათემატიკური მოდელი. უნდა აღინიშნოს, რომ ამ თემატიკასთან სხვა ავტორების აქტივობის გაზრდა გამოიწვია არა თვით მოდელმა, არამედ ხოპფილდის მიერ შემოღებულმა ნეირონული ქსელის ენერჯის განმსაზღვრელმა ფუნქციამ, რომელის არის დინამიურ სისტემებში ლიაპუნოვის ფუნქციის ანალოგი. ნაჩვენებია არის, რომ ერთშრიანი ნეირონული ქსელისათვის „ყველა ყველასთან“ ტიპის სინაპტიკური კავშირებით დამახასიათებელია ენერჯის ფუნქციის ლოკალური მინიმუმების სიმრავლის კრებადობა რომელიმე წერტილისაკენ, რომელიც შეიცავს ქსელში ყველა არსებული კავშირების სტრუქტურას. მართალია ასეთი მიდგომა ქონდათ სხვა ავტორებსაც, მაგრამ ხოპფილდმა და ტენკმა [34] აჩვენეს თუ, როგორ შეიძლება ენერჯის ფუნქციის კონსტრუირება კონკრეტული ოპტიმიზაციური ამოცანისათვის და მისი გამოყენება ამოცანის ნეირონულ ქსელზე ასახვის დროს. მაგალითად უკუკავშირებიანი სიმეტრიული ნეირონული ქსლისათვის, ანუ ნეირონული ქსელისათვის, რომელსაც გააჩნია კავშირები ქსელის გამოსასვლელიდან შესასვლელისაკენ, ენერჯის ფუნქცია შეიძლება შემოტანილი იქნას შემდეგნაირად:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ij} y_i y_j - \sum_j I_j y_j + \sum_j T_j y_j,$$

სადაც E - ქსელის ხელოვნური ენერჯია;  $w_{ij}$  - i-ური ნეირონის გამოსასვლელისა და j-ური ნეირონის შესასვლელს შორის არსებული სინაპტიკური კავშირის წონითი კოეფიციენტი;  $y_i$  - i-ური ნეირონის გამოსასვლელი და j-ური ნეირონის შესასვლელი;  $y_j$  - j-ური ნეირონის გამოსასვლელი;  $I_j$  - j-ური ნეირონის გარე შესასვლელი;  $T_j$  - j-ური ნეირონის ზღვრული მნიშვნელობა.

ამ მიდგომამ განვითარება მიიღო სხვა კომბინატორული ოპტიმიზაციური

ამოცანისათვის. ხოპფილდის მიდგომა მიმზიდველია იმით, რომ კონკრეტული ამოცანის გადაჭრისათვის განკუთვნილი ნეირონული ქსელი შიძლება დაპროგრამებული იქნას დასწავლის იტერაციების გარეშე. სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების გამოთვლა მოხდება ამ ამოცანისათვის კონსტრუირებული ენერჯის ფუნქციის საფუძველზე.

## II. საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტები და ინვესტიციების მართვა

საფონდო ბაზარზე კაპიტალის ინვესტირებისა და მართვის სფეროში არსებობს ორი ძირითადი მიდგომა: ინტუიციური და ფორმალური.

ფორმალური მიდგომის უპირატესობებს შეიძლება მივაკუთვნოთ: საინვესტიციო გადაწყვეტილებების მიღების დროს ემოციური ანუ სუბიექტური ფაქტორების არ არსებობა, რაც ამართლებს მონაცემთა ფორმალურ ანალიზს, რის შედეგად საშუალება გვეძლევა აღმოვაჩინოთ საინვესტიციო გადაწყვეტილების სუსტი წერტილები და მათი მოვახდინოთ კორექტირება.

ეფექტური ბაზრის თეორია [14] ამტკიცებს რომ, ფასიანი ქაღალდების საბაზრო ფასი აბსოლიტურად კორექტულად (თითქმის დაუყოვნებლივ) ასახავს არსებული მონაცემების სრულ ერთობლიობას და ბაზრის ყველა მონაწილის მოლოდინებს. ამ თეორიის თანახმად საფონდო ბაზარზე შეუძლებელია მუდმივად მოგება, რადგან ახალი მონაცემების მოწოდება ატარებს შემთხვევით ხასიათს, ხოლო ბაზარი მასზე თითქმის მყისიერად რეაგირებს. შესაბამისად დროის ნებისმიერ მომენტში ნებისმიერი ფასიანი ქაღალდი ბაზრის მიერ აბსოლიტურად ზუსტად ფასდება. ამიტომ, თეორიიდან გამომდინარე ფასიანი ქაღალდები არ შეიძლება დროის დიდი პერიოდის განმავლობაში იყოს ზედმეტად გადაფასებული ან დაუფასებელი იმისათვის, რომ ამ მონაცემების საფუძველზე შევძლოთ მოგების მიღება. ამგვარად საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის ამოცანისათვის შესასვლელ მონაცემებს წარმოადგენს ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებების დროითი მწკრივები, რომლებიც ფორმირებული არიან ბაზრის დახურვის ფასებით.

საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული პროდუქტების ბირთვს უნდა წარმოადგენდეს ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირების მოდელები, რომლებზეც არის ძირითადად დამოკი-

დებული საინვესტიციო პოლიტიკის ეფექტურობა. თვით ფინანსური ინვესტირების იდეა - ამჟამად ფულის დაბანდება მომავალში მოგების მიზნით, დამყარებულია მომავლის პროგნოზირების იდეაზე. შესაბამისად საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების დინამიკის წინასწარმეტყველება საფუძვლად უდევს ინვესტირების მთელ ბიზნესს - ყველა ბირჟას და ფასიანი ქაღალდებით ვაჭრობის ყველა არასაბირჟო სისტემას.

საფონდო ბაზარზე წარმატებული საინვესტიციო საქმიანობისათვის პროგნოზირების ამოცანების გადაწყვეტასთან ერთად დიდი როლი ეკისრება პროგნოზის შედეგად მიღებული შედეგების სწორ ინტერპრეტირებას, საბირჟო ვაჭრობის წესების ფორმალიზებას, საინვესტიციო პორტფელის მომგებიანობის რისკების ანალიზს, კაპიტალის მართვის მოთოდისა და მათი ეფექტურობის შეფასებას. შესაბამისად, ინვესტირების მეთოდების გაუმჯობესებისა და კაპიტალის მართვის ხარისხის ამაღლების მიზნით აქტუალური ხდება ნეირონული ქსელების მოდელების აგება საფონდო ბაზარზე ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა პროგნოზირების მიზნით, მათი რეალიზაციისა და გამოყენების თავისებურებათა გამოვლენა, აგრეთვე პროგრამული კომპლექსის შექმნა, რომლის საფუძველზეც უნდა მოხდეს ეფექტური საინვესტიციო პოლიტიკის განხორციელება.

ნახ II.1-ზე წარმოდგენილია საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტებში ინვესტირების მართვისათვის პროგრამული კომპლექსის სტრუქტურული სქემა.



ნახ II.1: პროგრამული კომპლექსის სტრუქტურული სქემა საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტებში ინვესტირების მართვისათვის

საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტებში ინვესტირების მართვის პროგრამული კომპლექსის დამუშავების ამოცანა თავისმხრივ მოიცავს შემდეგი მათემატიკური ამოცანის გადაწყვეტის აუცილებლობას.

- a) ფინანსური ინსტრუმენტების შერჩევა და მათგან საინვესტიციო პორტფელის შექმნა;
- b) ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დინამიკური მწკრივების პროგნოზირება;
- c) ფინანსური პორტფელის შემადგენელი ყოველი ფასიანი ქაღალდისათვის პოზიციის გახსნა/დახურვის წესების ფორმალიზება;
- d) კაპიტალის მართვის წესების შემუშავება;
- e) საფონდო ბაზარზე ინვესტირების მართვის გადაწყვეტილების შეფასების მრავალკრიტერიუმიანი სისტემის აგება;

ფინანსური ინსტრუმენტების შერჩევისა და საინვესტიციო პორტფელი ფორმირების ამოცანის გადასაჭრელად გამოიყენება მერკოვიცის საპორტფელო თეორია, რომლის თანახმადაც  $N$  აქტივისაგან შემდგარი საინვესტიციო პორტფელის მომგებიანობა ( $\mu_y$ ) და პორტფელის რისკი ( $\sigma_y^2$ ) შემდეგნაირად ფასდება:

$$\mu_y = \sum_{k=1}^N w_k \mu_k ;$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^N w_k \sigma_k^2 + 2 \sum_{k=1}^N \sum_{i=k+1}^N w_i w_k \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k ,$$

სადაც  $w_i$  - პორტფელში  $i$ -ური აქტივის წონაა, თავისმხვრივ საინვესტიციო პორტფელის შემადგენელი აქტივების წონები  $\sum_{k=1}^N w_k = 1$  ნორმირების წესს ემორჩილებიან;  $\rho_{ik}$  - საინვესტიციო პორტფელის  $i$ -ური და  $j$ -ური აქტივის კორელაციის კოეფიციენტი;  $\sigma_k, \mu_k, k = \overline{1, N}$   $k$ -ური აქტივის შესაბამისი რისკი და მომგებიანობაა.

საინვესტიციო პორტფელის ფორმირება განხილულია სადისერტაციო ნაშრომის მესამე თავში.

ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების ამოცანის გადაწყვეტის მიზნით, ანუ  $x_{i+1} = F(x_1, x_2, \dots, x_i)$  ამოცანისათვის ნაშრომში გამოყენებულია ნეირონული ქსელების დისკრეტული მოდელები, რომლებშიც  $l$  მდგომარეობიდან  $(l + 1)$  მდგომარეობაში გადასვლა ხდება შემდეგი წესის მიხედვით:



$$x_i^{l+1} = f_l \left( \sum_{j=1}^n w_{ij}^l x_j^l \right), i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q-1}.$$

$w_{ij}^l$  – წონითი კოეფიციენტები აიღება

$$I[w] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (x_i^q - d_i)^2$$

ფუნქციის მაქსიმუმის პირობიდან სადაც  $w_i$  და  $d_i$ - ნეირონული ქსელისათვის მიწოდებული  $i$ -სახის გამოსასვლელი და ეტალონური მნიშვნელობებია.

ნეირონული ქსელების საფუძველზე დორითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების მოდელების აგების მოთოდება წარმოდგენილია სადისერტაციო ნაშრომის პირველ და მეორე თავში.

მიღებული პროგნოზების შინაარსობრივი ინტერპრეტაციის მიზნით ნაშრომში შემუშავებულია შესაბამისი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის საბაზრო პოზიციაზე შესვლისა და გასვლის წესები:

$$\text{სიგნალი} = \begin{cases} \text{იყიდე თუ } R_{BP} > R_{BT} \\ \text{გაყიდე თუ } R_{BP} < R_{BT}' \end{cases}$$

სადაც  $R_{BP}$  - ამონაგები დაგეგმილი შესყიდვებიდან, გამოითვლება ფორმულით:

$$R_{BP} = \frac{\max_{0 \leq t < d} (\tilde{x}_{t+1}) - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

$R_{ST}$  - ამონაგები დაგეგმილი გაყიდვებიდან, გამოითვლება ფორმულით:

$$R_{ST} = \frac{\min_{0 \leq t < d} (\tilde{x}_{t+1}) - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

$R_{BP}$  და  $R_{ST}$  - კონსტანტებია რომელთა მნიშვნელობა წინასწარ გამოითვლება საინვესტიციო სისტემის ოპტიმიზაციისა და ტესტირების ეტაპზე.  $\tilde{x}_{t+1} - x_{t+1}$ -ის პროგნოზირებული მნიშვნელობაა დროის  $t$  მომენტისათვის.

საფინანსო ინსტრუმენტის მიმართ საბაზრო პოზიციის გახსნის შემდეგ შესაძლოა მოვლენების განვითარების ორი სცენარი: გახსნილი პოზიცია ეწინააღმდეგება საბაზრო დინამიკას და იქნება დახურული შესაბამისი სიგნალის მიღების დროს ან პოზიცია არის მომგებიანი და პოზიციიდან გამოსვლა მოხდება წინასწარ განსაზღვრული მოგების მიღების შემდეგ. ამოგების გაზრდისა და რისკების შემცირების მიზნით ინვესტიციების მართვის პროგრამულ კომპლექსში რეალიზებულია მომგებიანი პოზიციების მოცულობის გაზრდის ალგორითმები [6], [19],

რომლებიც აღწერილია სადისერტაციო ნაშრომის მესამე თავში.

საერთაშორისო საფონდო ბაზარზე ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტიციების მართვის პროგრამული უზრუნველყოფის მუშაობის ხარისხის მრავალკრიტერიუმული ანალიზისა და ტესტირების მიზნით შესრულებული იქნა რიგი რიცხვითი ექსპერიმენტი ისეთი საერთაშორისო კორპორაციების ჩვეულებრივი აქციათა კოტირების დროით მწკრივებზე როგორცაა IBM, The Walt Disney Company, The British Airways Group, Citigroup Inc. ,General Electric ყველა მონაცემი აღებული იქნა საერთაშორისო ტრეიდერული კომპანიიდან The Forex.com სხვადასხვა პერიოდისათვის დღის დახურვის ფასებით, დაწვრილებით წარმოდგენილია დანართი A-ში.

ინვესტიციების მართვის პროგრამული უზრუნველყოფის ტესტირების და მუშაობის შედეგების ანალიზის მეთოდოლოგია მოყვანილია სადისერტაციო ნაშრომის მესამე თავში.

ამრიგად, სადისერტაციო ნაშრომის მიზანი არის ნეიროქსელური მოდელების გამოყენების მეთოდოლოგიის შემუშავება საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების მიზნით და მიღებული ალგორითმების საფუძველზე შესაბამისი პროგრამული პაკეტების რეალიზება.

### **ნაშრომში განხილულია შემდეგი ამოცანები**

1. ნეირონული ქსელების გამოყენების მეთოდოლოგიის შემუშავება საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების დინამიკის აღწერის მიზნით;

2. ნეირონული ქსელების აპარატის გამოყენებით საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების ადაპტური მოდელების შემუშავება და რეალიზება.

3. საფონდო ბაზარზე საინვესტიციო გადაწყვეტილებათა მხარდაჭერის მიზნით დამუშავებული მოდელების ბაზარზე შესაბამისი პროგრამული პაკეტები შემუშავება.

### **დასაცავად გამოიტანება შემდეგი დებულებანი:**

1. დამუშავებულია საფონდო ბაზრის ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების დინამიკის მოდელირებისათვის განკუთვნილი ერთშიანი ნეირონული ქსელები

2. ერთშრიანი ნეირონული ქსელების აპარატის მეშვეობით აგებულია საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირების ადაპტური მოდელები.

3. ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირების მიზნით აგებულია რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე დაფუძნებული ნეირონული ქსელები.

4. დროითი მწკრივების დინამიკის მოდელირებისა და საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა პროგნოზირების მიზნით მრავალშრიანი პერსექტრონის საფუძველზე აგებულია შესაბამისი ნეირონული ქსელები.

5. ნეირონული ქსელების აპარატზე დაყრდნობით დამუშავებულია საფონდო ბაზრის საფინანსო ინსტრუმენტების ინვესტიციების მართვის, პროგრამული პაკეტი.

6. შემუშავებულია საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული უზრუნველყოფის ეფექტურობის განსაზღვრის მეთოდიკა.

სადისერტაციო კვლევის სამეცნიერო სიახლეს წარმოადგენს: ნეირონული ქსელების საფუძველზე საფონდო ბირჟის ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების ანალიზის, მოდელირების და პროგნოზირებისა ერთიანი თეორიული, მეთოდოლოგიური და ინსტრუმენტული უზრუნველყოფის დამუშავება და განვითარება. კვლევის თეორიული მნიშვნელობა ასახულია შემდეგ დებულებებში:

1. ნეირონული ქსელების თეორიისა და მეთოდოლოგიის საფუძველზე საფონდო ბირჟის ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების ანალიზისა და პროგნოზირებისათვის აგებულია ერთ და მრავალშრიანი მოდელები.

2. გამომუშავებულია და გამოცდილია რეკომენდაციები ნეირონული ქსელის შეცდომის უკუგავრცელების ალგორითმით დასწავლის პროცესის ოპტიმიზაციის მიზნით, რომლებიც საშუალებას იძლევიან გაუმჯობესდეს დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების ხარისხი;

3. ერთშრიანი ნეირონული ქსელების აპარატის მეშვეობით შესრულებულია პროგნოზირების ადაპტიური კომბინაციების აგება;

4. სტატისტიკურ მეთოდებზე დაყრდნობით გამომუშავებულია საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული უზრუნველყოფის ეფექტურობის ანალიზის შეფასების მეთოდიკა;

Borland Builder Enterprise, MQL5 დაპროგრამების ენების მეშვეობით ნეირონული ქსელების აპარატზე დაყრდნობით დროითი მწკრივების პროგნოზირების, საინვესტიციო პორტფელის მართვის მოდელებისა და შემუშავებული მეთოდების საფუძველზე რელიზებულია საფონდო ბირჟაზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული პაკეტი.

მიღებული შედეგების საიმედოობა ეფუძნება კვლევის აპრობირებული რიცხვითი და ანალიტიკური მეთოდების გამოყენებას; დოკუმენტურად დასაბუთებული საწყისი მონაცემების გამოყენებაზე და რიცხვითი ექსპერიმენტების ფაქტობრივ შედეგებთან თანხმობას.

შემოთავაზებული მეთოდების ეფექტურობა, დასტურდება სავალუტო ბაზრის რეალური ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების მახასიათებლების გამოთვლებით. ინვესტიციების მართვისათვის დამუშავებული პროგრამული კომპლექსი და დისერტაციიდან გამომდინარე ცალკეული რეკომენდაციები, დანერგილია საფონდო ბაზრის რიგ მონაწილეთა ყოველდღიურ საქმიანობის პროცესში, რაზეც მოყვნილია შესაბამისი დანერგვის აქტები.

## თავი I

### ფინანსური ბაზრების დინამიკის ხელოვნური ნეირონული ქსელების მეშვეობით ანალიზის ზოგიერთი მეთოდოლოგიური მიდგომა

#### 1.1 ერთშრიანი ნეირონული ქსელების ბაზაზე არსებული მოდელები

პირველ თავში წარმოდგენლია ნეირონული ქსელების მოდელირების ამოცანა, როგორც ოპტიმალური მართვის ამოცანა, რომლის გადაწყვეტის მიზნით გამოიყენება ოპტიმალობისათვის აუცილებელი პირობების თეორემა, ხოლო წონითი კოეფიციენტები განიხილება, როგორც მართვის ფუნქციები. შესრულებულია ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების მოდელირება მათი დინამიკის პროგნოზირების მიზნით, სხვადასხვა აქტივაციის ფუნქციების გამოყენებით ერთშრიანი ნეირონული ქსელების საფუძველზე. წარმოდგენილია ნეირონულ ქსელებზე აგებული პროგნოზირების დინამიურად ადაპტირებადი მოდელების კომბინაციები.

#### 1.1.1 ხელოვნური ნეირონული ქსელების უწყვეტი და დისკრეტული მოდელები

განვიხილოთ ნეირონული ქსელი, რომელიც შედგება  $n$  ნეირონისაგან.  $i$ -ური ნეირონის მდგომარეობა დავახასიათოდ  $x_i(t), i = \overline{1, n}$  ფუნქციით, რომლის დინამიკა აღიწერება დიფერენციალური განტოლებების შემდეგი სისტემით

$$x_i'(t) = h_i(x(t)) + \sum_{j=1}^n [w_{ij}^0 + w_{ij}(t)] g_j(x(t)), i = \overline{1, n} \quad (1.1)$$

აქ  $h_i(x), g_i(x)$  - მოცემული,  $R^n$  - ზე უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციებია,  $x(t)$  - უწყვეტი ფუნქციაა,  $w_{ij}^0$  და  $w_{ij}(t)$  - წონითი კოეფიციენტებია, რომლებიც ახასიათებენ  $i$ -ური ნეირონის ზემოქმედებას  $j$ -ურ ნეირონზე,  $x_i(0) = a_i, i = \overline{1, n}$  საწყის პირობებში.

(1.1) დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა შეიძლება ჩაწერილი იქნას შემდეგ ვექტორულ ფორმაში:

$$x_i'(t) = h(x(t)) + (W_0 + W(t))g(x(t)) \quad (1.2)$$

შემდეგი საწყისი პირობებით:

$$x(0) = a \quad (1.3)$$

აქ  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ;  $W_0$  - მუდმივი  $n \times n$  მატრიცა, რომელიც შედგება  $w_{ij}^0$  ელემენტებისაგან;  $W(t) = w_{ij}(t)$  წონითი კოეფიციენტებისაგან შემდგარი  $n \times n$  განზომილების მატრიცა, რომლებსაც შემგომში განვიხილავთ, როგორც მართვის

ფუნქციებს და რომლებზეც შეიძლება გავავრცელოთ შემდეგი შეზღუდვები:  $|w_{ij}(t)| \leq A_{ij}, i, j = \overline{1, n}$ . ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტების კოეფიციენტების ოპტიმალური მნიშვნელობები შევარჩიოთ სამიზნე ფუნქციის (1.4) მინიმუმის პირობიდან გამომდინარე

$$J(w(\cdot)) = \Phi(x(T)) + \int_0^T \left[ Q(x(t)) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n r_{ij} w_{ij}^2(t) \right] dt \quad (1.4)$$

მოცემულ მოდელში პროცესის მიმდინარეობის დრო  $T > 0$  ფიქსირებულია,  $Q(x)$  და  $\Phi(x)$  - სკალარული უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციებია, ხოლო  $r_{ij} \geq 0, i, j = \overline{1, n}$  კოეფიციენტები წარმოქმნიან სიმეტრიულ დადებით R მატრიცას.

ხელოვნური ნეირონული ქსელის ოპტიმალური მართვის ამოცანა მდგომარეობს  $w_{i,j}(t), i, j = \overline{1, n}$  წონითი კოეფიციენტების ისეთ შერჩევაში, რომ (1.4) გამოსახულება ლებულობდეს მინიმალურ მნიშვნელობას. ეს ამოცანა მიკუთვნება ოპტიმალური მართვის ამოცანების კლასს. განვიხილავთ რა წონით კოეფიციენტებს, როგორც მართვის ფუნქციებს, გამოვიყენოთ თეორემა ოპტიმალურობის აუცილებელი პირობების შესახებ [2].

შემოვიღოთ გადართვის ფუნქციები  $\Phi_{ij}(t)$  შემდეგი წესის გათვალისწინებით:

$$\Phi_{ij}(t) = p_i(t) g_j(x(t)) r_{ij}^{-1}, i, j = \overline{1, n} \quad (1.5)$$

განვიხილავთ, რა მხოლოდ რეგულარულ შემთხვევას ავაგოთ  $\overline{w}_{ij}(t)$  ოპტიმალური მართვა:

$$\overline{w}_{ij}(t) = \begin{cases} A_{ij}, \Phi_{ij}(t) > A_{ij}, \\ \Phi_{ij}, |\Phi_{ij}| \leq A_{ij} \\ -A_{ij}, \Phi_{ij}(t) < -A_{ij} \end{cases} \quad (1.6)$$

$p_i(t), i, j = \overline{1, n}$  შეუღლებების ფუნქციები აკმაყოფილებენ დიფერენციალური განტოლებათა შემდეგ სისტემას

$$p_i'(t) = \frac{\partial Q(x(t))}{\partial x_i} - \sum_{i=1}^n p_i(t) \left( \sum_{j=1}^n (w_{ij}^0 - w_{ij}(t)) \frac{\partial g_i(x(t))}{\partial x_i} + \frac{\partial h_i(x(t))}{\partial x_i} \right); \quad (1.7)$$

$$i = \overline{1, n},$$

ტოლობის მარჯვენა მხარე აკმაყოფილებენ შემდეგ სასაზღვრო პირობებს

$$p_i(T) = -\frac{\partial \Phi(x(T))}{\partial x_i}. \quad (1.8)$$

ხშირად ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლის პროცესში წარმოიქმნება შემდეგი ამოცანა: როგორ ავაგოთ ისეთი მართვა, რომლის შედეგადაც ნეირონული ქსელის გამოსასვლელი ვექტორი  $x(T)$  მიიღებს  $\theta$  წინასწარ მოცემულ მნიშვნელობას,

ანუ  $x(T) = \theta$ . ამოცანის ასეთ პირობას ჩვენ მივყავართ (1.1), (1.3), (1.6) – (1.8) მაქსიმიზაციის სასაზღვრო ამოცანის გადაწყვეტის აუცილებლობასთან. ამ მიზნით აუცილებელია ტერმინალური შესაკრები განვსაზღვროთ შემდეგნაირად:

$$\Phi(x(T)) = -\alpha_1(\theta, x(T)) + \alpha_2(|x(T) - \theta|^2), \quad (1.9)$$

სახით. სადაც  $\alpha_1$  და  $\alpha_2$  შერჩევით გავზარდოთ  $x(T)$  და  $\theta$  ვექტორების მიმართულებათა თანხვედრა.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც აუცილებელია ასოციაციურ მეხსიერებაში შევინახოთ ერთი  $n$  – განზომილებიანი  $\theta$  ვექტორი. ეს ვექტორი გამოიძახება მეხსიერებიდან როდესაც ნეირონული ქსელის მიმდინარე მდგომარეობა ახლოა  $\theta$ -სთან.

განსახილველი შემთხვევისათვის დავუშვათ, რომ  $h_i(x) = -\beta_i x_i$ , სადაც  $\beta_i > 0, i = \overline{1, n}$  – მოცემული რიცხვებია,  $g_j(x(t)), x_j(t), Q = 0, W_0 = 0, R = I, \Phi(x) = -(\theta, x)$ , აქ  $0, I$  შესაბამისად არის  $n \times n$  განზომილებიანი ნულოვანი და ერთეულოვანი მატრიცები. მაშინ საწყისი (1.1)-(1.4) ამოცანა შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$J(w(\cdot)) = -(\theta, x(T)) + \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i,j=1}^n w_{ij}^2(t) dt; \quad (1.10)$$

$$x'_i(t) = -\beta_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n w_{ij}(t) x_j(t), \quad i = \overline{1, n}; \quad (1.11)$$

$$|w_{ij}(t)| \leq A_{ij}, \quad i, j = \overline{1, n}, w_{ij} = 0 \quad (1.12)$$

$$x_i(0) = a_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

ამ ამოცანაში  $(\theta, x(T))$  გამოსახულება წარმოადგენს კორელაციას ნეირონული ქსელის საბოლოო მდგომარეობის  $x(T)$  ვექტორსა და  $\theta$  სასურველ ვექტორს შორის. ავლნიშნავთ, რომ კორელაციის უარყოფითი მნიშვნელობის მინიმიზაცია კორელაციის მაქსიმიზაციის ამოცანის ეკვივალენტურია.

ამ შემთხვევაში წონითი კოეფიციენტების ოპტიმალური მნიშვნელობები განისაზღვრება იგივე (1.6) ფორმულის მეშვეობით, მაგრამ აქ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ გადართვის  $\Phi_{ij}(t), i, j = \overline{1, n}$  ფუნქციას გააჩნია შემდეგი წარმოდგენა:

$$\Phi_{ij}(t) = p_i(t) x_j(t), \quad i \neq j \quad (1.13)$$

ხოლო  $p_i(T) = \theta, i = \overline{1, n}$  შეუღლების ფუნქციები აკმაყოფილებენ შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას:

$$p'_i(t) = -\sum_{i=0}^n p_i(t) w_{ij}(t) + \beta_i p_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.14)$$

შემდეგი სასაზღვრო პირობებით:

$$p_i(T) = \theta_i, p_i(t) = 0, t > T, i = \overline{1, n}. \quad (1.15)$$

ხელოვნური ნეირონული ქსელის უწყვეტი მოდელის ანალოგიურად შეიძლება აგებული იქნას ნეირონული ქსელის დისკრეტული მოდელი ანუ ისეთი მოდელი, რომელიც აღწერს ხელოვნური ნეირონული ქსელის მდგომარეობას დროის ფიქსირებულ მომენტებში.

## 1.2 ნეირონული ქსელის დისკრეტული მოდელი

განვიხილოთ ოპტიმალური მართვის დისკრეტული ამოცანა. აუცილებელია შემდეგი ფუნქციის მინიმიზაცია

$$I([u]) = \sum_{k=0}^{q-1} f_k^0(x^k, u^k) + \Phi(x^{ij}) \quad (1.16)$$

შემდეგი რეკურენტული თანაფარდობებით მოცემული შეზღუდვებით

$$x^{k+1} = f_k(x^k, u^k), k = \overline{0, q-1} \quad (1.17)$$

$$x^0 = b^0 \in R \quad (1.18)$$

შემოვიტანოთ შემდეგი აღნიშვნები:

$$z^k = (x^k, u^k);$$

$$[u] = [u^0, \dots, u^{q-1}], [\tilde{u}] = [u^0, \dots, u^{i-1}, u^i + \Delta, u^{i+1}, \dots, u^{q-1}]; \quad (1.19)$$

$$[x] = [x^0, \dots, x^{q-1}], [\tilde{x}] = [x^0, \dots, x^{i-1}, x^i + \Delta, x^{i+1}, \dots, x^{q-1}].$$

განვსაზღვროთ შეუღლების ვექტორი

$$p^i = \frac{dI([x],[u])}{dx^i} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{I([\tilde{x}],[\tilde{u}]) - I([x],[u])}{\Delta}. \quad (1.20)$$

თუ  $i = q$ , მაშინ (1.20) დან გამომდინარეობს, რომ

$$p^q = \frac{dI([x],[u])}{dx^q} = \frac{\partial \Phi(x^q)}{\partial x^q} \quad (1.21)$$

თუ  $i = q - 1$ , მაშინ

$$p^{q-1} = \frac{\partial I}{\partial x^{q-1}} + \left( \frac{\partial x^q}{\partial x^{q-1}} \right)^q \frac{dI}{dx^{q-1}} = \frac{\partial}{\partial x^{q-1}} [f_{q-1}^0(z^{q-1}) + (p^q, f_{q-1}(z^{q-1}))]. \quad (1.22)$$

ზოგად შემთხვევაში (1.21) და (1.22) ანალოგიურად მივიღებთ

$$p^i = \frac{\partial I}{\partial x^i} + \left( \frac{\partial x^{i+1}}{\partial x^i} \right)^T \frac{dI}{dx^i} = \frac{\partial f_i^0(z^i)}{\partial x^i} + \left[ \frac{\partial f_i(z^i)}{\partial x^i} \right]^i p^{i+1}, \quad (1.23)$$

$$i = \overline{1, q-1}, p^0 = 0, j > q.$$

შემოვიტანოთ ფუნქცია  $H_k(z^k, p^{k+1}) = \lambda_0 f_k^0(z^k) + (p^{k+1}, f_k(z^k))$ , მაშინ (1.23)

შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$p^i = \frac{\partial H_i(z^i, p^{i+1})}{\partial x^i}, i = \overline{q-1, 1}; \quad (1.24)$$



$p^q = \frac{\partial \Phi(x^q)}{\partial x^q}$ .  $[x] = [x^1, \dots, x^q]$  ვექტორების სიმრავლე დამოკიდებულია მოცემული მდგომარეობის საწყისს  $x^0$  ვექტორზე და  $[u] = [u^1, \dots, u^q]$  დასაშვები ვექტორების სიმრავლეზე, ამიტომ შეიძლება დავწეროთ:  $[x] = [x(u)]$  და მოვახდინოთ  $I = I([x(u)], [u])$  ფუნქციის მინიმიზაცია. განვსაზღვროთ  $\frac{dI}{du^i}$

$$\begin{aligned} \frac{dI([x(u)], [u])}{du^i} &= \frac{\partial I([x(u)], [u])}{\partial u^i} + \frac{\partial x^{i+1}[u]}{\partial u^i} \cdot \frac{dI([x(u)], [u])}{dx^{i+1}} = \\ &= \frac{\partial f_i^0(z^i)}{\partial u^i} + \left[ \frac{\partial f_i(z^i)}{\partial u^i} \right]^T p^{i+1} = \frac{\partial}{\partial u^i} H_i(z^i, p^{i+1}). \end{aligned} \quad (1.25)$$

(1.16)-(1.19) ფორმულებით აღწერილი ოპტიმალური მართვის ამოცანისათვის ლაგრანჟის ფუნქცია შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$L([x], [u], [p], \lambda_0) = \sum_{i=0}^{q-1} [\lambda_0 f_i^0(z^i) + (p^{i+1}, f_i(z^i) - x^{i+1})] + \lambda_0 \Phi(x^q).$$

ოპტიმალობის აუცილებელი პირობების მისაღებად აუცილებელია ლაგრანჟის ფუნქციის  $x^i, i = \overline{1, q}, u^i, i = \overline{1, q-1}$  ცვლადების მიმართ წარმოებულების გამოთვლა

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x^i} &= \frac{\partial H_i(z^i, p^{i+1})}{\partial x^i} - p^i = 0, i = \overline{1, q-1}, \\ \frac{\partial L}{\partial x^q} &= \lambda_0 \frac{\partial \Phi(x^q)}{\partial x^q} - p^q = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial u^i} &= \frac{\partial H_i(z^i, p^{i+1})}{\partial u^i} = 0, i = \overline{1, q-1}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

(1.25) და (1.26) ფორმულების შედარების შედეგად მივიღებთ:

$$\frac{\partial L}{\partial u^i} = \frac{\partial I([x(u)], [u])}{\partial u^i}, i = \overline{1, q-1}. \quad (1.27)$$

(1.20) გამოსახულების თანახმად  $p^i, i = \overline{1, q}$ , ლაგრანჟის მამრავლებს გააჩნიათ მინიმიზირებული ფუნქციის  $x^i, i = \overline{1, q}$ , ცვლადების მიმართ წარმოებულის მნიშვნელობა.

(1.27) ფორმულა შეიძლება გამოყენებული იქნას მიახლოებული ამონახსნის მისაღებად, მაგალითად გრადიენტული მეთოდებით.

თუ (1.16)-1.19) ამოცანა შეიცავს მართვის  $u^i \in U_i, i = \overline{0, q-1}$  ვექტორის შეზღუდვებს, მაგალითად:

$$U_i = \{v \in R^r: g_l^i(v) \leq 0, l = \overline{1, k}, h_l^i(v) = 0, l = \overline{k+1, s}\} \quad (1.28)$$

შესაძლებელია ლაგრანჟის მეთოდის გამოყენება ლაგრანჟის ახალი ფუნქციით. ამ შემთხვევაში (1.16)-(1.19) ამოცანისათვის ლაგრანჟის ახალი ფუნქცია  $\tilde{L}$  განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\tilde{L} = L + \sum_{i=0}^{q-1} \left[ \sum_{l=0}^k \mu_l^i g_l^i(v) + \sum_{l=k+1}^s v_l^i h_l^i(v) \right].$$

(1.16)-(1.19) ამოცანის გადაწყვეტისათვის აგრეთვე შეიძლება გამოყენებული იქნას საჯარიმო ფუნქციების მეთოდი.

დისკრეტული ამოცანა უწყვეტი ამოცანისაგან შეიძლება მიღებული იქნას აგრეთვე, თუ წარმოებულს შევცვლით ეილერის სქემის მიხედვით, ხოლო ინტეგრალს კი, მაგალითად მარჯვენა მართკუთხედების წესით.

განვიხილოთ დისკრეტული ხელოვნური ნეირონული ქსელების ისეთი მოდელები რომლეთათვისაც განსაზღვრულია სამინიმიზაციო ფუნქციის სრული წარმოებული და შეუღლების ვექტორები.

**მოდელი №1:** განვიხილოთ მოდელი, რომელშიც გადასვლა  $k$  მდგომარეობიდან  $(k + 1)$  მდგომარეობაში ხდება შემდეგი წესის დაცვით:

$$x^{k+1} = h(x^k) + (W_0 + W_k)g(x^k) \quad (1.29)$$

რაც კომპონენტებისათვის  $x^0 = a^0$  საწყისი პირობების გათვალისწინებით ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$x_i^{k+1} = h_i(x^k) + \sum_{j=1}^n (W_{ij}^0 + W_{ij}^k)g_j(x^k), i = \overline{1, n} \quad (1.30)$$

აქ  $a^0 \in R^n$  - მოცემული ვექტორია,  $h, g$  - მოცემული  $n$  განზომილებიანი უწყვეტად დიფერენცირებადი ფუნქციებია,  $W_0$  - მოცემული მუდმივი მატრიცაა,  $W^k = \{w_{ij}^k\}, i, j = \overline{1, n}$  -  $n \times n$  განზომილების წონითი კოეფიციენტების მატრიცაა, რომელიც თავის მნიშვნელობებს მოცემული სიმრავლიდან იღებს, მაგალითად:

$$|w_{ij}^k| \leq A_{ij}^k, k = 0, \dots, q - 1; i, j = \overline{1, n} \quad (1.31)$$

$w_{ij}^k$  - წონითი კოეფიციენტები შეირჩევა

$$I = \Phi(x^q) + \sum_{k=0}^{q-1} E_k(x^k) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{q-1} \sum_{i,j=1}^n r_{ij}^k (w_{ij}^k)^2 \quad (1.32)$$

ფუნქციის მინიმუმის პირობიდან. (1.32) გამოსახულებაში  $r_{ij}^k > 0$  კოეფიციენტები, ყოველი  $k = \overline{0, q - 1}$  სათვის, წარმოქმნიან დადებითად განსაზღვრულ მატრიცას, რომელიც  $R_0$  ავლნიშნოთ,  $w_{ij}^0, \dots, w_{ij}^q$  -  $n \times n$  განზომილების მატრიცათა ერთობლიობაა, ხოლო  $E_k(x^k)$  - მოცემული სკალარული ფუნქციებია.

(1.29)-(1.32) მოდელიში  $\bar{w}_{ij}^k$  მატრიცის ოპტიმალური ელემენტები განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით

$$\bar{w}_{ij}^k = p_i^{k+1} [r_{ij}^k]^{-1} g_j(x^k)$$

იმ პირობით თუ  $p^k$  ვექტორები გამოისახებიან შემდეგი რეკურენტული თანაფარდობით:

$$p_i^k = \lambda_0 \frac{\partial E_k(\bar{x}^k)}{\partial x_i^k} + p_i^{k+1} \left[ \frac{\partial h_i(x^k)}{\partial x_i^k} + \sum_{j=1}^n w_{ij}^{k+1} \frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i^k} \right] \quad (1.33)$$

დააკმაყოფილებენ შემდეგ სასაზღვრო პირობებს:

$$p_i^q = -\lambda_0 \frac{\partial \Phi(\bar{x}^k)}{\partial x_i^q}, i = \overline{1, n}; p_i^k = 0, s > q; i = \overline{1, n} \quad (1.34)$$

**მოდელი №2:** განვიხილოთ დისკრეტული ნეირონული ქსელის მოდელი, რომელშიც  $l$  მდგომარეობიდან  $(l+1)$  მდგომარეობაში გადასვლა ხდება შემდეგი წესის მიხედვით:

$$x_i^{l+1} = f_l \left( \sum_{j=1}^n w_{ij}^l x_j^l \right), i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q-1}$$

და აკმაყოფილებენ შემდეგ შეზღუდვებს  $|x_i^l| \leq B_i, i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q}$ .

$w_{ij}^l$  - წონითი კოეფიციენტები შეირჩევა შემდეგი ფუნქციის მინიმუმის პირობიდან გამომდინარე:

$$I[w] = \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} (w_{ij}^l)^{2p} + \sum_{i=1}^n M_i (x_i^q - A_i)^{2m}$$

დავწეროთ ლაგრანჟის ფუნქცია მოცემული ამოცანისათვის:

$$L = \lambda_0 \left( \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} (w_{ij}^l)^{2p} + \sum_{l=1}^n M_l (x_i^p - A_l)^m + P_1(x_i^l) + P_2(x_i^l) \right) + \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} (x_i^{l+1} - f_l(\sum_{j=1}^n w_{ij}^l x_j^l))$$

სადაც

$$P_1(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n C_i^l [\max(-x_i^l, -B_i, 0)]^2, P_2(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n D_i^l [\max(x_i^l, -B_i, 0)]^2 -$$

ფაზური შეზღუდვებია ყველგან  $i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q}$

გამოვთვალოთ ლაგრანჟის ფუნქციის წარმოებული

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_r^k} &= p_r^k - \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} \frac{\partial f_l(z_i^l)}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k - B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) = \\ &= p_r^k - \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{\partial f_k(z_i^k)}{\partial z_i^k} \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)), \end{aligned}$$

სადაც,  $k = 0, \dots, q - 1, r = \overline{1, n}$

$$\text{აქ } z_i^k = \sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k; \quad \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} = w_{ir}^k; \quad \frac{\partial z_s^k}{\partial x_{st}^k} = x_t^k$$

$z_i^k$  - განმარტების გათვალისწინებით, ლაგრანჟის ფუნქციების წარმოებულები-სათვის მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \sum_{l=1}^n p_l^{k+1} \frac{\partial f_k(z_l^k)}{\partial z_l^k} w_{lr}^k + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)),$$

$$k = 0, \dots, q - 1, r = \overline{1, n}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - p_s^{k+1} \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} \frac{\partial z_s^k}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} x_t^k,$$

$$k = 0, \dots, q - 1, \quad s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

მოცემული მოდელისათვის განვიხილოთ სხვადასხვა აქტივაციის ფუნქციები:

1)  $f_l(x) = \alpha_l x + \beta_l$ , მაშინ წარმოებულების აღმწერი გამოსახულებები მიიღებს

შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} w_{ir}^k + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0))$$

$$k = 0, \dots, q - 1, \quad r = \overline{1, n}$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \alpha_k x_t^k, \quad k = 0, \dots, q - 1, \quad s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

2)  $f_l(x) = \alpha_l \arctg(x) + \beta_l$ , მაშინ წარმოებულების აღმწერი გამოსახულებები

შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (z_i^k)^2} w_{ir}^k + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) =$$

$$= p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (\sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k)^2} w_{ir}^k + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)),$$

$$k = 0, \dots, q - 1, \quad r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\alpha_k}{1 + (z_i^k)^2} x_i^k = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\alpha_k}{1 + (\sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k)^2} x_i^k,$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n}$$

ვნახოთ რა ცვლილებებს განიცდის მოდელი №2 გადასვლის გამოსახულების ცვლილების შემთხვევაში.

ვთქვათ  $l$  – ურიდან  $(l+1)$  მდგომარეობაში გადასვლა ხდება შემდეგი წესით:

$$x_i^{l+1} = f_l \left( \sum_{j=1}^n w_{ij}^l (x_j^l - x_i^l) \right), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad l = \overline{0, q-1}$$

მაშინ ლაგრანჟის ფუნქცია შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$L = \lambda_0 \left( \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} (w_{ij}^l)^{2p} + \sum_{i=1}^n M_i (x_i^p - A_i)^{2m} + P_1(x_i^l) + P_2(x_i^l) + \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} (x_i^{l+1} - f_l \left( \sum_{j=1}^n w_{ij}^l (x_j^l - x_i^l) \right)) \right)$$

სადაც,

$$P_1(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n C_i^l [\max(-x_i^l, -B_i, 0)]^2, \quad P_2(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n D_i^l [\max(x_i^l, -B_i, 0)]^2$$

$i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q}$  - ფაზური შეზღუდვებია.

გამოვთვალოთ ლაგრანჟის ფუნქციის წარმოებულები:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_r^k} &= p_r^k - \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} \frac{\partial f_l(z_i^l)}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) = \\ &= p_r^k - \sum_{l=1}^n p_l^{k+1} \frac{\partial f_k(z_i^k)}{\partial z_i^k} \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) \end{aligned}$$

სადაც,  $k = 0, \dots, q-1, r = \overline{1, n}$

$$\text{აქ } z_i^k = \sum_{j=1}^n w_{ij}^k (x_j^k - x_i^k); \quad \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} = w_{ir}^k - \sum_{j=1}^n w_{rj}^k, \quad \frac{\partial z_s^k}{\partial w_{st}^k} = x_l^k - x_s^k.$$

$z_i^k$ -ს განმარტების გათვალისწინებით, ლაგრანჟის ფუნქციების წარმოებულები-სათვის შემდეგ გამოსახულებებს მივიღებთ:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \sum_{o=0}^{\delta} p_o^{k+1} \frac{\partial f_l(z_i^k)}{\partial z_i^k} \left( w_{ir}^k - \sum_{j=1}^n w_{rj}^k \right) + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)),$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - p_s^{k+1} \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} \frac{\partial z_s^k}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} (x_l^k - x_s^k),$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

სახეშეცვლილი მოდელისათვის განვიხილოთ აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციები.

1)  $f_l(x) = \alpha_l x + \beta_l$  მაშინ წარმოებულების აღმწერი გამოსახულებები მიიღებს

შემდეგ სახეს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \left( w_{ir}^k - \sum_{j=1}^n w_{rj}^k \right) + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0))$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \alpha_k (x_t^k - x_s^k), \quad k = 0, \dots, q-1, s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

2)  $f_l(x) = \alpha_l \arctg(x) + \beta_l$ , მაშინ წარმოებულების აღმწერი გამოსახულებები

შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (z_i^k)^2} \left( w_{ir}^k - \sum_{j=1}^n w_{rj}^k \right)$$

$$+ 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0))$$

$$= p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (\sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k)^2} \left( w_{ir}^k - \sum_{j=1}^n w_{rj}^k \right)$$

$$+ 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)),$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\alpha_k}{1 + (z_i^k)^2} (x_t^k - x_s^k) = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\alpha_k}{1 + (\sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k)^2} (x_t^k - x_s^k)$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad s, t = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

ვთქვათ  $l$  მდგომარეობიდან  $(l+1)$  მდგომარეობაში გადასვლა ხდება შემდეგი წესის მიხედვით:

$$x_i^{l+1} = f_l \left( \prod_j w_{ij}^k x_j^k \right), i, j = \overline{1, n}, l = \overline{0, q-1},$$

მაშინ ახალი მოდელისათვის ლაგრანჟის ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე:

$$L = \lambda_0 \left( \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij} (w_{ij}^l)^{2p} + \sum_{i=1}^n M_i (x_i^p - A_i)^{2m} + P_1(x_i^l) + P_2(x_i^l) \right) \\ + \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} (x_i^{l+1} - f_l(\prod_j w_{ij}^k x_j^k))$$

სადაც,

$$P_1(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n C_i^l [\max(-x_i^l, -B_i, 0)]^2, P_2(x_i^l) = \sum_{l=0}^q \sum_{i=1}^n D_i^l [\max(x_i^l, -B_i, 0)]^2$$

$i = \overline{1, n}, l = \overline{0, q}$  - ფაზური შეზღუდვებია.

გამოვთვალოთ ლაგრანჟის ფუნქციის წარმომბულები:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \sum_{l=0}^{q-1} \sum_{i=1}^n p_i^{l+1} \frac{\partial f_l(z_i^l)}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) = \\ = p_r^k - \sum_{l=1}^n p_l^{k+1} \frac{\partial f_k(z_i^k)}{\partial z_i^k} \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0))$$

სადაც,  $k = 0, \dots, q-1, r = \overline{1, n}$

აქ

$$z_i^k = \prod_j w_{ij}^k x_j^k; \frac{\partial z_i^k}{\partial x_r^k} = w_{ir}^k \prod_{j, j \neq r} w_{ij}^k x_j^k, \frac{\partial z_s^k}{\partial x_{st}^k} = x_t^k \prod_{j, j \neq t} w_{ij}^k x_j^k.$$

$z_i^k$ -ს განმარტების გათვალისწინებით, ლაგრანჟის ფუნქციების წარმომბულები-სათვის შემდეგ მივიღებთ გამოსახულებებს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \sum_{l=1}^n p_l^{k+1} \frac{\partial f_k(z_i^k)}{\partial z_i^k} \left( w_{ir}^k \prod_{j, j \neq r} w_{ij}^k x_j^k \right), k = 0, \dots, q-1, r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - p_s^{k+1} \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} \frac{\partial z_s^k}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \frac{\partial f_k(z_s^k)}{\partial z_s^k} \left( x_t^k \prod_{j, j \neq t} w_{ij}^k x_j^k \right),$$

$$k = 0, \dots, q-1, s, t = \overline{1, n}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

სახეშეცვლილი მოდელისათვის განვიხილოთ აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციები:

1)  $f_l(x) = \alpha_l x + \beta_l$ , მაშინ წარმომბულებების აღმწერი გამოსახულებები შემდეგ

სახეს მიიღებს:

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^k} = p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \left( w_{ir}^k \prod_{j, j \neq r} w_{ij}^k x_j^k \right) + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0))$$

$$k = 0, \dots, q-1, \quad r = \overline{1, n};$$

$$\frac{\partial L}{\partial w_{st}^k} = 2p\lambda_0 r_{st} (w_{st}^k)^{2p-1} - \alpha_k \left( x_t^k \prod_{j,j \neq t} w_{ij}^k x_j^k \right), k = 0, \dots, q-1, s, t = \overline{1, n}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

2)  $f_l(x) = \alpha_l \arctg(x) + \beta_l$ , მაშინ წარმოებულების აღმწერი გამოსახულებები შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_r^k} &= p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (z_i^k)^2} \left( w_{ir}^k \prod_{j,j \neq r} w_{ij}^k x_j^k \right) \\ &\quad + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)) \\ &= p_r^k - \alpha_k \sum_{i=1}^n p_i^{k+1} \frac{1}{1 + (\sum_{j=1}^n w_{ij}^k x_j^k)^2} \left( w_{ir}^k \prod_{j,j \neq r} w_{ij}^k x_j^k \right) \\ &\quad + 2\lambda_0 (D_r^k \max(x_r^k, -B_r, 0) - C_r^k \max(-x_r^k, -B_r, 0)), \\ &\quad k = 0, \dots, q-1, s, t = \overline{1, n} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_r^q} = 2\lambda_0 m M_r (x_r^q - A_r)^{2m-1} + 2\lambda_0 (D_r^q \max(x_r^q, -B_r, 0) - C_r^q \max(-x_r^q, -B_r, 0)), r = \overline{1, n};$$

### 1.3 ნეირონული ქსელების დასწავლის მეთოდები

ნეირონული ქსელების თვითადაპტაცია და თვითორგანიზაცია მიიღწევა მათი სწავლების პროცესში, რომლის დროსაც ხდება ნეირონებს შორის სინაპტიკური კავშირების მნიშვნელობების დადგენა. დასწავლის წესები განსაზღვრავენ თუ, როგორ იცვლება სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტები შემომავალი სიგნალის საპასუხოდ.

#### 1.3.1 გრადიენტული დაშვების ალგორითმი მიახლოებული ოპტიმალური ამონახსნის აგების მიზნით

1) ავიღოთ მატრიცების ნებისმიერი კომპლექტი

$$(W^k)^{(0)} = \{w_{ij}^k\}^{(0)}$$

რომელთა დიაგონალებზეც არის მოთავსებული ნულოვანი ელემენტები და  $|w_{ij}^k| \leq A_{ij}^k, i, j = \overline{1, n}, k = \overline{0, q-1}$ .

2) (1.30) რეკურენტული თანაფარდობის გამოყენებით და  $x^0 = a^0$ , სადაც  $a^0 \in R^n - R^n$ -ში მოცემული ვექტორია, და  $(W^k)^{(0)}$  მატრიცების კომპლექტის გამოყენებით



გამოვთვალოთ  $x_i^k$ ,  $i = \overline{1, n}, k = \overline{1, q}$ . რის შედეგადაც მივიღებთ  $x^1, \dots, x^q$ , რომელიც შეესაბამება არჩეულ  $(W^k)^{(0)}$ , რომელსაც ავლნიშნავთ  $(x^k)^{(0)}$ .

3)  $(W^k)^{(0)}$  და  $(x^k)^{(0)}$ -ის გამოყენებით მოვძებნოთ (1.32) ფუნქციის მნიშვნელობა და მიღებული სიდიდე ავლნიშნოთ  $I^{(0)}$ . აქ ფრჩხილებში მოთავსებული ზედა ინდექსი შეესაბამება ინტერაციის ნომერს.

4) (1.34) და (1.33) ფორმულებით გამოვთვალოთ შეუღლების ვექტორები, რომელთა გამოთვლა აუცილებელია დავიწყოთ  $q$  ინდექსით და დავასრულოთ 1 ინდექსით.

$$5) (w_{ij}^k)^{(l+1)} = (w_{ij}^k)^{(l)} - \alpha^{(l)} \left( \frac{\partial L}{\partial w_{ij}^k} \right)^{(l)}$$

გამოსახულების გამოყენებით განვსაზღვროთ  $w_{ij}^k, i, j = \overline{1, n}, k = \overline{0, q-1}$  კოეფიციენტები, რომლებიც შეესაბამება პირველ ინტერაციას  $(W^k)^{(1)} = \{w_{ij}^k\}^{(1)}$ .

სადაც  $\alpha^{(l)} > 0$  არის გრადიენტული დაშვების ბიჯი,

თუ  $(w_{ij}^k)^{(l+1)} < -A_{ij}^k$  მაშინ მივიღოთ:  $(w_{ij}^k)^{(l+1)} = -A_{ij}^k$  ხოლო თუ  $(w_{ij}^k)^{(l+1)} > A_{ij}^k$ , მაშინ  $(w_{ij}^k)^{(l+1)} = A_{ij}^k$ .

მიღებული წონითი კოეფიციენტების მნიშვნელობებით გადავიდეთ ინტერაციის მეორე ნაბიჯზე და  $(W^k)^{(0)}$  წონითი კოეფიციენტების მატრიცის მაგივრად გამოვიყენოთ ახალი გაუმჯობესებული  $(W^k)^{(1)}$  მატრიცა.

6) ანალოგიურად (1.30)-ის თანახმად ავაგოთ  $(x^k)^{(1)}$ .  $(x^k)^{(1)}$  და  $(W^k)^{(1)}$ -ის გამოყენებით ვიპოვოთ (1.32) ფუნქციის მნიშვნელობა და ავლნიშნოთ ის  $I^{(0)}$ . დავთვალოთ  $\Delta I^{(1)} = I^{(0)} - I^{(1)}$ .

7) თუ  $\Delta I^{(1)} > 0$ , მაშინ მეორე ნაბიჯზე  $(W^k)^{(0)}$ -ს ვცვლით  $(W^k)^{(1)}$ -ით; თუ  $\Delta I^{(1)} \leq 0$ , გრადიენტის პროექციის მეთოდის გამოყენების დროს გრადიენტული დაშვების ბიჯს ვამცირებთ ორჯერ ან გადავდივართ ახალ ალგორითმზე. გამოთვლები გრძელდება მანამ სანამ  $\Delta I^{(1)} < \varepsilon$ , სადაც  $\varepsilon > 0$ - მოცემული სიზუსტეა.

### 1.3.2 ვიდროუ-ხოფვის დასწავლის წესი

ვიდროუ-ხოფვის დასწავლის წესი გამოიყენება ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლისათვის, რომელიც შედგება გამანაწილებელი ნეირონებისაგან და ერთი გამოსავალი ნეირონისაგან, რომელსაც გააჩნია აქტივაციის წრფივი ფუნქცია.

ასეთ ქსელს ჰქვია ადაპტიური ნეირონული ელემენტი, ანუ “ADALINE”. ის შემუშავებული იქნა 1960 წელს ვიდროუ (Widrow) და ხოფფის (Hoff) მიერ [73]. ასეთი ქსელის გამოსავალი მნიშვნელობა განისაზღვრება, როგორც

$$y_1 = \sum_{j=1}^n w_{j1} x_j - T. \quad (1.35)$$

ვიდროუ-ხოფფის დასწავლის წესი გულისხმობს ხელოვნური ნეირონული ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაციას, როლელიც  $L$  რაოდენობის შემომავალი სახისათვის (სიგნალისათვის) შემდეგ ნაირად არის განსაზღვრული:

$$E = \sum_{k=1}^n E(k) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (y_1^k - t^k)^2, \quad (1.36)$$

სადაც  $E(k)$ -ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილებაა  $k$ -ური სახისათვის;  $y_1^k$  და  $t^k$  შესაბამისად, არის ნეირონული ქსელის გამოსავალი და ეტალონური მნიშვნელობა  $k$ -ური სახისათვის.

(1.36) კრიტერიუმი ხასიათდება იმით, რომ მცირე ცდომილების დროს ზიანიც ასევე მცირე სიდიდეა.

ვიდროუ-ხოფფის დასწავლის წესი დაფუძნებულია ხელოვნური ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტებისა და ბარიერების სივრცეში გრადიენტული დაშვების მეთოდზე. ამ წესის თანახმად ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტები და ბარიერები დროის განმავლობაში (1.37) და (1.38) გამოსახულების თანახმად უნდა იცვლებოდეს.

$$w_{j1}(t+1) = w_{j1}(t) - \alpha \frac{\partial E(k)}{\partial w_{j1}(t)}, \quad (1.37)$$

$$T(t+1) = T(t) - \alpha \frac{\partial E(k)}{\partial T(t)}, \quad (1.38)$$

სადაც  $j = \overline{1, n}$ ;  $\alpha$ - დასწავლის ბიჯი (დასწავლის სიჩქარეა).

აქედან შეგვიძლია მივიღოთ ნეირონული ქსელის დელტა წესის მიხედვით დასწავლის შემდეგი გამოსახულება:

$$w_{j1}(t+1) = w_{j1}(t) - \alpha (y_1^k - t^k) x_j^k, \quad (1.39)$$

$$T(t+1) = T(t) + \alpha (y_1^k - t^k), \quad (1.40)$$

სადაც  $j = \overline{1, n}$ .

თუ წრფივი ადაპტიური ელემენტის გამოსავალზე მოვათავსებთ ზღვრულ ელემენტს, მაშინ (1.39)-(1.40) გამოსახულებები პერსეპტრონის დასწავლის როზენ-

ბლატის წესისა ექვივალენტურია. მაშინ (1.39) გამოსახულებაში  $y_1^k$  იქნება შეწონილი ჯამის არაწრფივი გარდაქმნის შედეგი.

**შესასვლელი:**

$X - L$  განზომილების სასწავლო მონაცემთა ანაკრები;

$\alpha$  - დასწავლის სიჩქარე;

$E_m$  - ქსელის მინიმალური საშუალო კვადრატული ცდომილება;

**გამოსავალი:**

$W$  - წონითი კოეფიციენტები;

1. მოვახდინოთ  $w_{ij}$  წონითი კოეფიციენტებისა და  $T$  ბარიერის ინიციალიზაცია;

2. გაიმეორე

3. ყველა  $k = 1, \dots, L$

4. (1.35) ფორმულით გამოთვალე  $y_1^k$ ;

(1.39) და (1.40) ფორმულებით გამოთვალე ბარიერისა და წონების ცვლილება;

(1.36) ფორმულით გამოთვალე ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილება;

5. სანამ  $E > E_m$ ;

ალგორითმი 1.1 ნეირონული ქსელის დასწავლა ვიდროუ-ხოფფის ალგორითმით

ვიდროუ-ხოფფია ალგორითმში არსებობს  $\alpha$  დასწავლის სიჩქარის შერჩევის პრობლემა. თუ დასწავლის სიჩქარე  $\alpha$  არც მცირე, მაშინ დასწავლის პროცესი ძალიან ჭიანურდება. როდესაც დასწავლის სიჩქარე დიდია დასწავლის პროცესი შესაძლოა იყოს გაშლადი, ანუ შეიძლება ვერ მივიღოთ ამოცანის ამონახსნი. ამდაგვარად დასწავლის ალგორითმის კრებადობა ვერ გვაშორებს დასწავლის სიჩქარის შერჩევის პრობლემას. [6] ნაშრომში ნაგვარაუდებია რომ  $\alpha$ -ს მნიშვნელობა დასწავლის პროცესში

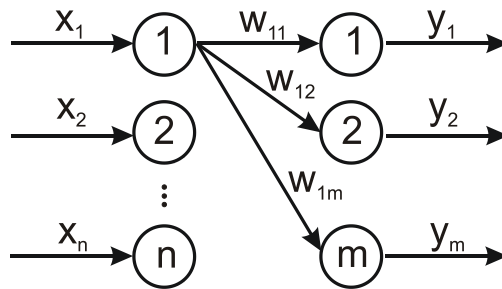
$$\alpha(k) = \frac{1}{k}$$

კანონით უნდა შეიცვალოს.

სადაც  $k$ -დასწავლის ალგორითმში იტერაციის ნომერია. თუმცა აქ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს სიჩქარე, რომლითაც  $\alpha$  მისწრაფვის ნულისაკენ. თუ სიჩქარე ძალიან დიდია, მაშინ დასწავლის პროცესი შეიძლება ოპტიმალური შედეგების მიღებამდე დასრულდეს.

ამდაგვარად, ალგორითმის სირთულე და ოპტიმალური შედეგების მიღწევა დამოკიდებულია დასწავლის სიჩქარის შერჩევაზე. გრადიენტული დაშვების მეთოდით დასწავლის პროცესის დაჩქარების მიზნით შესაძლებელია გამოყენებული იქნას დასწავლის ადაპტიური  $\alpha(t)$  სიჩქარე, რომელიც დასწავლის ალგორითმის ყოველ ეტაპზე მიზანმიმართულად ისე შეირჩევა, რომ მოხდეს ხელოვნური ნეირონული ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაცია.

განვიხილოთ წრფივი ნეირონული ქსელი, რომელიც შედგება გამანაწილებელი და გამოსავალი შრისაგან (ნახ. 1.1).



ნახ 1.1 წრფივი ნეირონული ქსელი

გამოსავალი შრის ნეირონებს გააჩნიათ აქტივაციის წრფივი ფუნქცია. გამანაწილებელი შრის ყოველ ნეირონს გააჩნია კავშირი დამამუშავებელი შრის ყოველ ნეირონთან. ქსელის  $j$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა განისაზღვრება როგორც:

$$y_j = \sum_i w_{ij} x_i - T_j \quad (1.41)$$

ქსელის საშუალო კვადრატული გადახრა მთელი სასწავლო ანაკრებისათვის იქნება:

$$E = \frac{1}{2} \sum_k \sum_j (y_j^k - t_j^k)^2 .$$

დასწავლის ადაპტიური ბიჯის (სიჩქარის) საპოვნელად გამოიყენება უსწრაფესი დაშვების მეთოდი. ის მდგომარეობს იმაში, რომ ნეირონული ქსელის დასწავლის ყოველ ნაბიჯზე ავირჩიოთ ისეთი  $\alpha(t)$ -დასწავლის ბიჯი (სიჩქარე), რომ მოვახდინოთ საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაცია:

$$\alpha(t) = \min E \left\{ \left( w_{ij}(t) - \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} \right); \left( T_j(t) - \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial T_j(t)} \right) \right\} .$$

(1.41)-ში ნეირონული ქსელის კოეფიციენტებისა და ზღვრული მნიშვნელობების გამოსათვლელი გამოსახულების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$y'_j = \sum_i \left( w_{ij} - \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} \right) x_i - T_j(t) + \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial T_j(t)}$$

უკანასკნელი გამოსახულება შემდეგი სახით წარმოვადგინოთ

$$y'_j = \sum_i w_{ij}(t) x_i - T_j(t) + \alpha(t) \sum_i \left( \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} x_i - \frac{\partial E}{\partial T_j(t)} \right). \quad (1.42)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:

$$a_j = \sum_i \left( \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} x_i - \frac{\partial E}{\partial T_j(t)} \right). \quad (1.43)$$

მაშინ (1.43) გამოსახულების გათვალისწინებით (1.42) გამოსახულება შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$y'_j = y_j - \alpha(t) a_j$$

დასწავლის სიჩქარის ადაპტური მნიშვნელობის მისაღებად აუცილებელია ისეთი  $\alpha(t)$  პოვნა, რომ საშუალო კვადრატული ცდომილება იყოს მინიმალური:

$$E_1 = \frac{1}{2} \sum_j (y'_j - t_j)^2 = \frac{1}{2} \sum_j (y_j - \alpha a_j - t_j)^2 \rightarrow \min.$$

მაშინ

$$\frac{\partial E_1}{\partial \alpha} = \sum_j \alpha a_j^2 - a_j (y_j - t_j) = 0.$$

აქედან,

$$\alpha = \frac{\sum_j a_j (y_j - t_j)}{\sum_j a_j^2}. \quad (1.44)$$

რადგან  $\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} > 0$ , მაშინ მოცემული  $\alpha$  სათვის უზრუნველყოფილი იქნება საშუალო კვადრატული გადახრის მინიმუმი.

ვნახოთ გამოსახულება  $a_j$ -ისათვის. რადგან

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)} = (y_j - t_j) x_i,$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_j} = -(y_j - t_j),$$

მაშინ

$$a_j = (y_j - t_j) (1 + \sum_i x_i^2). \quad (1.45)$$

(1.45)-ის (1.44)-ში ჩასმით მივიღებთ დასწავლის ადაპტიური ბიჯის (სიჩქარის) გამოსათვლელ გამოსახულებას:

$$\alpha(t) = \frac{1}{1 + \sum_i x_i^2(t)} \quad (1.46)$$

მოყვანილი მსჯელობის შედეგად შეიძლება დამტკიცებულად ჩავთვალოთ შემდეგი გამონათქვამები:

**გამონათქვამი 1.1** წრფივი ნეირონული ქსელისათვის დასწავლის ადაპტიური სიჩქარის მნიშვნელობა გამოითვლება (1.46) გამოსახულების მეშვეობით.

მოცემული გამონათქვამი მართებულია, მაშინ როდესაც ქსელის დასწავლა ხდება ქსელისათვის საწყისი მონაცემების თანმიმდევრულად, სერიებით მიწოდების შემთხვევაში. არსებობს აგრეთვე დასწავლის მეორე ვარიანტი, როდესაც საწყისი მონაცემები ქსელს მიეწოდება ჯგუფებად, პაკეტების სახით. დასწავლის ასეთ ვარიანტს ეწოდება პაკეტური.

**გამონათქვამი 1.2** წრფივი ნეირონული ქსელისათვის პაკეტური დასწავლის დროს დასწავლის სისწრაფის ადაპტიური მნიშვნელობა გამოითვლება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\alpha(t) = \frac{\sum_k \sum_j (y_j^k - t_j^k) a_j^k}{\sum_k \sum_j (a_j^k)^2}$$

$$a_j^k = \sum_p (y_p^k - t_p^k) (1 + \sum_i x_i^p x_i^k), \quad (1.47)$$

სადაც  $k = \overline{1, n}$ , L-მონაცემთა რაოდენობაა რომლებიც მიეწოდება ნეირონული ქსელის შესასვლელზე დასწავლის პაკეტური რეჟიმის დროს,  $x_i^k$ -k-ური მონაცემის i-ური კომპონენტი.

ეს გამონათქვამი წინა გამონათქვამის ანალოგიურად მტკიცდება. პაკეტური დასწავლის მეთოდის გამოყენების დროს ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების შეცვლა მოხდება ქსელისათვის L-მონაცემის გადაცემის შემდეგ შესაბამისად [8] თანახმად გვექნება:

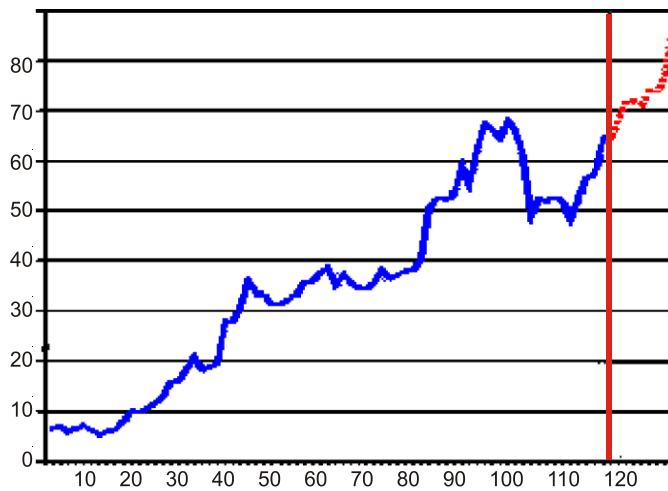
$$w_{ij}(L) = w_{ij}(0) - \alpha(t) \sum_{k=1}^L (y_j^k - t_j^k) x_i^k,$$

$$T_j(L) = T_j(0) + \alpha(t) \sum_{k=1}^L (y_j^k - t_j^k).$$

დასწავლის ადაპტიური ბიჯი საშუალებას იძლევა წრფივი ნეირონული ქსელის დასწავლის სიჩქარის გაზრდის ხარჯზე გაცილებით ჩქარა მივაღწიოთ ამოცანის ოპტიმალურ გადაწყვეტას.

#### 1.4 ფასიანი ქაღალდების კოტირებების პროგნოზირების ამოცანა

ნეირონული ქსელების დასწავლის შემდგომ, შედეგების განზოგადების თვისება, მათ ბაზაზე ქმნის სხვადასხვა სახის პროგნოზირების სისტემების შექმნის პოტენციურ წინაპირობებს. ამ განყოფილებაში განხილულია ფასიანი ქაღალდების კოტირებების დროითი მწკრივების პროგნოზირება ერთშრიანი ნეირონული ქსელების ბაზაზე.



ნახ 1.2 დროითი მწკრივის პროგნოზირება

მოცემული გვაქვს რაიმე ფასიანი ქაღალდის კოტირებების დროითი მწკრივი  $x(t)$  რომელიც, შედგება ფასიანი ქაღალდის ფასებისაგან სესიის დახურვის მომენტებისათვის  $t = \overline{1, m}$  მონაკვეთზე. მაშინ პროგნოზირების ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ ვიპოვოთ დროითი მწკრივის მნიშვნელობები უცნობ შუალედში, ანუ აუცილებელია განვსაზღვროთ  $x(m + 1), x(m + 2)$  და ასე შემდეგ (ნახ 1.2).

დროითი მწკრივის ცნობილი მონაცემთა ერთობლიობა წარმოადგენს დროითი მწკრივის  $m$  განზომილების დასწავლის ანაკრებს. დროითი მწკრივების პროგნოზირებისათვის გამოიყენება „მცოცავი ფანჯრის“ მეთოდი. ის ხასიალდება ფანჯრის  $p$  სიგანით, რომელიც შეესაბამება მწკრივის ელემენტების რაოდენობას, რომლების ერთდროულად გადაეცემა დროითი მწკრივის შესასვლელზე. ამგვარად ერთშრიანი ნეირონული ქსელი შედგება  $p$  გამანაწილებელი და ერთი გამოსავალი ნეირონისაგან.

ასეთი მოდელი შეესაბამება წრფივ ავტორეგრესიას და აღიწერება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\tilde{x}(n) = \sum_{k=1}^p w_k x(n - p + k - 1)$$

სადაც  $w_k, k = \overline{1, p}$  – ნეირონული ქსელის სინაპსების წონითი კოეფიციენტებია;  $\tilde{x}(n)$  არის  $x(n)$  დროითი მწკრივის მნიშვნელობის შეფასება დროის  $n$  მომენტისათვის.

პროგნოზირების ცდომილება განიზაზღვრება, როგორც

$$e(n) = x(n) - \tilde{x}(n).$$

წრფივი ავტორეგრესიის მოდელი ახდენს  $x(n)$  დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა ფორმირებას, როგორც მწკრივის წინა მნიშვნელობათა შეწონილი ჯამის. ნეირონული ქსელის დასწავლის ანაკრები შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც მატრიცა

$$X = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \dots & x(p) \\ x(2) & x(3) & \dots & x(p+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(m-p) & x(m-p+1) & \dots & x(m-1) \end{bmatrix}$$

რომელშიც სტრიქონები ახასიათებენ მატრიცის შესასვლელზე მოწოდებულ ვექტორებს. ეს  $x(t)$  მწკრივის გასწვრივ ფანჯრის ერთეულოვანი ბიჯით გადაადგილების ექვივალენტურია.

ამგვარად, პროგნოზირების მიზნით ნეირონული ქსელის დასწავლისათვის გამოიყენება დროითი მწკრივის ცნობილი ელემენტები. დასწავლის შემდეგ ნეირონულმა ქსელმა უნდა მოახდინოს დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზირება დროის მომდევნო მომენტებისათვის.

განვიხილოთ ერთშრიანი ნეირონული ქსელების გამოყენების სქემა IBM-ის აქციათა კოტირებების დროითი მწკრივის მაგალითზე მაგალითზე.

მოდელირების საწყისი მონაცემები წარმოადგენენ ტაბულირებულ ტექსტურ ფაილს (დანართი №1), რომელიც შეიცავს მონაცემებს აქციათა ღირებულების შესახებ აღებული პერიოდის ყოველი დღის ბოლოსათვის. ფაილი შეიცავს სულ 170 ჩანაწერს რაც შეესაბამება 18/05/2011-დან 21/06/2012-მდე დროით ინტერვალს. ნახ1.3-ზე საწყისი მონაცემები წარმოდგენილა გრაფიკული სახით.





ნახ 1.3 IBM-ის აქციათა კოტირებების გრაფიკი 18/05/2011-დან 21/06/2012-მდე პერიოდისათვის

საკვლევი დროითი მწკრივის ძირითადი სტატისტიკური მახასიათებლები წარმოდგენილია 1.1 ცხრილში

ცხრილი 1.1

საკვლევი დროითი მწკრივის ძირითადი სტატისტიკური მახასიათებლები

მინიმუმი	57.22	დისპერსია	20.54256184
მაქსიმუმი	77.40	საშუალოკვდრატული გადახრა	4.532390301
საშუალო	71.04	საშუალოდან გადახრების კვადრატების ჯამი	3471.69
ჯამი	12076.08	პირველი რიგის ავტოკორელაცია	0.967388482

ჩვენი მიზანია არსებული მონაცემების საფუძველზე გავაკეთოთ აქციათა კოტირებების დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზირება მოკლევადიან (1-3 დღე) და გრძელვადიან (3 დღეზე მეტი) დროითი მონაკვეთისათვის.

### 1.4.1 პროგნოზირების ხარისხის შეფასების კრიტერიუმი

ფასიანი ქაღალდების ბაზარზე პროგნოზირების ხარისხის კრიტერიუმი ყოველ ნაბიჯზე უნდა ითვალისწინებდეს პროგნოზირებული მნიშვნელობების გადახრას რეალური მონაცემებიდან, აგრეთვე არსებული ტრენდის მიმართულებასთან თანხვედნას.

პროგნოზის რეალური მნიშვნელობიდან გადახრის შეფასების კრიტერიუმად გამოიყენება ცდომილება, რომელიც შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$E = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{|x_t - \bar{x}_t|}{x_t} \cdot 100\% \quad (1.48)$$

სადაც  $m$  -სატესტო მონაცემთა ნაკრების განზომილებაა,  $\bar{x}_t$ -პროგნოზი დროის  $t$  მომენტისათვის.

მაღალი სიზუსტის პროგნოზისათვის -  $E < 10\%$ , კარგი სიზუსტისათვის -  $10\% < E < 20\%$ , ხოლო დამაკმაყოფილებლისათვის -  $E < 50\%$

ტრენდის მიმართულებასთან თანხვედნის ცდომილების დასადგენად ყოველ ნაბიჯზე გამოითვლება პროგნოზირების დროს „მოცნობილი“ ნიშნების რაოდენობა. კარგი პროგნოზისათვის მოცნობილი ნიშნების რაოდენობა უნდა იყოს 80% მეტი, კარგი - 50% ზე მეტი ხოლო თუ ასეთი ნიშნების რაოდენობა ნაკლებია ან ტოლი 50, მაშინ პროგნოზი არადამაკმაყოფილებლად ითვლება.

#### 1.4.2 ნეირონული ქსელის მოდელის პარამეტრების განსაზღვრა

გამანაწილებელი  $p$  შრის ნეირონების რაოდენობის განსაზღვრისათვის ჩავატაროთ რიცხვითი ექსპერიმენტი რომლის დროსაც ნეირონული ქსელის დასწავლა ხდებოდა გრადიენტული დაშვების ალგორითმით თანმიმდევრულ რეჟიმში დასწავლის მუდმივი  $\alpha = 0.1$  სიჩქარით და ნეირონული ელემენტების აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციით. ექსპერიმენტის შედეგები მოყვანილია ცხრილი 1.2-ში.

ცხრილი 1.2

გამანაწილებელი ნეირონების რიცხვის დადგენისათვის

$p$	3	4	5	6	7	8	9	10
იტერაციების რაოდენობა	3228	3456	2742	3416	3742	3408	3966	3738
ცდომილება	0,07575	0,076262	0,075511	0,075347	0,07308	0,073201	0,072832	0,072523

როგორც ვხედავთ საუკეთესო შედეგები (როგორც იტერაციების რაოდენობის მიხედვით ასევე ნეირონების რიცხვის მოხედვით) მიღწეული იქნა ნეირონული ქსელისათვის, რომელშიც გამანაწილებელი ნეირონების რაოდენობა  $p=5$ . ნეირონების ზრდასთან ერთად ცდომილების შემცირება განპირობებულია მცოცავი სარკმლის

მეთოდის გამოყენებით, რომელშიც დასწავლის მაგალითების რაოდენობა მცირდება სარკმლის განზომილების ზრდასთან ერთად.

დროითი მწკრივის წინასაპროგნოზო ანალიზისათვის და გამანაწილებელი ნეირონების შრეში არსებული ნეირონების რაოდენობის განსაზღვრისათვის ასევე შესაძლოა ფრაქტალური ანალიზის მეთოდების გამოყენება რომელთა ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებების დინამიკის ანალიზისათვის გამოყენების მეთოდიკა აღწერილია [12][55].

გამანაწილებელ შრეში ნეირონების რაოდენობის დადგენის შემდეგ, როცა  $p=5$ , ჩავატაროთ რიცხვითი ექსპერიმენტი გრადიენტული მეთოდის კრებადობის სიჩქარისა და კრებადობის ხარისხზე ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტების საწყისი მნიშვნელობათა დიაპაზონის ცვლილების გავლენის დასადგენად. რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგები მოყვანილია ცხრილი 1.3-ში

ცხრილი 1.3

რიცხვითი ექსპერიმენტის შედეგები

მონაკვეთი	იტერაციების რაოდენობა	ცდომილება
[0,10]	5745	0,076284
[0,1]	2649	0,075633
[-1,1]	3253	0,075951
[-5,5]	6245	0,07636

როგორც შედეგებიდან ნათელად ჩანს ნეირონული ქსელის კოეფიციენტებისა და აქტივაციის ზღვრული მნიშვნელობების საწყისი მნიშვნელობათა დიაპაზონი გავლენას არ ახდენს კრებადობის ხარისხზე, მაგრამ არსებით გავლენას ახდენს კრებადობის სიჩქარეზე, რაც უფრო ვიწროა და [0,1] მონაკვეთთან ახლოსაა განლაგებული დიაპაზონი, მით მეტია გრადიენტული დაშვების მეთოდის კრებადობის სიჩქარე.

#### 1.4.3 დორითი მწკრივის წინასწარი დამუშავება

პროგნოზის ხარისხის გაუმჯობესების მიზნით საწყისი დორითი მწკრივი უნდა დამუშავდეს. წინასწარი დამუშავების პირველ ეტაპზე გამოყენებულია

მცოცავი გასაშუალოების მეთოდი. ვთქვათ  $z_k, k = 1, 2, \dots, N$ , არის  $N$  სიგრძის დროითი მწკრივი, მაშინ

$$z'_k = \begin{cases} z_k, k = 1, 2, \dots, N \\ \frac{1}{p} \sum_{t=0}^{p-1} z_{k-t}, k = p, \dots, N \end{cases}$$

გამოსახულებით მიღებულ  $z'_k$  დროით მწკრივს ეწოდება  $z_k$  დროითი მწკრივის მიმართ დაგლუვებული მწკრივი;  $p$  - დაგლუვების სარკმლის სიგრძეა. საწყისი და დაგლუვებული მწკრივების დაახლოების მიზნით და საწყისი მწკრივის ტენდენციების შენარჩუნების მიზნით ჩვენს მიერ მიჩნეული იქნა  $p=3$  მნიშვნელობა.

ხარისხიანი პროგნოზისა და ნეირონული ქსელის დასწავლის დროის შემცირების მიზნით არ ღირს პროგნოზირების საწყისს მონაცემებად უშუალოდ ფასიანი ქაღალდის კოტირებების  $z_n$  ( $z_n$  - ფასიანი ქაღალდის კოტირების დაგლუვებული მნიშვნელობაა  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  დროის მომენტისათვის) აღება. პროგნოზირებისათვის მართლაც მნიშვნელოვანია კოტირების ცვლილება  $\Delta z_n = z_n - z_{n-1}$ . ამიტომ საწყისი მონაცემების სახით სასურველია ავიღოთ სტატისტიკურად ყველაზე დამოუკიდებელი სიდიდეები, მაგალითად კოტირების ცვლილება  $\Delta z_n$  ან ფარდობითი ნამატის ლოგარითმი:

$$h_n = \ln \left( \frac{z_n}{z_{n-1}} \right) \approx \frac{\Delta z_n}{z_{n-1}}, h_0 = 0, n \geq 0$$

რომელთა ყოფაქცევა უფრო ერთგვაროვანია, ეს განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია გრძელვადიანი დროითი მწკრივებისათვის სადაც შესასმჩნევია, როგორც ინფლაციის, ასევე ცხვა გრძელვადიანი ფუნდამენტური ფაქტორების გავლენა.  $h_0$  - სიდიდის ეკონომიკური თვალსაზრისით ინტერპრეტირდება როგორც „ამონაგები“, „ლოგარითმული მოგება“.

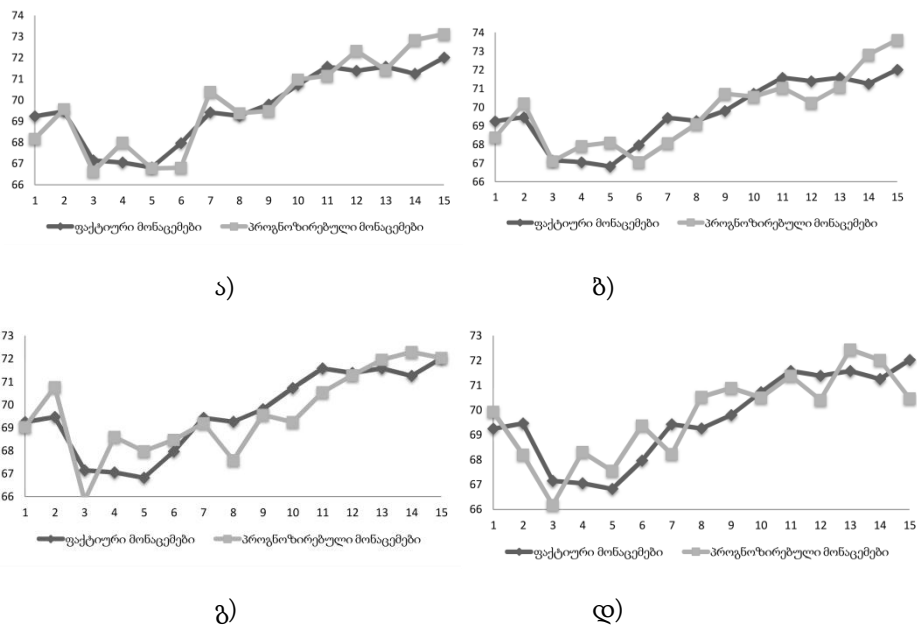
შემდგომში პროგნოზირების საწყისს მონაცემებად გამოიყენება დაგლუვებული კოტირებების ნამატის ლოგარითმი.

საწყისი დამუშავების ეტაპზე ჩამოყალიბებული საწყისი მონაცემების ანაკრები იყოფა ორ სიმრავლედ - სასწავლო და სატესტო. სასწავლო სიმრავლის მოცულობის ფარდობა სასწავლო სიმრავლესთან აღებულია როგორც 9:1. ნეირონული ქსელის დასწავლა ხდება სასწავლო სიმრავლიდან აღებულ მაგალითებზე, ხოლო მიღებული შედეგების შემოწმება კი ხდება სატესტო სიმრავლის გამოყენებით.

### 1.4.4 ერთდღიანი პროგნოზირება

განვიხილოთ ნეირონების აქტივაციის ფუნქციისა და დასწავლის სისწრაფის გავლენა ნეირონული ქსელის ერთდღიანი პროგნოზის ხარისხზე ამ მიზნით ავსაგოთ ნეიროქსელური მოდელები აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციების გამოყენებით და სხვადასხვა დასწავლის კოეფიციენტებით და მივიღოთ დროითი მწკრივის პროგნოზი ყოველი აგებული მოდელისათვის. ყოველი მოდელისათვის დავთვალოთ პროგნოზის ცდომილება მნიშვნელობისა და ტრენდის მიხედვით.

მოდელები აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციის საფუძველზე - 1.4 სურათზე და 1.4 ცხრილში მოყვანილია აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციითა და ერთმრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით დროითი მწკრივის დინამიკის პროგნოზირების შედეგები



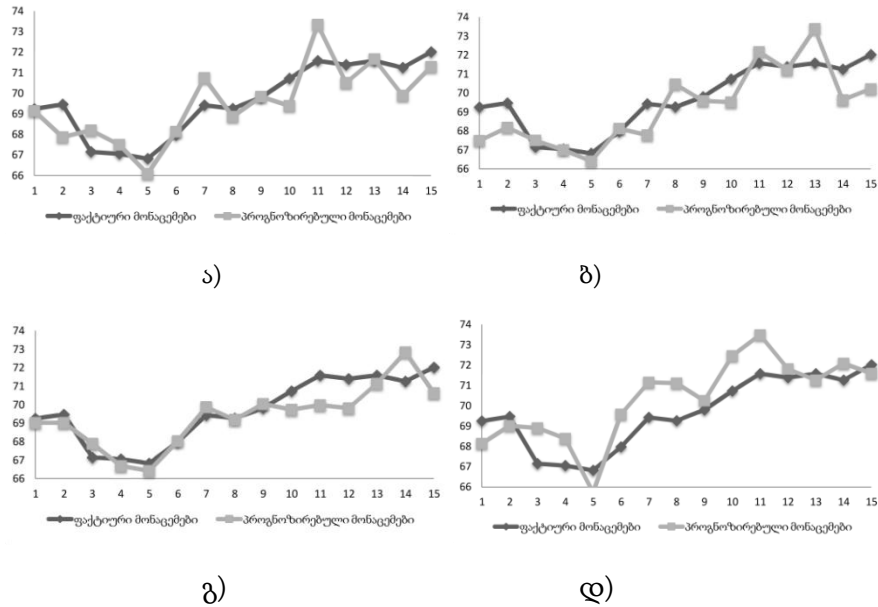
ნახ 1.4: პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციის მქონე მოდელებით;  
 ა)-  $\alpha=0,5$ ; ბ)- $\alpha=0,1$ ; გ)-  $\alpha=0.01$ ; დ)- $\alpha$  პარამეტრი დინამიურად ამოირჩევა

ცხრილი 1.4

პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციის მქონე მოდელებით

	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0.01$	$\alpha$ პარამეტრი დინამიურად ამოირჩეოდა
E (%)	2,5963	2,3238	2,2115	2,5045
ტრენდის პროგნოზირების სიზუსტე	47	47	47	47
დასწავლის ალგორითმის იტერაციათა რაოდენობა	2417	3532	12471	1522

მოდელები ჰიპერბოლური ტანგენსის აქტივაციის ფუნქციის საფუძველზე - 1.5 სურათზე და 1.5 ცხრილში მოყვანილია ჰიპერბოლური ტანგენსის აქტივაციის ფუნქციითა და ერთშრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით დროითი მწკრივის დინამიკის პროგნოზირების შედეგები.

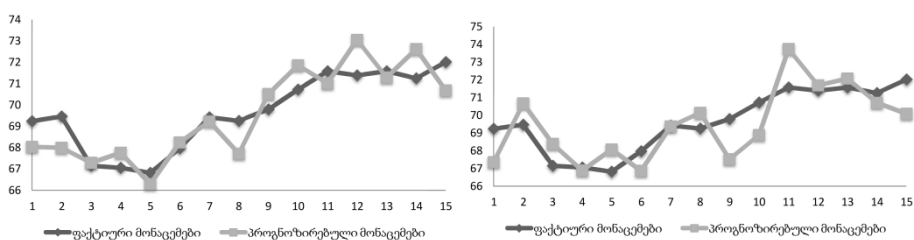


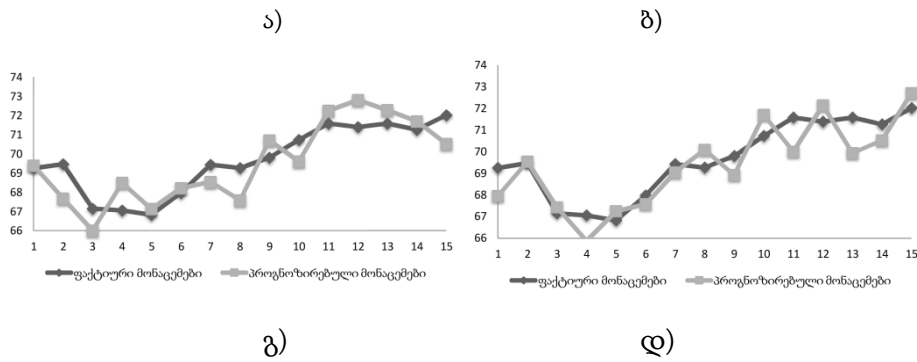
ნახ 1.5: პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის ჰიპერბოლური ტანგენსის ფუნქციის მქონე მოდელებით; ა)-  $\alpha=0,5$ ; ბ)- $\alpha=0,1$ ; გ)-  $\alpha=0,01$ ;დ)- $\alpha$  პარამეტრი დინამიურად ამოირჩევა

ცხრილი 1.5  
პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის ჰიპერბოლური ტანგენსის ფუნქციის მქონე მოდელებით

	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0,01$	$\alpha$ პარამეტრი დინამიურად ამოირჩეოდა
E (%)	2,7414	2,4738	2,3498	2,7533
ტრენდის პროგნოზირების სიზუსტე	33	40	47	47
დასწავლის ალგორითმის იტერაციათა რაოდენობა	384	952	4237	363

მოდელები აქტივაციის წრფივი ფუნქციის საფუძველზე - 1.6 სურათზე და 1.6 ცხრილში მოყვანილია აქტივაციის წრფივი ფუნქციითა და ერთშრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით დროითი მწკრივის დინამიკის პროგნოზირების შედეგები.





ნახ 1.6: პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის წრფივი ფუნქციის მქონე მოდელებით; ა)-  $\alpha=0,5$ ; ბ)-  $\alpha=0,1$ ; გ)-  $\alpha=0.01$ ; დ)-  $\alpha$  პარამეტრი დინამიურად ამოირჩეოდა

ცხრილი 1.6:

პროგნოზირების შედეგები აქტივაციის წრფივი ფუნქციის მქონე მოდელებით

	$\alpha=0,5$	$\alpha=0,1$	$\alpha=0.01$	$\alpha$ პარამეტრი დინამიურად ამოირჩეოდა
E (%)	3,3066	2,5919	2,7046	3,0314
ტრენდის პროგნოზირების სიზუსტე	20	33	47	20
დასწავლის ალგორითმის იტერაციათა რაოდენობა	412	1075	4584	456

შედარებითი ანალიზისათვის 1.7 ცხრილში მოყვანილია საკვლევი დროითი მწკრივის დინამიკის ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგები ბოქს-ჯეიკინსის მეთოდის საფუძველზე (AR/ ARIMA).

ცხრილი 1.7

პროგნოზის ხარისხის კრიტერიუმის მნიშვნელობა

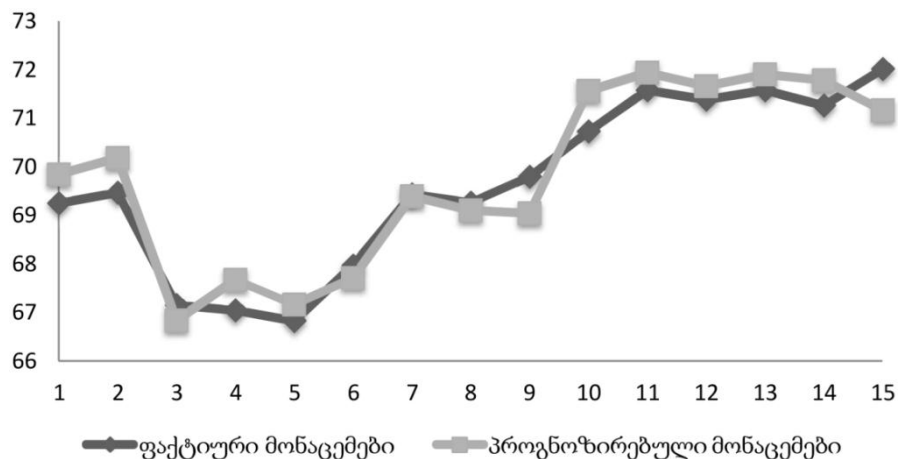
მოდელი	E (პროცენტებში)	ამოცნობილი თანრიგების %
AR(1)	3,07	20
AR(2)	3,06	20
ARMA(1,1)	3,00	20

უნდა აღინიშნოს, რომ ჩვენს მიერ აგებული ყველა ნეიროქსელური მოდელმა გვიჩვენა პროგნოზირების დაახლოებით ერთნაირი ხარისხი, როგორც მნიშვნელობის ასევე ტრენდის მიმართულებით. დასწავლის ალგორითმის კრებადობაზე არსებით ზეგავლენას ახდენს დასწავლის სიჩქარის არჩევა. (1.46)-ში განმარტებული დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს არსებითად შევამციროთ თალგორითმის იტერაციების რაოდენობა, რომლებიც აუცილებელია გრადიენტული დაშვების მეთოდის კრებადობისათვის.

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგად შეიძლება გავაკეთოდ დასკვნა, რომ ნეირონული ქსელების მეშვეობით შესაძლებელია ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირებების დინამიკური მწკრივის მნიშვნელობათა საკმარისად ზუსტი მნიშვნელობის პროგნოზირება. მაგრამ ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების დაბალი ხარისხის გამო მიზანშეწონილი არ არის ფინანსური ინვესტიციების მართვის პროგრამულ უზრუნველყოფაში ასეთი მოდელების გამოყენება. მაგრამ მიუხედავად ამისა ნეირონული ქსელების მეშვეობით მიღებული პროგნოზი აღმოჩნდა უფრო ზუსტი ვიდრე ბოქს-ჯენკინსის მოდელით მიღებული დინამური მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზი. ბოქს-ჯენკინსის მოდელისა და ნეირონული ქსელების მოდელების მეშვეობით შესრულებული პროგნოზირების მეთოდის შედარება დეტალურადაა მოყვანილი [20],[23] ,[17]16ნაშრომებში.

#### 1.4.5 გრძელვადიანი პროგნოზი

აგებული ნეიროქსელური მოდელების მეშვეობით განხორციელებული იქნა გრძელვადიანი პროგნოზირება საკვლევი დროითი მწკრივის 15 მომდევნო მნიშვნელობის დადგენის მიზნით. ხარისხიანი გრძელვადიანი პროგნოზი მიღებული იქნა მხოლოდ აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციის გამოყენების დროს და შედეგი არსებითად არ განსხვავდებოდა დასწავლის სხვადასხვა სიჩქარის არჩევის დროს. გრძელვადიანი პროგნოზირების რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგები მოყვანილია 1.7 ნახატზე.



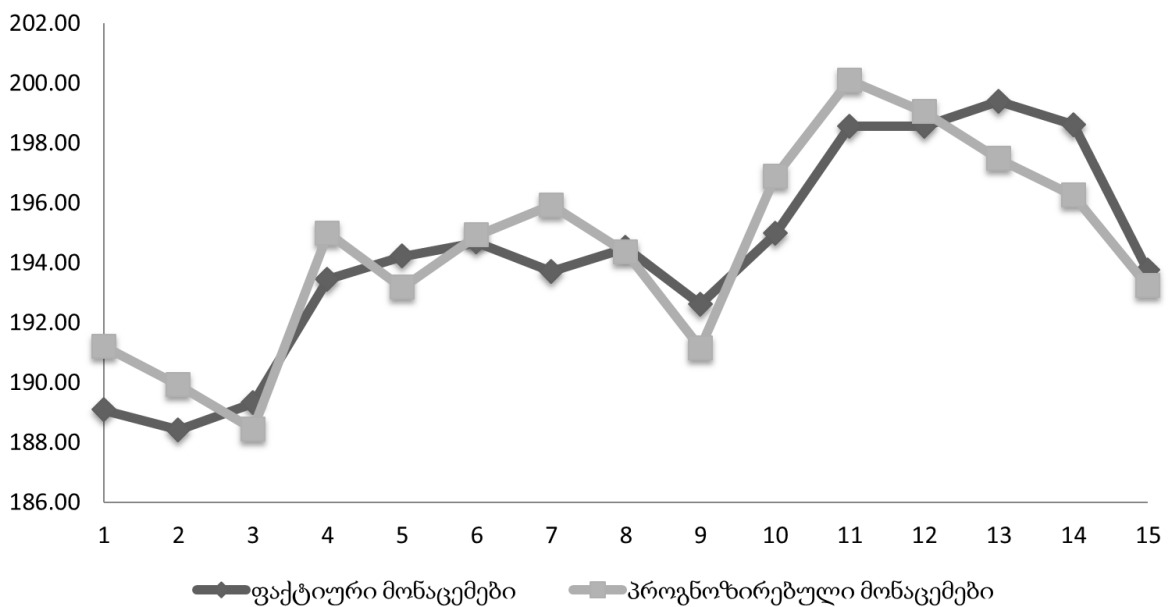
ნახ 1.6: გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგები (აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციით;  $\alpha=0,1$ );



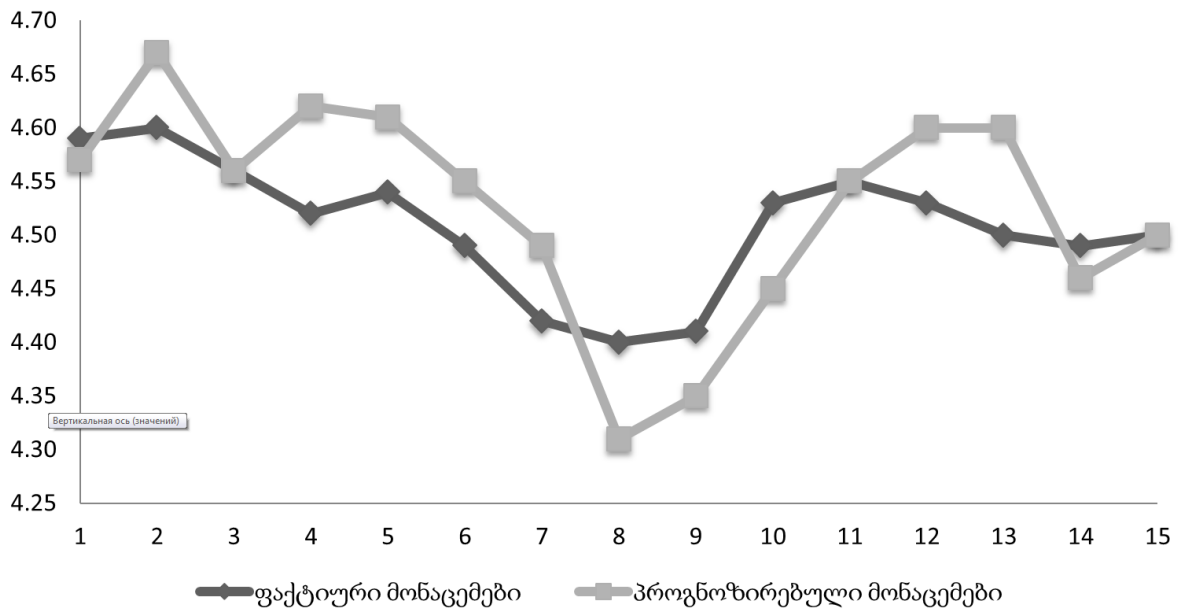
ეპოქების (იტერაციების) საშუალო რაოდენობა რომლის დროსაც შესაძლებელი გახდა ხარისხიანი პროგნოზის მიღება შეადგენს 2300. საშუალო პროცენტული ცდომილება კი  $E=1.9356\%$ . აღწერილი მოდელისათვის ტრენდის მიმართულების გრძელვადიანი პროგნოზირების სიზუსტემ შეადგინა 60%. თუმცა მიღებული გრძელვადიანი პროგნოზი არ იყო მგრძობიარე ტრენდის მიმართულების ცვლილების მიმართ. შესაბამისად აგებული მოდელი ვერ იქნება გამოყენებული საფონდო ბირჟაზე ინვესტიციების მართვის სისტემაში, თუმცა შეიძლება გამოყენებული იქნას, როგორც ფასიანი ქაღალდების კოტირებათა მნიშვნელობის პერსპექტიული პროგნოზირებისათვის საკმაოდ დიდი ჰორიზონტით.

#### 1.4.6 მსოფლიო საფონდო ბაზრის სხვადასხვა ემიტენტის ფასიანი ქაღალდების კოტირებების პროგნოზირების მაგალითები

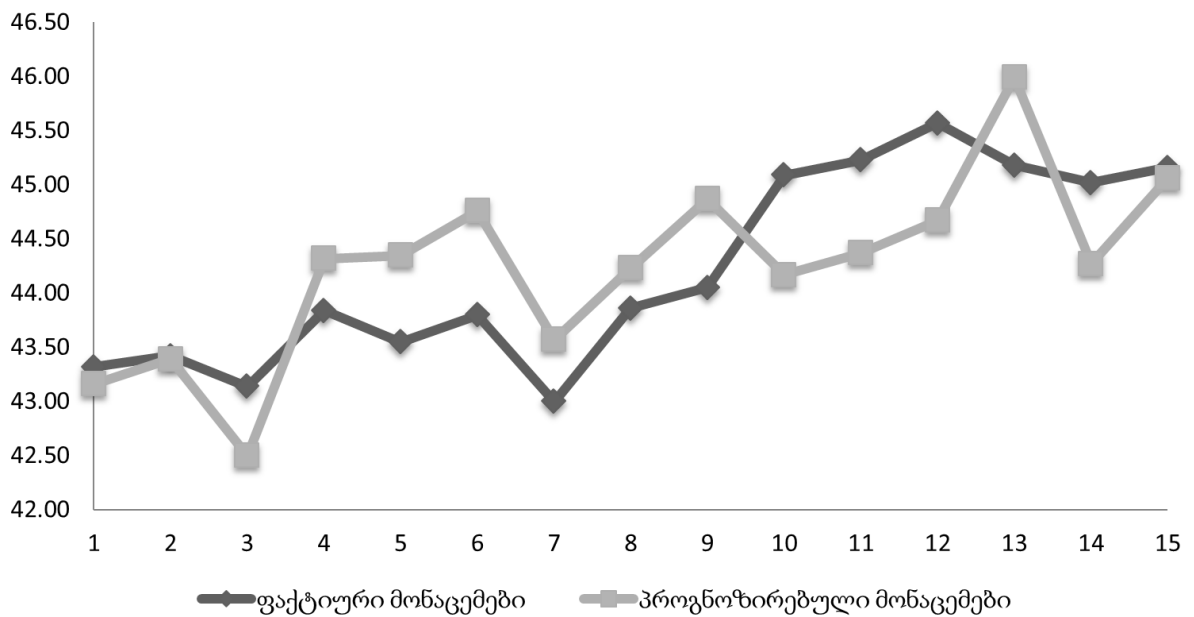
1.8-1.11 ნახატებზე გამოსახულია მსოფლიო საფონდო ბაზრის სხვადასხვა ემიტენტის ფასიანი ქაღალდების კოტირებების პროგნოზირების მაგალითები მიღებული ნეირონული ქსელის აქტივაციის სხვადასხვა პარამეტრებითა და დასწავლის სხვადასხვა სიჩქარის გამოყენებით.



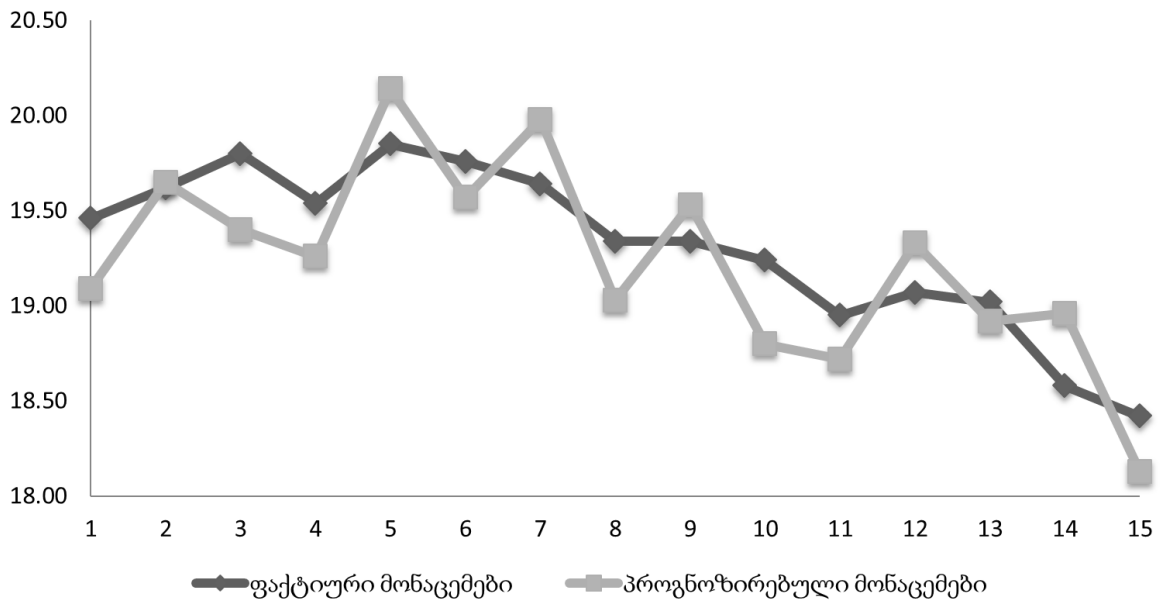
ნახ 1.8: IBM აქციათა კოტირების ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი ( $E=1.1$ ; ტრენდის მიმართულების პროგნოზირება 51%)



ნახ 1.9: Citigroup Inc აქციათა კოტირების ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი (E=2,1; ტრენდის მიმართულების პროგნოზირება 49%)



ნახ 1.10: The Walt Disney Company აქციათა კოტირების ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი (E=2,2; ტრენდის მიმართულების პროგნოზირება 70%)



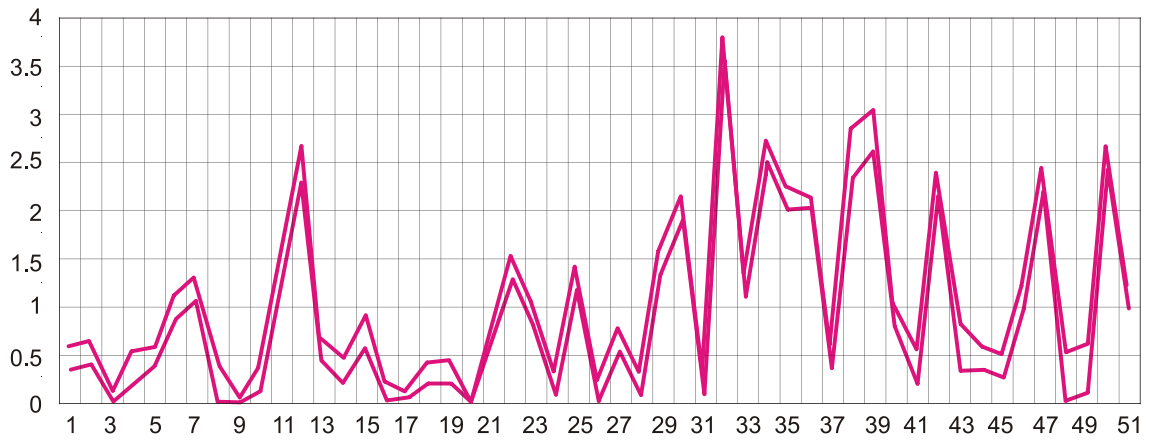
ნახ 1.11: General Electric აქციათა კოტირების ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი (E=1,7; ტრენდის მიმართულების პროგნოზირება 70%)

## 1.5 პროგნოზირების მოდელების ადაპტური კომბნაციების აგება

### 1.5.1 ამოცანის დასმა

ხმაურიანი არასტაციონარული დროითი მწკრივის პროგნოზირების დროს წარმოიქმნება დროითი მწკრივის ადეკვატური აღწერის პრობლემა. დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების ყველა არსებული მოდელი ემყარება სხვადასხვა აპრიორულ მოსაზრებას დროითი მწკრივის არასტაციონარობის ბუნების შესახებ, ამგვარად არიან ისეთივე ევრისტიკული ხასიათის, როგორც სტაციონარული მოდელები.

ამრიგად, უფრო უნივერსალურად გვეჩვენება პროგნოზირების რამოდენიმე მოდელის [4] ერთობლივი გამოყენების იდეა. ამ შემთხვევისათვის მივიღოთ შემდეგი ჰიპოთეზა: დროითი მწკრივი შეიძლება გადადიოდეს ერთი მდგომარეობიდან მეორეში და ამასთან ყოველ მდგომარეობაში მისი ყოფაქცევა კარგად აღიწერება ერთ-ერთი სტანდარტული მოდელის მეშვეობით. 1.12 სურათზე ნაჩვენებია კომპანია IBM-ის აქციების კოტირებათა ARIMA მეთოდით პროგნოზირების აბსოლიტური ცდომილების გრაფიკი.



ნახ 1.12: ARIMA-ს ტიპის საბაზო მოდელებით პროგნოზირების აბსოლიტური ცდომილება

აქ ვხედავთ რამოდენიმე ინტერვალს სადაც ერთ-ერთი მოდელის მიერ გაკეთებული პროგნოზი ჯობია, მისაღებია ან უარესია დანარჩენების მიმართ. ინტერვალების ხანგრძლივობა საკმარისია იმისათვის, რომ გამოვრთოთ ნაკლებად წარმატებული მოდელები და ჩავრთოთ უფრო წარმატებულები.

დავუშვათ  $x(t), t = 1, \dots, T$  დორითი მწკრივის პროგნოზირებისათვის გამოიყენება  $p$  რაოდენობის პროგნოზირების ბაზური მოდელი, რომლებიცაა  $b_1, b_2, \dots, b_p$ .  $b_i(t)$  – პროგნოზი დროის  $t$  მომენტისათვის გამოითვლება  $b_i$  მოდელის მიხედვით  $[1, t-1]$  ინტერვალში არსებული მონაცემების საფუძველზე.

ადაპტური  $a(t)$  პროგნოზირების მოდელი ავაგოთ როგორც პროგნოზირების ბაზური მოდელების წრფივი კომბინაცია:

$$a(t) = \sum_{i=1}^p w_i(t) b_i(t); \sum_{i=1}^p w_i(t) = 1, i = 1, \dots, T \quad (1.49)$$

პროგნოზირების მოდელების  $w_i(t)$  წონითი კოეფიციენტების მნიშვნელობები გამოითვლება  $[1, t-1]$  ინტერვალში არსებული მონაცემების საფუძველზე დაშვები გრადიენტული მეთოდით დასწავლილი ერთშრიანი ნეირონული ქსელების მეშვეობით. პროგნოზირების (1.49) მოდელების კომბინაციას ვუწოდოთ დინამიურად ადაპტირებადი, რადგან ყოველი მოდელის წონითი კოეფიციენტი განახლდება უშუალოდ პროგნოზის დათვლის წინ.

### განვიხილოთ წონითი კოეფიციენტების ადაპტაციის შემდეგი მოდელები

**მოდელი №1:** საუკეთესო მოდელის არჩევა დროითი მწკრივის უკანასკნელი ყველაზე აქტუალური მონაკვეთის მიხედვით. აქ კრიტერიუმს წარმოადგენს

ექსპონენციალურად დაგლუვებული პროგნოზის საშუალო ცდომილების ფუნქციონალი:

$$w_t(t) = \begin{cases} 1, & i = I(t) \\ 0, & i \neq I(t) \end{cases}, \text{ სადაც } I(t) = \arg \min_{i=1, \dots, p} \sum_{\tau=1}^{t-1} \theta^{t-\tau-1} (b_i(\tau) - x(\tau))^2, \quad (1.50)$$

$I(t)$  დროის  $t$  მომენტში საუკეთესოდ მიჩნეული მოდელის ნომერია.

$\theta \in [0.1]$  პარამეტრი ადგენს „ისტორიის დავიწყების“ სიჩქარეს. როდესაც  $\theta = 1$  მწკრივის ყველა მნიშვნელობა იქნება გათვალისწინებული ხოლო  $\theta = 0$  გათვალისწინებული იქნება მწკრივის მხოლოდ ბოლო წევრი, როდესაც  $0 < \theta < 1$  ძველი წერტილების წონითი კოეფიციენტები მიიღევა გეომეტრიული პროგრესიით.

მოცემული მოდელის რეალიზაციის მიზნით გამოიყენება ერთშრიანი ნეირონული ქსელი  $p$  შემავალი და ერთი გამომავალი ნეირონით, რომელსაც გააჩნია აქტივაციის წრფივი ფუნქცია. დასწავლის მაგალითები წარმოადგენენ წყვილებს  $(\bar{b}(t), x(t))$  სადაც  $\bar{b}(t) = (b_1(t), b_2(t), \dots, b_p(t))$  არის პროგნოზები  $t$  მომენტისათვის  $p$  ბაზური მოდელის მიხედვით.

გამოთვლები ხორციელდება რამოდენიმე ეტაპად. პირველ ეტაპზე ნეირონული ქსელის შესასვლელზე მიეწოდება  $t-1$  რაოდენობის შემავალი ვექტორი, ამასთან დროის  $t$  მომენტისათვის ყოველი  $i$ -ური ბაზური მოდელის შესაბამისი წონითი კოეფიციენტი  $w_i(t), i = 1, \dots, p$  გამოთვლება შემდეგი ფორმულის მეშვეობით:

$$w_i(t) = \sum_{\tau=1}^{t-1} \theta^{t-t-\tau-1} (b_i(\tau) - x(\tau))^2, i = 1, \dots, p$$

მეორე ეტაპზე ხდება მინიმალური  $w_i(t), i = 1, \dots, p$  სინაპტიკური კავშირის დადგენა რის შემდეგაც მას (1.5)-ის თანახმად მიენიჭება მნიშვნელობა 1 ხოლო დანარჩენებს კი 0.

**მოდელი №2:** უმცირეს კვადრატთა მეთოდი რეგულარიზაციით:

$$w(t) = \arg \min_w \sum_{\tau=1}^{t-1} \theta^{t-t-\tau-1} (\sum_{i=1}^p w_i(\tau) b_i(\tau) - x(\tau))^2 + \lambda \sum_{i=1}^p (w_i(t) - w_i(t-1))^2, \quad (1.51)$$

სადაც მინიმუმი აიღება  $w = (w_1, \dots, w_p)$  წონითი კოეფიციენტების ვექტორის მიმართ, რომელიც აკმაყოფილებს ნორმირების (1.62) პირობას. ხოლო  $\theta \in [0.1]$  პარამეტრი, როგორც პირველ მოდელში ადგენს „ისტორიის დავიწყების“ სიჩქარეს. (1.51)-ის მეორე შესაკრები წარმოადგენს ჯარიმას წონითი კოეფიციენტების  $w(t)$  და  $w(t-1)$  ვექტორებს შორის სხვაობაზე.  $\lambda > 0$  რეგულარიზაციის პარამეტრი საშუალებას გვაძლევს ვნახოთ კომპრომისი სასწავლო მონაცემებზე პროგნოზის სიზუსტესა და დროში წონითი კოეფიციენტების სტაბილურობას შორის.

მოცემული მოდელის რეალიზაციის მიზნით გამოიყენება ერთშრიანი ნეირონული ქსელი რომლის სტრუქტურაც და დასწავლის მექანიზმები ანალოგიურია მოდელი №1-ში გამოყენებული სტრუქტურისა, მაგრამ სამიზნე ფუნქცია აღებულია (1.51) შესაბამისი ფუნქციონალი.

**მოდელი №3:** უმცირეს კვადრატთა მოდელი რეგულარიზაციითა და მოდელების არაუარყოფითი წონითი კოეფიციენტებით. მოდელი №2-საგან განსხვავებით შემოვიტანოთ დამატებითი პირობა  $w_i(t) \geq 0$ . ამ შემთხვევაში (1.49) მაკორექტირებალი ოპერაცია არის მონოტონური ასახვა. მაკორექტირებელი ოპერაციის მიმართ მონოტონურობის მოთხოვნა ნიშნავს, რომ თუ საბაზისო მოდელის მიმართ არ გვაქვს ნდობა, მაშინ მისი მონაცემების ინვერიტრების მცდელობაზე უკეთესი არის ამ მოდელის გამორთვა [7].

მოდელი №3-ის რეალიზაცია აბსოლიტურად ანალოგიურია მოდელი №2-ის რეალიზაციის ოღონდ აუცილებელია გავითვალისწინოთ  $w_i(t) \geq 0$  პირობა.

**მოდელი №4:** საბაზისო მოდელების პროგნოზის გასაშუალოება:

$$w_i(t) = \frac{1}{p}, \text{ ყველა } i = 1, \dots, p, t = 1, \dots, T.$$

**მოდელი №5:** მთელი მწკრივის მონაცემებით აგებული წრფივი კომბინაცია

$$w(t) = \arg \min_w \sum_{\tau=1}^{t-1} \left( \sum_{i=1}^p w_i(\tau) b_i(\tau) - x(\tau) \right)^2. \quad (1.52)$$

მოდელი №5-ის რეალიზება ხდება ერთშრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით, რომელიც ანალოგიურია მოდელი №1-ის და მოდელი №2-ის, მაგრამ (1.52) სამიზნე ფუნქციონალით.

## 1.5.2 რიცხვითი მოდელირება

ყველა ზემოთ მოყვანილი მეთოდის სიზუსტის დადგენის მიზნით ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი ფირმა IBM-ის აქციების კოტირებების დროითი მწკრივის გამოყენებით. ბაზური მოდელების სახით გამოიყენებოდა ხუთი მოდელი ორი მრავალშრიანი ნეირონული ქსელის ბაზაზე აგებული მოდელი, ორი ARIMA-ს ტიპის მოდელი და ერთი მოდელი რადიალური ბაზისური ფუნქციებით. მრავალშრი-

ანი ნეირონული ქსელების აგების მეთოდები აღწერილია ნაშრომის II თავში. პროგნოზირების სიზუსტე ფასდებოდა 15 დღიან ინტერვალზე (1.48) ფუნქციონალის თანახმად. საბაზისო მოდელების სიზუსტის პარამეტრები მოყვანილია 1.8 ცხრილში.

ცხრილი 1.8

საბაზო მოდელების პროგნოზირების სიზუსტე

საბაზო მოდელის რიგითი ნომერი	პროგნოზირების ცდომილება E (%)	ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე (%)
1	1,8912	66,67
2	2,1263	73,33
3	3,3232	66,67
4	4,0724	26,67
5	4,0814	20

საკვლები დროითი მწკრივის პროგნოზირების შედეგები ოპტიმალური  $\lambda$  და  $\theta$ -ს პირობებში მოყვანილია 1.9 ცხრილში

ცხრილი 1.9

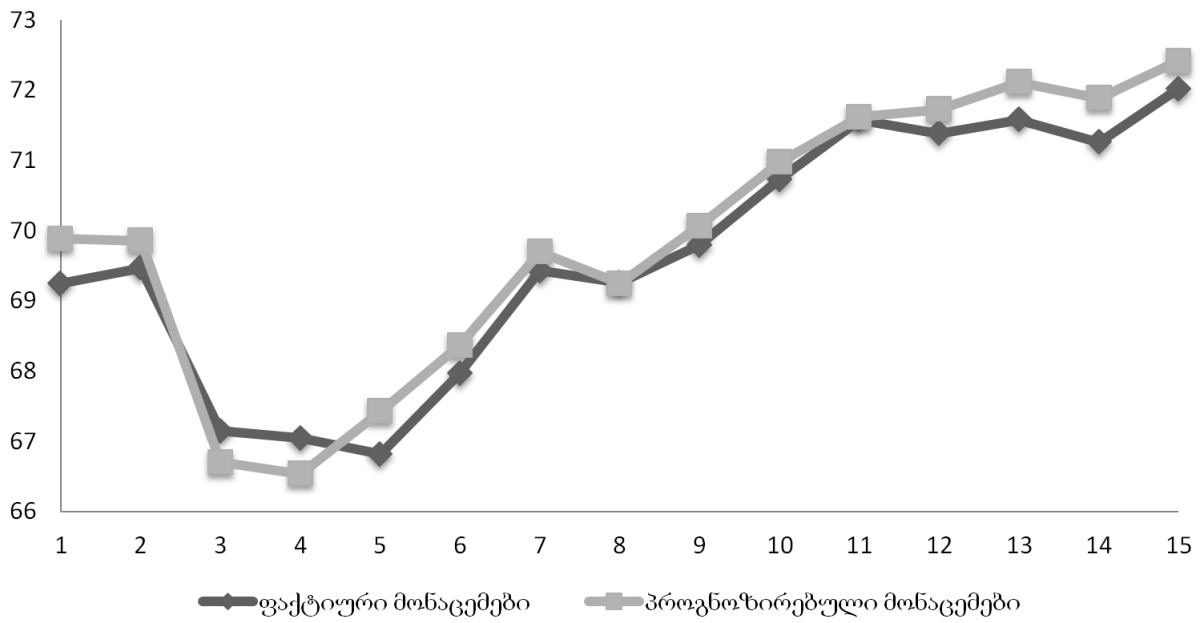
წონითი კოეფიციენტების დინამიკური ადაპტაციის მოდელების სიზუსტე

საბაზო მოდელის რიგითი ნომერი	პროგნოზირების ცდომილება E (%)	ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე (%)
1	1,4912	73,33
2	1,2546	80,25
3	1,2015	73,33
4	2,1839	73,33
5	1,7654	60,33

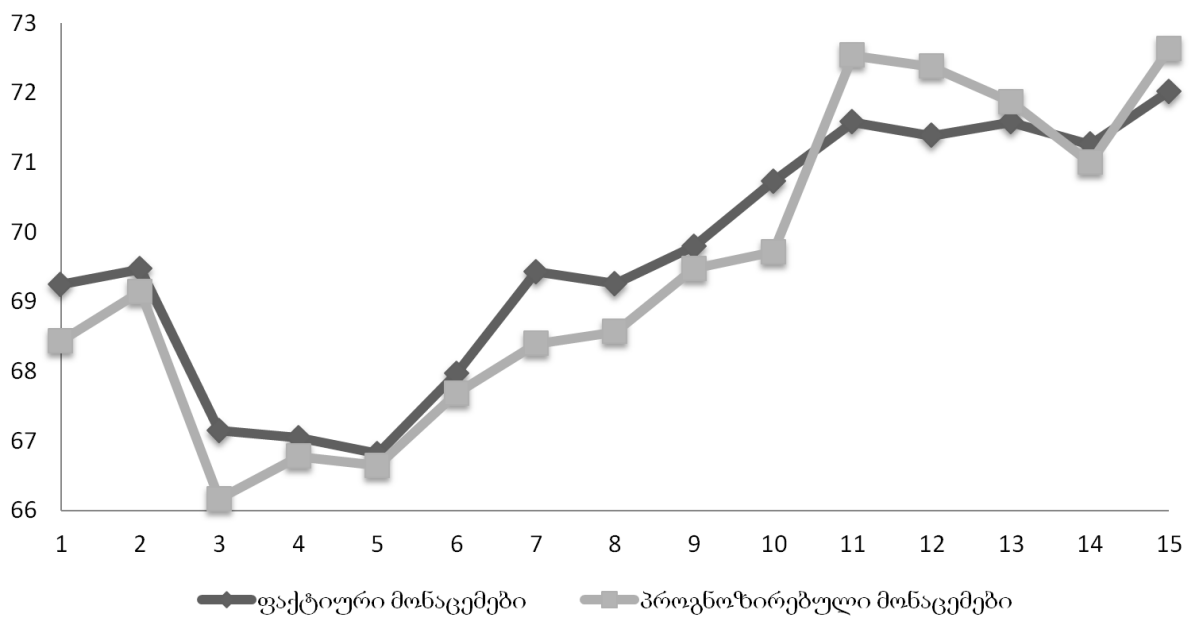
1.13.-1.17 ნახაზებზე წარმოდგენილია ფაქტიური და პროგნოზის შედეგად მიღებული დროითი მწკრივები, რომლებიც მიღებულია ზემოთ აღწერილი წონითი კოეფიციენტების დინამიკური ადაპტაციის მეშვეობით.

რიცხვითი მოდელირების შედეგები გვიჩვენებს, რომ მოდელების წრფივი კომბინაციები საშუალებას იძლევა საბაზისო პროგნოზების სიზუსტე გავზარდოთ 30-40%, ხოლო ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 10-20% მოცემული მონაცემების ფარგლებში.

ყველზე კარგ შედეგს იძლევა მოდელები №2 და №3, როდესაც  $\theta \approx 0.6$ , რაც შეესაბამება დროითი მწკრივის ბოლო 3-4 წერტილს.

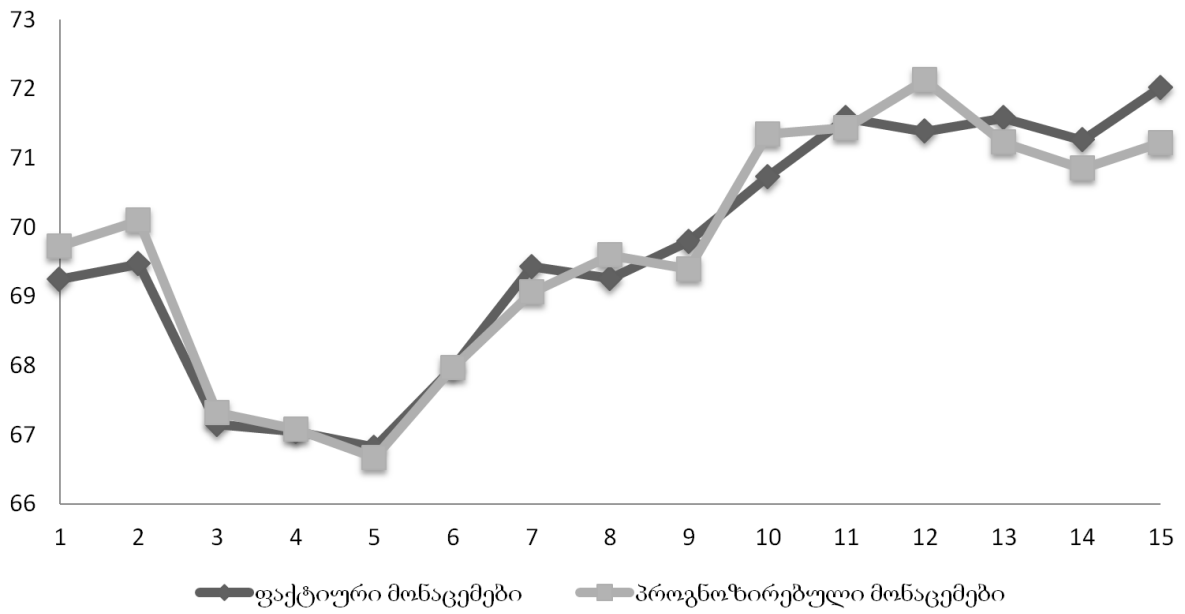


ნახ1.13: პროგნოზირებული და ფაქტიური მონაცემების შედარება №1 მოდელისათვის

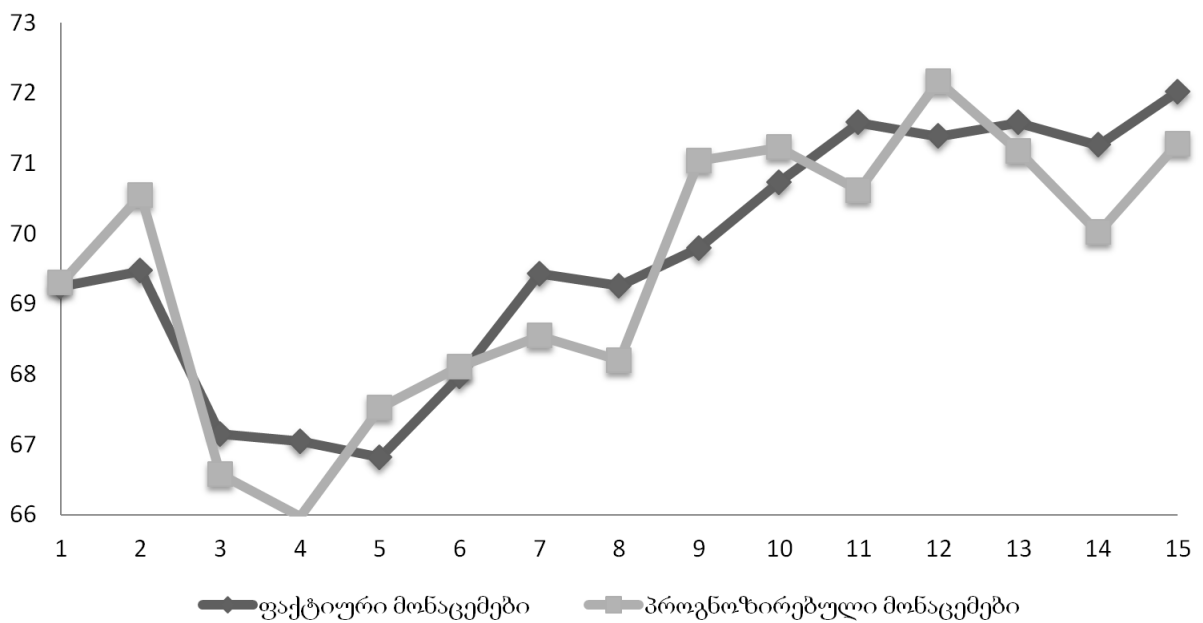


ნახ1.14: პროგნოზირებული და ფაქტიური მონაცემების შედარება №2 მოდელისათვის

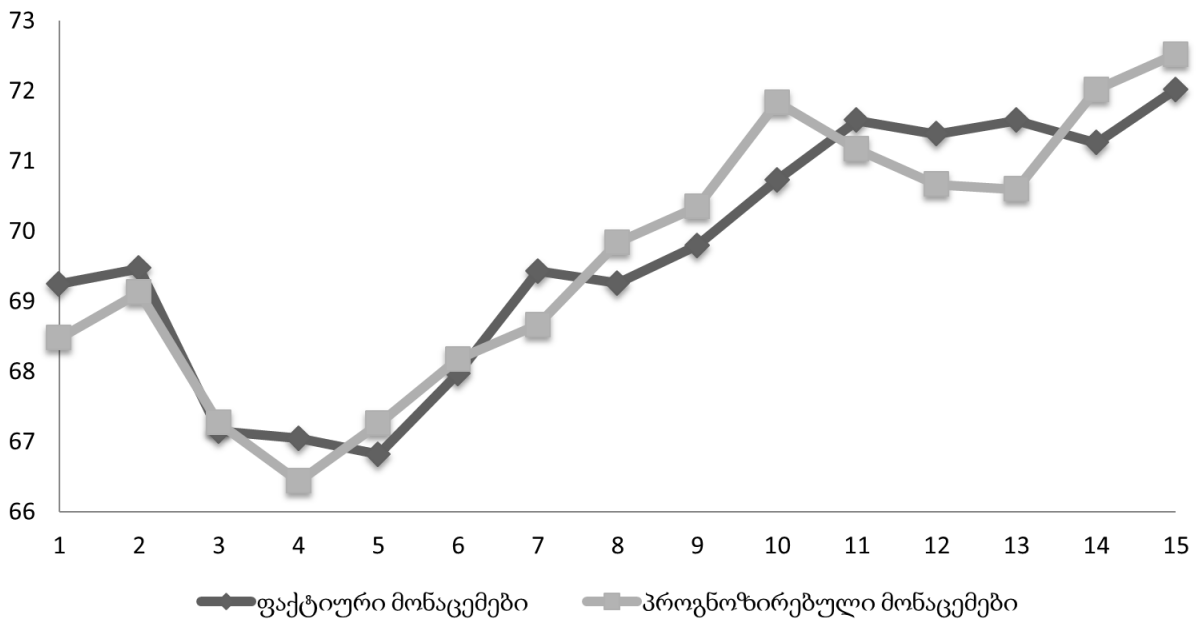




ნახ1.15: პროგნოზირებული და ფაქტიური მონაცემების შედარება N#3 მოდელისათვის

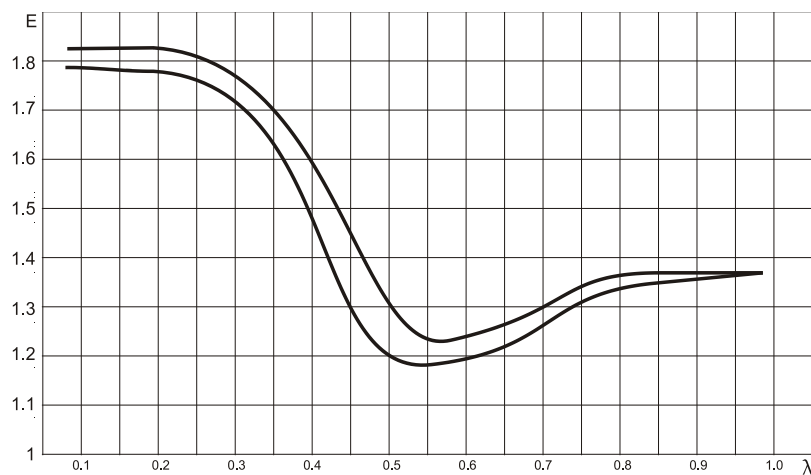


ნახ1.16: პროგნოზირებული და ფაქტიური მონაცემების შედარება N#4 მოდელისათვის



ნახ1.17: პროგნოზირებული და ფაქტიური მონაცემების შედარება №5 მოდელისათვის

წონითი კოეფიციენტების დადებითობის დამატებითი მოთხოვნის პირობებში პროგნოზირების სიზუსტე აღმოჩნდა შედარებით დიდი იმ მოდელებთან, სადაც  $w_i(t) \geq 0$  პირობის მოთხოვნა სავალდებულო არ არის. პროგნოზირების სიზუსტის E და რეგულაციის  $\lambda$  პარამეტრს შორის დამოკიდებულები მოყვანილია 1.18 ნახატზე.



ნახ 1.6: 2 და 3 მოდელებისათვის E ცდომილების დამოკიდებულება რეგულაციის  $\lambda$  პარამეტრზე;

წონითი კოეფიციენტების დადებითობის მოთხოვნის გარეშე  $E(\lambda)$  ფუნქციას გააჩნია მინიმუმი. ამასთან რაც უფრო მცირეა  $\lambda$  მით უფრო მაღალია პროგნოზირების სიზუსტე ის არ უარესდება თუნდაც  $\lambda \rightarrow +0$  პირობებში, როდესაც რეგულარიზაცია ფაქტიურად გამორთულია, ამდაგვარად მონოტონურობის მოთხოვნა თავისთავად არის უკვე კარგი რეგულარიზატორი.

## 1.6 პირველი თავის დასკვნები

პირველ თავში ჩატარებული ერთშრიანი ნეირონული ქსელების მოდელირების მეთოდების ანალიზისა და მათი მეშვეობით დროითი მწკრივების დინამიკის პროგნოზირების შედეგად მიღებულია შემდეგი ძირითადი დასკვნები:

1. ნეირონული ქსელის მოდელირების ამოცანა ფორმულირებულია, როგორც ოპტიმალური მართვის ამოცანა, სადაც ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტები განხილულია, როგორც მართვის ფუნქციები. მოყვანილია ოპტიმალური მართვის დისკრეტული მაგალითები, რომლებიც ახდენენ ზოგადი ტოპოლოგიის მქონე ნეირონული ქსელების მოდელირებას. მოყვანილია მოცემული ამოცანების მიახლოებითი ოპტიმალური ამონახსნის აგების ალგორითმი .

2. მოყვანილია ერთშრიანი ნეირონული ქსელების საფუძველზე პროგნოზის გადაწყვეტილებათა აგებისა და მათი დასწავლის მეთოდიკა, დასწავლის ალგორითმების, ქსელის პარამეტრების განსაზღვრის, ნეირონების აქტივაციის ფუნქციისა და მონაცემთა წინასწარი დამუშავების ჩათვლით, მოყვანილია განტოლებები წრფივი ნეირონული ქსელის თანმიმდევრული და პაკეტურ რეჟიმში დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოსათვლელად [3][46].

3. ერთშრიანი ნეირონული ქსელების მოდელის საფუძველზე შესრულებულია 18/05/2011-დან 21/06/2012-მდე პერიოდისათვის IBM-ის აქციების კოტირებათა საფუძველზე მიღებული დროითი მწკრივის მოდელირება. მიღებულია ერთლიანი და მრავალდღიანი პროგნოზები აღნიშნული დროითი მწკრივისათვის, განხილულია პროგნოზირების ხარისხზე მოდელის სხვადასხვა პარამეტრის გავლენა [10].

4. შესრულებულია პროგნოზირების შედეგების შედარება, რომლებიც მიღებული იყო ერთშრიანი ნეირონული ქსელების და ბოქს-ჯენკინსის მეთოდიკით აგებული სტოქასტიკური მოდელის საფუძველზე. შედარებამ გვაჩვენა, რომ ერთშრიანი ნეირონული ქსელების საფუძველზე აგებული მოდელები ARIMA-ს ტიპის ალგორითმებთან შედარების უფრო კარგ შედეგებს გვაძლევს, როგორც მნიშვნელობის ასევე ტრენდის მიმართულების მიხედვით [11][12][55].

5. ერთშრიანი ნეირონული ქსელების აპარატის მეშვეობით შესრულებულია პროგნოზირების ადაპტური მოდელის აგება. IBM-ის აქციათა კოტირებების ბაზაზე აგებული დროითი მწკრივის მოდელირების შედეგად გამოვლინდა პროგნოზის სიზუსტის გაუმჯობესება 30-40% ხოლო ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების 10-20% გაუმჯობესება პროგნოზირების ბაზურ ალგორითმებთან შედარებით.

## თავი II: მოდელები მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების საფუძველზე

მეორე თავში განხილულია მრავალშრიანი ნეირონული ქსელები რომელთაც ახასიათებს სიგნლის პრიდაპირი გავცეღვლა, ანუ შეუძლიათ ნებისმიერი შემავალი ვექტორის ასახვა ნებისმიერ გამომავალ ვექტორში. ასევე მოყვანილია შეცდომის უკუგავრცელების ალგორითმი და მისი მოდიფიკაციები რომლებიც წარმოდგენილია [8] და [36]. განხილულია მრავალშრიანი პერსეპტრონიებისა და რადიალურ ფუნქციებზე დაფუძნებული ხელოვნური ნეირონული ქსელების გამოყენების ასპექტები საფონდო ბირჯის ფინანსური ინსტრუმენტების დორითი მწკრივების პროგნოზირების ამოცანისათვის. შემოთავაზებულია და გამოცდილია ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის ახალი ფუნქციონალი, რომელიც საშუალებას იძლევა გავზარდოთ პროგნოზირების ამოცანის ეფექტურობა.

### 2.1 მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების ტოპოლოგია

მრავალშრიანი ნეირონული ქსელის არქიტექტურა შედგება ნეირონული ელემენტებისაგან შემდგარი მრავალი შრისაგან. ასეთ ნეირონულ ქსელებში ნეირონებს შორის კავშირები არსებობენ მხოლოდ მეზობელ შრეებს შორის, ამდაგვარად წინა შრის ნეირონი დაკავშირებულია მომდევნო შრის ყველა ნეირონთან [37], [27], [68], [70]. ნეირონების პირველ შრეს ეწოდება შემავალი, ხოლო უკანასკნელ შრეს კი გამომავალი. შესავალ და გამოსავალ შრეებს შორის განლაგებულია ერთი ან რამოდენიმე ფარული შრე. ფარული შრეების რაოდენობისა და თითოეულ შრეში ნეირონების რაოდენობის განსაზღვრა წარმოადგენს არაფორმალურ პრობლემას.

1957 წელს კოლმოგოროვმა აჩვენა [15], რომ  $n$  ცვლადიანი უწყვეტი ნებისმიერი უწყვეტი ფუნქცია, რომელიც განსაზღვრულია  $[0,1]$  მონაკვეთზე შეიძლება წარმოგენილი იქნას ერთგანზომილებიანი ფუნქციების სასრული ჯამის მეშვეობით:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{p=1}^{2n+1} g\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_p(x_i)\right),$$

სადაც  $g$  და  $\varphi_p$  არიან განსაზღვრული, როგორც ერთგანზომილებიანი და უწყვეტი ფუნქციები;  $\lambda_i = const$  ყველა  $i$  სათვის.

მოცემული თეორემა საფუძვლად დაედო ფუნქციების აპროქსიმაციისათვის განკუთვლილ მრავალშრიან ნეირონულ ქსელებს. აქედან გამომდინარეობს, რომ ნებისმიერი  $f: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$  ფუნქცია შეიძლება აპროქსიმირებული იქნას სამშრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით სადაც გვექნება  $n$  შემაჯავლი შრის ნეირონები  $(2n+1)$  ფარული შრის ნეირონი და ერთი გამომავალი ნეირონი. მაგრამ აქ პრობლემა მდგომარეობს  $g$  და  $\varphi$  ფუნქციების შერჩევაში. [53], [58] ნაშრომებში ავტორთა კოლექტივმა განაზოგადა ზემოდ მოყვანილი შედეგები მრავალშრიან ნეირონულ ქსელებზე. რის შედეგადაც მტკიცდება შემდეგი თეორემა:

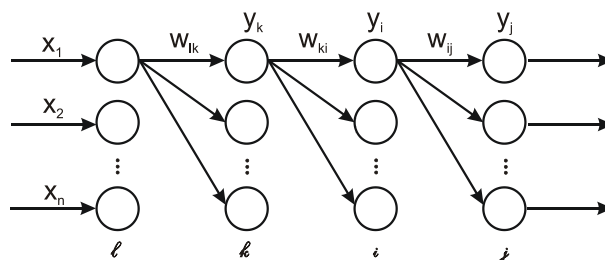
ნებისმიერი უწყვეტი  $f: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$  ფუნქცია ნებისმიერი სიზუსტით შეიძლება იქნას აპროქსიმირებული სამშრიანი ნეირონული ქსელით, ერთი ფარული შრითა და დასწავლის ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმით.

მოყვანილი თეორემა არის წარმოადგენს ნეირონული ქსელების მეშვეობით ფუნქციათა აპროქსიმაციის საფუძველს.

## 2.2 ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმი

ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმი [68], რომელიც იქნა შემოთავაზებული, წარმოადგენს მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების დასწავლის ეფექტურ საშუალებას.

განვიხილოთ ოთხი შრისაგან შემდგარი ნეირონული ქსელი (ნახ. 2.1)



ნახ 2.1: ოთხშრიანი ნეირონული ქსელი

ნეირონული ელემენტების შრეები შესასვლელიდან გასასვლელისაკენ ავლნიშნოთ  $l, k, i, j$  მეშვეობით. მაშინ უკანასკნელი შრის  $j$ -ური ნეირონის გამომავალი მნიშვნელობა წარმოადგენს:

$$y_j = F(S_j),$$

$$S_j = \sum_i w_{ij} y_i - T_j,$$

სადაც  $S_j$  – გამოსავალი შრის  $j$ -ური ნეირონის შეწონილი ჯამია;  $y_i$  – ბოლოსწინა შრის  $i$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა;  $w_{ij}$  და  $T_j$  – შესაბამისად გამომავალი შრის  $j$ -ური ნეირონის წონითი კოეფიციენტი და ზღვრული მნიშვნელობა.

ანალოგიურად ბოლოსწინა შრის  $i$ -ური ნეირონის გამომავალი მნიშვნელობა განისაზღვრება როგორც:

$$y_i = F(S_i),$$

$$S_i = \sum_k w_{ki} y_k - T_i.$$

შესაბამისად  $k$ -ური შრისათვის:

$$y_k = F(S_k),$$

$$S_k = \sum_l w_{lk} y_l - T_k.$$

ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმი ახდენს ნეირონული ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაციას. ამისათვის სინაპტიკური კავშირების კოეფიციენტების დაწყობის მიზნით გამოიყენება გრადიენტული დაშვების მეთოდი სინაპტიკური კოეფიციენტებისა და ნეირონების ზღვრების სივრცეში. გრადიენტული დაშვების მეთოდის თანახმად წონითი კოეფიციენტებისა და ზღვრების ცვლილება ხდება შემდეგი წესის მიხედვით:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)},$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) - \alpha \frac{\partial E}{\partial T_j(t)},$$

სადაც  $E$  – არის საწყის მონაცემთა ერთი სახისათვის განზაზღვრული ნეირონული ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილება და ის განისაზღვრება, როგორც

$$E = \frac{1}{2} \sum_j (y_j - t_j)^2,$$

სადაც  $t_j$  –  $j$ -ური ნეირონის შემავალი ეტალონური მნიშვნელობაა

გამომავალი შრის  $j$ -ური ნეირონი ცდომილება შეადგენს:

$$\gamma_j = y_j - t_j.$$

ნებისმიერი  $i$ -ური ფარული შრისათვის ნეირონის ცდომილება რეკურენტულად გამოითვლება მომდევნო შრის ნეირონის ცდომილების მეშვეობით:

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^m \gamma_j F'(S_j) w_{ij}, \quad (2.1)$$

სადაც  $m$  - ნეირონების რაოდენობაა  $i$ -ური შრის მომდევნო შრეში;  $w_{ij}$  - სინაპტიკური კავშირი სხვადასხვა შრის  $i$ -ური და  $j$ -ური ნეირონს შორის;  $S_j$  -  $j$ -ური ნეირონის შეწონილი ჯამი.

(2.1)-ის გამოყენებით შესაძლებელია ფარული შრის ნეირონების ცდომილების განსაზღვრა ფარული შრის მომდევნო შრის ნეირონების ცდომილების მეშვეობით.

ნეირონული ქსელის ნებისმიერი  $i$  და  $j$  შრეებს შორის საშუალო კვადრატული ცდომილების წარმოებული სინაპტიკური კავშირების კოეფიციენტებითა და ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობებით შემდეგნაირად განიმარტება:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \gamma_j F'(S_j) \gamma_i,$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_j} = -\gamma_j F'(S_j).$$

მაშინ ქსელის საშუალო კვადრატული გადახრის მინიმიზაციის მიზნით ნეირონებს შორის სინაპტიკური კოეფიციენტები და ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობები დროის მიხედვით შემდეგნაირად უნდა იცვლებოდეს:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j) \gamma_i, \quad (2.2)$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j), \quad (2.3)$$

სადაც  $\alpha$  - დასწავლის სისწრაფეა.

(2.2) და (2.3) გამოსახულებები ზოგადი სახით გამოხატავენ მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების დასწავლის წესს რომელსაც დელტა წესი ეწოდება.

განვსაზღვროთ (2.2) და (2.3) გამოსახულებები ნეირონების აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციებისათვის.

აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციისათვის  $j$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა განიზაზღვრება შემდეგნაირად:

$$y_j = \frac{1}{1 + e^{-s_j}},$$

$$S_j = \sum_i w_{ij} y_i - T_j.$$

მაშინ

$$F'(S_j) = \frac{\partial y_j}{\partial S_j} = \frac{e^{-S_j}}{(1+e^{-S_j})^2} = y_j(1 - y_j).$$

რის შედეგად აქტივაციის სიგმოიდალური ფუნქციის შემთხვევაში განზოგადოებული დელტა წესი შეიძლება წარმოდგენილი იქნას შემდეგი სახით:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) - \alpha \gamma_j y_j (1 - y_j) y_i, \quad (2.4)$$

$$T_j(t + 1) = T_j(t) - \alpha \gamma_j y_j (1 - y_j).$$

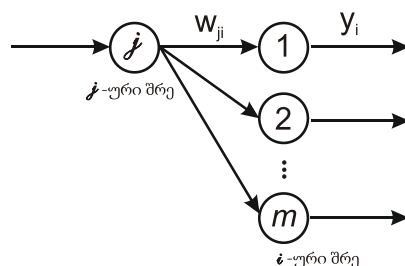
ცდომილება გამომავალი შრის  $j$ -ური ნეირონისათვის განისაზღვრება შემდეგ ნაირად:

$$\gamma_j = y_j - t_j.$$

ფარული შრის  $j$ -ური ნეირონული ელემენტისათვის:

$$\gamma_j = \sum_{i=1}^m \gamma_i y_i (1 - y_i) w_{ij},$$

სადაც  $m$ -  $j$ -ს შემდგომ შრეში ნეირონების რაოდენობაა (ნახ 2.2).



ნახ 2.2:  $j$ -ური ნეირონული ელემენტის ცდომილების განსაზღვრა

აქტივაციის ფუნქციის სახით ჰიპერბოლური ტანგენსის გამოყენების შემთხვევაში  $j$ -ური ნეირონის მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგ ნაირად:

$$y_j = th(S_j) = \frac{e^{S_j} - e^{-S_j}}{e^{S_j} + e^{-S_j}}$$

შესაბამისად:

$$F'(S_j) = \frac{\partial y_j}{\partial S_j} = \frac{1}{ch^2(S_j)} = (1 - y_j^2).$$

მაშინ დასწავლის წესი შეიძლება შემდეგი გამოსახულებების მეშვეობით წარმოვადგინოთ:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) - \alpha \gamma_j (1 - y_j^2) y_i,$$

$$T_j(t + 1) = T_j(t) - \alpha \gamma_j (1 - y_j^2).$$



ცდომილება გამომავალი შრის  $j$ -ური ნეირონისათვის განისაზღვრება შემდეგ ნეირად:

$$\gamma_j = y_j - t_j,$$

$$\gamma_j = \sum_{i=1}^m \gamma_i y_i (1 - y_j^2) w_{ij},$$

ზოგადად ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმი წარმოადგენს შემდეგი ბიჯების ანმიმდეგრობას:

1. მოიცემა ნეირონული ქსელის დასწავლის სიჩქარე  $\alpha (0 < \alpha < 1)$  და ქსელის სასურველი საშუალო კვადრატული ცდომილება  $\varepsilon$  რომელსაც აგრეთვე დასწავლის სიზუსტეც ეწოდება.

2. შემთხვევითად ინიცირდება ქსელის სინაპტიკური კოეფიციენტები და ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობები.

3. ქსელს მონაცემთა სასწავლო ანაკრებიდან თანმიმდევრულად მიეწოდება მონაცემები (სახები). ამასთან მონაცემთა ყოველი შემომავალი სახისათვის სრულდება შემდეგი მოქმედებები.

a. სრულდება შემომავალი მონაცემთა ანაკრების (სახის) ნეირონულ ქსელში პირდაპირი გადაცემის ფაზის შესრულება. ამ დროს ხდება ნეირონული ქსელის შემადგენელი ყველა ნეირონის გამოსავალი აქტივობის დათვლა:

$$y_j = F(\sum_i w_{ij} y_i - T_j),$$

სადაც  $j$  ინდექსი ახასიათებს  $i$ -შრის მომდევნო შრის ნეირონებს.

b. სრულდება სიგნალის ნეირონულ ქსელში უკუ გავრცელების ფაზა, რომლის შედეგადაც დაითვლება  $\gamma_j, j = 1, 2, \dots$  ცდომილება ქსელის ყველა ნეირონისათვის. შესაბამისად გამოსავალი და ფარული შრისათვის გვექნება:

$$\gamma_j = y_j - t_j$$

$$\gamma_j = \sum_i \gamma_i F'(S_i) w_{ij}$$

უკანასკნელ ფორმულაში სადაც  $i$  ინდექსი ახასიათებს  $j$ -შრის მომდევნო შრის ნეირონებს.

c. ნეირონული ქსელის ყოველი შრისათვის ახდენენ სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტებისა და ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობების ცვლილებას:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j) y_i,$$

$$T_j(t + 1) = T_j(t) - \alpha \gamma_j F'(S_j),$$

4. გამოითვლება ქსელის ჯამური საშუალო კვადრატული ცდომილება

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^L \sum_j (y_j^k - t_j^k)^2,$$

სადაც L-მონაცემთა სასწავლო ანაკრების განზომილებაა.

5. თუ  $E > \varepsilon$  ხდება ალგორითმის 3 ბიჯზე გადასვლა წინააღმდეგ შემთხვევაში ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმი წყდება.

ამგვარად მოცემული ალგორითმი ფუნქციონირებს მანამ სანამ ქსელის ჯამური საშუალო კვადრატული ცდომილება არ გახდება მოცემულზე ნაკლები ანუ  $E \leq \varepsilon$ .

### 2.2.1 შეწყვეტის კრიტერიუმი

ზოგად შემთხვევაში ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის კრებადობის მტკიცება არ არსებობს, როგორც არ არსებობს მისი შეჩერების მკაფიო კრიტერიუმი. ცნობილია მხოლოდ რამდენიმე დასაბუთებული კრიტერიუმი, რომელიც შეიძლება გამოვიყენოთ წონითი კოეფიციენტების კორექტირებისათვის. ყოველ მათგანს გააჩნია თავისი პრაქტიკული უპირატესობა.  $w^*$ -ით ავლნიშნოთ სინაპსური კავშირების ვექტორი, რომელიც უზრუნველყოფს ლოკალურ ან გლობალურ მინიმუმს. მინიმუმის აუცილებელ პირობად არის ის რომ გრადიენტის ვექტორი ანუ ცდომილებათა ზედაპირზე პირველი რიგის კერძო წარმოებულების ვექტორი არის ნულოვანი. შესაბამისად შესაძლებელია ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის კრიტერიუმის ჩამოყალიბება [36].

ითვლება, რომ უკუგავრცელების ალგორითმი კრებადია თუ გრადიენტის ევკლიდური ნორმა აღწევს საკმაოდ მცირე მნიშვნელობებს.

ამ კრიტერიუმის ხარვეზს წარმოადგენს ის რომ მის მისაღწევად აუცილებელია დიდი დროის დახარჯვა. გარდა ამისა აუცილებელია მუდმი გრადიენტის ვექტორის გამოთვლა.

მინიმუმის კიდევ ერთ უნიკალურ თვისებას წარმოადგენს ის, რომ ღირებულების ფუნქცია  $E(w) w = w^*$  წერტილში სტაბილიზირდება. აქედან შეიძლება გამოვიყვანოთ კრებადობის კიდევ ერთი კრიტერიუმი.

ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის კრებადობის კრიტერიუმად შეიძლება მიჩნეული იქნას ეპოქის განმავლობაში ცდომილების ფუნქციის მცირე აბსოლიტური ცვლილება.

საშუალო კვადრატული ცდომილების ცვლილების ინტენსივობა ითვლება საკმარისად მცირედ თუ ის ეპოქის განმავლობაში არ აღემატება 0,1-1%. ხანდახან შესაძლებელია გამოვიყენოთ შემცირებული მნიშვნელობა 0,01%, მაგრამ ამ შემთხვევაში არის საშიშროება დასწავლის პროცესის დორზე ადრე დამთავრდეს.

## 2.2.2 განზოგადებისათვის საკმარისი მონაცემთა ანაკრების მოცულობა

ნეირონული ქსელის ცდომილების უკუ გავრცელების მეთოდით დასწავლის დროს ნეირონულ ქსელს მიეწოდება მონაცემთა სასწავლო ანაკრების მაქსიმალური მოცულობა ნეირონების სინაპტიკური კავშირების დაწყობის მიზნით. ამ დროს მიიღწევა ქსელის განზოგადების უნარი. ითვლება, რომ ქსელს გააჩნია კარგი განმაზოგადებელი თვისებები. შემომავალი ვექტორის ასახვა გამომავალ ვექტორზე კორექტულია იმ მონაცემებისათვის, რომლებიც აქამდე ქსელისათვის მიწოდებული არ იყო.

ხელოვნური ნეირონული ქსელის განზოგადების თვისებები განპირობებულია სამი ფაქტორით: სასწავლო მონაცემების მოცულობით და მათი წარმომადგენლობით, ნეირონული ქსელის არქიტექტურით და განსახილველი ამოცანის ფიზიკური სირთულით. პირველი ორი ფაქტორის კონტექსტში განზოგადების საკითხი შეიძლება განხილული იქნას ორი სხვადასხვა კუთხით:

- ქსელის არქიტექტურა ფიქსირებულია და ამოცანა დაიყვანება კარგი განზოგადებისათვის აუცილებელი სასწავლო მონაცემთა მოცულობის განსაზღვრაზე.

- სასწავლო მონაცემთა მოცულობა ფიქსირებულია და ამოცანა დაიყვანება ნეირონული ქსელის საუკეთესო არქიტექტურის შერჩევაზე.

პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ კარგი განზოგადებისათვის ქსელის სასწავლო მონაცემთა მოცულობა  $N$  უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ თანაფარდობას:

$$N = O\left(\frac{N_w}{\varepsilon}\right),$$

სადაც  $N_w$  – ქსელში თავისუფალი პარამეტრების საერთო რაოდენობაა;  $\varepsilon$  – დასაშვები შეცდომა. მოცემული შეფასება მიღებულია ვიდროუს საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაციის ალგორითმის თანახმად, რომელიც ამტკიცებს, რომ წრფივი ადაპტური ფილტრაციის პროცესის სტაბილიზაციის დრო დაახლოებით ტოლია ფილტრის მეხსიერებისა გაყოფილი შეუთანხმებლობის მნიშვნელობაზე [36]. შეუთანხმებლობის როლს საშუალო კვადრატული გადახრის ამოცანაში თამაშობს  $\varepsilon$ .

### 2.2.3 ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის ხარვეზები

ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმი, რომელსაც საფუძვლად უდევს გრადიენტული მეთოდი, მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების დასწავლის დროს ქმნის რიგ პრობლემებს რომელთაც მიეკუთვნება:

1. მრავალშრიანი ქსელებისათვის უცნობია შრეების რაოდენობა და ნეირონების რაოდენობა შრეში.
2. დასწავლის მუდმივსიჩქარიანი გრადიენტული მეთოდის ნელი კრებადობა.
3. ქსელის დასწავლის სასურველი  $\alpha$  – სიჩქარის შერჩევის პრობლემა. ასე ძალიან დაბალი სიჩქარე გამოიწვევს დასწავლის დროის გაზრდას და სისტემის მოხვედრას ლოკალურ მინიმუმში. დიდმა სიჩქარემ შეიძლება გამოტოვოს გლობალური მინიმუმი და პროცესი გახადოს განშლადი.
4. გრადიენტული მეთოდი ვერ ასხვავებს ლოკალური და გლობალური მინიმუმის წერტილებს.
5. ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების შემთხვევითი ინიციალიზაციის გავლენა საშუალო კვადრატული ცდომილების ფუნქციის მინიმუმის ძებნაზე.

ბოლო პუნქტი ასახავს იმ ფაქტს, რომ სინაპტიკური კავშირების სხვადასხვა საწყისი ინიციალიზაციის პირობებში მიიღება ერთი და იგივე ამოცანის სხვადასხვა ამონახსენი. ეს ფაქტი ახასიათებს დასწავლის ალგორითმების არასტაბილურობას,

როდესაც ერთ შემთხვევაში ერთი და იგივე ქსელმა შეიძლება მიაღწიოს საშუალო კვადრატული ცდომილების სასურველ დონეს, ხოლო სხვა შემთხვევაში კი არა. ის ფაქტი, რომ ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმი ზოგად შემთხვევაში ვერ აღწევს გლობალურ მინიმუმს, მაინც ვერ ბღალავს მის დადებით მხარეებს. ეს დაკავშირებულია იმასთან, რომ ბევრ პრაქტიკულ ამოცანაში საკმარისია უზრუნველვყოთ ქსელის დასწავლა მხოლოდ ცდომილების საშუალო კვადრატული მნიშვნელობის სასურველ დონემდე. ამასთან არის თუ არა მიღწეული მინიმუმი ლოკალური თუ გლობალური, ამას უკვე დიდი მნიშვნელობა არ აქვს.

ქვემოთ განხილული იქნება ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის მოდიფიკაციები რომელთა მიზანია ზემოთ მოყვანილი ხარვეზების ნეიტრალიზაცია.

### 2.3 ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლის ოპტიმიზაცია ცდომილების უკუ გავრცელების ალგორითმის მეშვეობით.

მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების დასწავლის ეფექტურობა დამოკიდებულია ქსელში ნეირონების შრეების რაოდენობაზე, ფარულ შრეში ნეირონების რაოდენობაზე და სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების საწყისს ინიციალიზაციაზე.

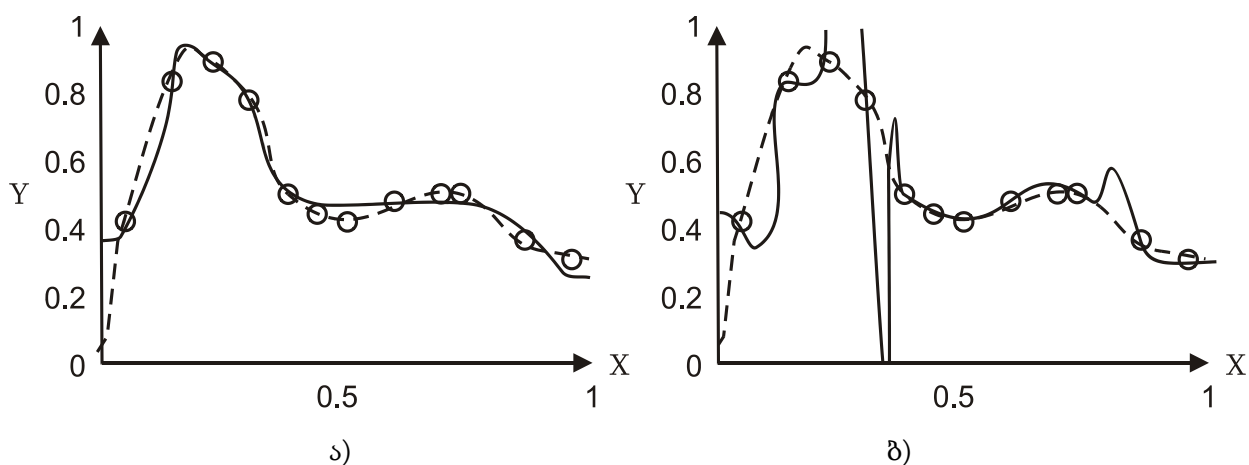
როგორც იყო აღნიშნული, ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების სხვადასხვა ინიციალიზაციამ შეიძლება მოგვეცეს ამოცანის სხვადასხვა ამონახსნი. აქ მნიშვნელოვან როლს თამაშობს შემთხვევითად ინიციალიზებადი სინაპტიკური კავშირების რაოდენობა [54], [31]. ასე მაგალითად სიგმოიდალური ფუნქციისათვის თუ წონით კოეფიციენტებს თავდაპირველად ექნებათ დიდი (დადებითი ან უარყოფითი) მნიშვნელობები, მაშინ ქსელის ნეირონების უმეტესობის გამომავალი მნიშვნელობა იქნება ერთთან ან ნულთან ახლო. მაშინ  $y_j(1 - y_j)$  გამოსახულების მნიშვნელობა იქნება ნულის მახლობლად და (2.4)-ის თანახმად დასწავლის დორს სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტები უმნიშვნელოდ შეიცვლება. რაც მიგვიყვანს იმასთან რომ დასწავლის პროცესი გაჩერდება სასტარტო წერტილის მახლობელ ლოკალურ მინიმუმში. [54] ნაშრომში რეკომენდირებულია შემთხვევითად ავიღოთ სინაპტიკური კავშირების კოეფიციენტები, რომლებსაც ექნებათ შემდეგი თანრიგი:

$$w_{ij} = \frac{1}{\sqrt{n(i)}}$$

სადაც  $n(i)$  –  $i$ -ურ რეში ნეირონული ელემენტების რაოდენობაა.

სხვა ავტორები გვთავაზობენ კოეფიციენტების ინიციალიზაცია მოვახდინოთ შემთხვევით  $[-0,05, 0,05]$  ან  $[-0,1, 0,1]$  დიაპაზონიდან ამასთან ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობები საწყის მდგომარეობაში ერთს გავუტოლოთ.

დასწავლის ეფექტურობისათვის დიდ მნიშვნელობას წარმოადგენს ნეირონული ქსელის არქიტექტურა. ნეირონული ქსელის შემავალი და გამომავალი შრეების განზომილება დამოკიდებულია გადასაწყვეტ ამოცანაზე და დასასწავლ მონაცემთა ანაკრების სტრუქტურაზე. როგორც ადრე ავღნიშნავდით სამშრიანი ნეირონული ქსელის მეშვეობით შესაძლებელია ნებისმიერი ფუნქციის აპროქსიმაცია წინასწარ მოცემული სიზუსტით. ამასთან აპროქსიმაციის სიზუსტე დამოკიდებულია ფარულ შრეში ნეირონების რაოდენობაზე.



ნახ 2.3: ნეირონული ქსელის დასწავლა ა) - ქსელს გააჩნია 5 ფარული ნეირონი, ბ) - ქსელს გააჩნია 20 ფარული ნეირონი

რაც უფრო მეტია ფარულ შრეში ნეირონების რაოდენობა, მით უფო დიდია მიღწეული სიზუსტე. მაგრამ ფარულ შრეში ნეირონები ძალიან დიდი რაოდენობის შემთხვევაში შეიძლება მოხდეს მოვლენა რომელსაც ნეირონული ქსელის გადასწავლება<sup>1</sup> ეწოდება. ნახ 2.3 მოყვანილია ფუნქციის აპროქსიმაციის მიზნით ნეირონული ქსელის დასწავლის მაგალითები. ნახ 2.3 ა) ახასიათებს ქსელს ფარულ

<sup>1</sup> გადასწავლება (ინგლ overtrained) – „ზედმეტი“ სწავლება რომლის შედეგადაც თვისობრივად ახალი მაგალითები (სახეები) აღარ აღიქმება

შრეში 5 ხოლო ნახ 2.3 ბ) ფარულ შრეში 20 ნეირონული ელემენტით. ამასთან სასწავლი მონაცემთა ანაკრები ერთნაირია. როგორც ნახატიდან ჩანს ნეირონული ქსელი 5 ფარული ნეირონით საკმაოდ ზუსტად ახდენს ფუნქციის აპროქსიმაციას იმ მონაცემებზე, რომლებიც არ შედიოდა დასწავლის ანაკრებში. ნეირონული ქსელი 20 ფარული ნეირონით ფუნქციის აპროქსიმაციას კარგად ახდენს მხოლოდ სასწავლო ნანკრების მონაცემებზე. აქედან ჩანს რომ ფარულ შრეში ნეირონები ძალიან დიდი რაოდენობა აუარესებს ნეირონული ქსელი განზოგადების თვისებებს. ამიტომ ფარულ შრეში ნეირონების რაოდენობა უნდა იყოს სასწავლო ანაკრებში მონაცემთა რაოდენობაზე ნაკლები. მეორეს მხვრივ ფარულ შრეში ნეირონების მცირე რაოდენობის შემთხვევაში შეიძლება მოვხვდეთ არასასურველ ლოკალურ მინიმუმში ან დასწავლი პროცესი ძალიან გაჭიანურდეს. ამიტომ აქ აუცილებელია გარკვეული კომპრომისი.

აუცილებელი სიზუსტისა და განზოგადების მიღწევის მიზნით შეიძლება გამოყენებული იქნას ნეირონული ქსელის ორი ფარული შრით, მაგრამ მხედველობაში უნდა ვიქონიოთ, რომ ასეთი ქსელის დასწავლის დრო საგრძნობლად დიდია.

როგორც ადრე აღინიშნა გრადიენტული დაშვების მეთოდის ერთ-ერთი ხარვეზი წარმოადგენდა მის ლოკალურ მინიმუმებზე „გაჭედვაში“. ამ ხარვეზის განეიტრალების მიზნით შეიძლება გამოყენებული იქნას ე.წ. „მძიმე ბურთულას“ მეთოდი [54], [31]. ამ შემთხვევაში ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების მოდიფიცირება მოხდება შემდეგი გამოსახულების თანახმად:

$$\Delta w_{ij}(t + 1) = -\alpha \gamma_j F'(S_j) y_i + \gamma \Delta w_{ij}(t)$$

სადაც  $\gamma$  – არის მუდმივა, რომელსაც მომენტის პარამეტრი ეწოდება.

მომენტის პარამეტრის მნიშვნელობა აიღება  $[0,1]$  დიაპაზონიდან. მოცემული პარამეტრის შემოღება საშუალებას გვაძლევს გამოვიდეთ მცირე ლოკალური მინიმუმებიდან.

ჩატარებული მსჯელობის შედეგად შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

1. ნეირონულ ქსელს რომელსაც გააჩნია ერთი ფარული შრე შეუძლია ასახოს ნებისმიერი შემავალი სიგნალები ნებისმიერ გამომავალ სიგნალებში

2. ნეირონების რაოდენობა შუალედურ (ფარულ) ფენაში უნდა იყოს სასწავლო მონაცემთა ანაკრებში არსებულ მონაცემებზე ნაკლები.

3. ნეირონული ქსელის სიმძლავრე შეიძლება გაზრდილი იქნას, როგორც ფარულ შრეში ნეირონების რაოდენობით, ასევე ფარული შრეების რაოდენობის გაზრდით. თუ ნეირონულ ქსელზე გავლენას ახდენს #2 პუნქტი და ის ვერ წყვეტს დასმულ ამოცანას, მაშინ უნდა გაიზარდოს ნეირონული ქსელის ფარული შრეების რაოდენობა.

4. ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების შემთხვევითი საწყისი ინიციალიზაცია უნდა ხდებოდეს საკმაოდ ვიწრო დიაპაზონში.

### 2.3.1 დასწავლის ადაპტური სიჩქარე აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციისათვის

ადრე აღნიშნული იყო, რომ ცდომილების უკუგავრცელების სტანდარტულ ალგორითმში არსებობდა დასწავლის სასურველი სიჩქარის არჩევის პრობლემა, ალგორითმის სწრაფქმედების გაზრდისა და კრებადობის უზრუნველყოფის მიზნით. დასწავლის ადაპტური  $\alpha$  სიჩქარის არჩევის მიზნით შეიძლება გამოყენებული იქნას [8] უსწრაფესი დაშვების ალგორითმი. ამ ალგორითმის თანახმად ნეირონული ქსელის დასწავლის ყოველ იტერაციზე ყოველი შრისათვის დასწავლის სიჩქარე ისეთ ნეირად უნდა შეირჩეს, რომ მოხდეს ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაცია:

$$\alpha(t) = \min E(y_j(t + 1)),$$

სადაც  $j = \overline{1, m}$ ,  $m$  - ნეირონების რაოდენობაა ქსელის უკანასკნელ შრეში.

$j$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა დამოკიდებულია ნეირონული ელემენტების აქტივაციის ფუნქციაზე და ზოგად შემთხვევაში შემდეგნაირად განიმარტება:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) - \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial w_{ij}(t)}, \quad (2.5)$$

$$T_j(t + 1) = T_j(t) - \alpha(t) \frac{\partial E}{\partial T_j(t)}. \quad (2.6)$$

ნეირონული ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილება იქნება:



$$E = \frac{1}{2} \sum_j (y_j - t_j)^2.$$

მაშინ  $\alpha(t)$ -ს პოვნისათვის (ამონახსენისათვის) აუცილებელია შემდეგი განტოლების ამოხსნა:

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_j(t+1)} \cdot \frac{\partial y_j(t+1)}{\partial \alpha(t)}$$

მოცემული განტოლება შეუძლებელია ანალიტიკური მეთოდებით ამოხსნილი იქნას  $\alpha(t)$ -ს მიმართ. ამიტომ [54] ნაშრომში დასწავლის ადაპტური სიჩქარის პოვნის მიზნით შემოთავაზებულია წრფივი დაშვების მეთოდების გამოყენება. მაგრამ ეს დაკავშირებულია დიდი მოცულობის გამოთვლებთან. ამიტომ შეიძლება შევთავაზოთ  $\alpha(t)$ -ს პოვნის მიახლოებითი მეთოდი, რომელიც დამყარებულია ნეირონული ელემენტის აქტივაციის ფუნქციის ტეილორის მწკრივში გაშლაზე. გნვიხილოთ ეს მეთოდი უფრო დაწვრილებით.

ვთქვათ ნეირონული ქსელის უკანასკნელი შრის  $j$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$y_j(t) = F(S_j(t)),$$

$$s_j(t) = \sum_i y_i(t)w_{ij}(t) - T_j(t). \quad (2.7)$$

სადაც  $y_i(t)$  -ფარული შრის  $i$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობაა.

$j$ -ური ნეირონის  $t+1$  მომენტში გამოსავალი მნიშვნელობის გასაგებად (2.7) შევიტანოთ (2.5) და (2.6):

$$S_j(t+1) = \sum_i y_i \left( w_{ij} - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \right) - T_j + \alpha \frac{\partial E}{\partial T_j} =$$

$$= \sum_i y_i w_{ij} - T_j + \alpha \cdot \left( \sum_j y_j \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} - \frac{\partial E}{\partial T_j} \right). \quad (2.8)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნები

$$a_j = \sum_j y_j \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} - \frac{\partial E}{\partial T_j} \quad (2.9)$$

მაშინ (2.8) გამოსახულება შეიძლება შემდეგი სახით წარმოვედგინოთ:

$$S_j(t+1) = S_j(t) - \alpha \cdot a_j. \quad (2.10)$$

( $t+1$ ) მომენტისათვის  $j$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობა ტოლი იქნება:

$$y_j(t+1) = F(S_j(t+1)).$$

გავშალოთ ბოლო გამოსახულება ტეილორის მწკრივში პირველი ორი წევრის სიზუსტით:

$$y_j(t+1) = F(0) + F'(0) \cdot F(S_j(t+1)), \quad (2.11)$$

სადაც

$$F'(0) = \frac{\partial F}{\partial S_j},$$

როდესაც  $S_j = 0$ .

(2.11) გამოსახულების (2.10) გამოსახულებაში გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$y_j(t) = F(0) + F'(0) \cdot S_j(t) - \alpha F'(0) a_j \quad (2.12)$$

რადგან

$$y_j(t) = F(0) + F'(0) \cdot S_j(t)$$

მაშინ (2.12) გამოსახულება შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$y_j(t+1) = y_j(t)F(0) - \alpha F'(0) a_j \quad (2.13)$$

დასწავლის ადაპტიური სიჩქარის საპოვნელად უზრუნველყოფილი უნდა იქნას:

$$E = \frac{1}{2} \sum_j (y_j(t+1) - t_j)^2 \rightarrow \min$$

მაშინ

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \sum_j (y_j(t) - t_j - \alpha F'(0) a_j) \cdot (-F'(0) a_j) = 0$$

უკანასკნელი გამოსახულებიდან გამოვსახოთ  $\alpha(t)$ , მივიღებთ:

$$\alpha(t) = \frac{\sum_j (y_j(t) - t_j) a_j}{F'(0) \sum_j a_j^2} \quad (2.14)$$

რადგან  $\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha^2} > 0$  მაშინ მოცემული  $\alpha(t)$  - სათვის მიიღწევა მაშუალო კვადრატული გადახრის მინიმუმი. მოვძებნოთ გამოსახულება  $a_j$  - სათვის. ამისათვის შემოვიღოთ განსაზღვრება:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{\partial y_j}{\partial S_j} \cdot \frac{\partial S_j}{\partial w_{ij}} = (y_j - t_j) F'(S_j) y_j \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial T_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \cdot \frac{\partial y_j}{\partial S_j} \cdot \frac{\partial S_j}{\partial T_j} = -(y_j - t_j) F'(S_j) \quad (2.16)$$

თუ (2.15) და (2.16) ჩავსვამთ (2.9) გამოსახულებაში მივიღებთ:

$$a_j = (1 + \sum_i \gamma_i^2) \cdot (y_j - t_j) \cdot F'(S_j) \quad (2.17)$$

შრეების დამოუკიდებლობის პრინციპიდან გამომდინარე, ვივარაუდოთ, რომ

$$\gamma_j = y_j - t_j \quad (2.18)$$

(2.18) და (2.17)-ის (2.14)-ში გათვალისწინების შედეგად მივიღებთ ნეირონული ქსელის დასწავლის ადაპტური სიჩქარის მიახლოებით მნიშვნელობის გამოსათვლელ გამოსახულებას:

$$\alpha(t) = \frac{\sum_j \gamma_j^2 F'(S_j)}{F'(0) \cdot (1 + \sum_i \gamma_i^2) (\sum_j \gamma_j^2 (F'(S_j))^2)} \quad (2.19)$$

სადაც  $\gamma_j$  – j-ური ნეირონული ელემენტის ცდომილებაა, რომელიც ქსელის სხვადასხვა შრისათვის გამოითვლება (2.1)-ის თანახმად.

განვიხილოთ (2.19) ნეირონის აქტივაციის სხვადასხვა ფუნქციისათვის.

რადგან სიგმოიდალური ფუნქციის წარმოებული:

$$y_j' = F'(S_j) = y_j(1 - y_j),$$

$$y_j'(0) = F'(0) = \frac{1}{4},$$

მაშინ ნეირონული ქსელის დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოსახულება შემდეგნაირად წარმოიდგინება:

$$\alpha(t) = \frac{4 \sum_j \gamma_j^2 y_j(1 - y_j)}{(1 + \sum_i \gamma_i^2) \sum_j \gamma_j^2 y_j^2(1 - y_j)^2}$$

სადაც ფარული შრის j-ური ნეირონული ელემენტის ცდომილება გამოისახება:

$$\gamma_j = \sum_i \gamma_i y_i(1 - y_i) w_{ij}$$

აქ i-ახასიათებს j-ის მიმართ მომდევნო შრეში შემავალ ნეირონებს.

თუ აქტივაციის ფუნქციის როლში ჰიპერბოლური ტანგენსი გვაქვს მაშინ მივიღებთ:

$$y_j' = F'(S_j) = \frac{1}{ch^2(S_j)} = (1 - y_j^2),$$

$$y_j'(0) = F'(0) = 1$$

შესაბამისად

$$\alpha(t) = \frac{\sum_j \gamma_j^2 (1 - y_j^2)}{(1 + \sum_i \gamma_i^2) \sum_j \gamma_j^2 (1 - y_j^2)^2}$$

სადაც ფარული შრის j-ური ნეირონული ელემენტის ცდომილება გამოისახება:

$$\gamma_j = \sum_i \gamma_i (1 - y_i^2) w_{ij}$$

ავლნიშნავთ, რომ ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებებში ნეირონული ქსელის ყოველი შრისათვის  $\alpha(t)$  გამოითვლება ცალკ-ცალკე. როგორც ექსპერიმენტებმა

გვიჩვენა დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოყენების დროს, შეიძლება მიღებული იქნას  $\alpha(t)$ -ს დიდი მნიშვნელობები. ამან შეიძლება მიგვიყვანოს დასწავლის პროცესის დესინქრონიზაციასთან როდესაც ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტები მკვეთრად იცვლებიან გარკვეული მიმართულებით. რის შედეგადაც საშუალო კვადრატული ცდომილების ცვლილებას დროის მიხედვით, რხევითი ხასიათი გაუჩნდება. ამიტომ რეკომენდირებულია შევზღუდოთ  $\alpha(t)$ -ს აბსოლუტური მნიშვნელობის მიხედვით. დასწავლის ადაპტური სიჩქარისათვის ზემოთ მიღებული გამოსახულებები საშუალებას იძლევა საგრძნობლად გავზარდოთ ნეირონული ქსელის დასწავლის სიჩქარე და თავი ავარიდოთ ნეირონული ქსელის დასწავლის სიჩქარის ნებისმიერად შერჩევის პრობლემას. ეს არის საგრძნობი უპირატესობა ცდომილების უკუგავრცელების სტანდარტული ალგორითმთან შედარებით. მართალია დასწავლის მუდმივი სიჩქარის კარგი არჩევანის შემთხვევაში, მოცემული ალგორითმის მუშაობის დრო არ აღემატება გრადიენტული დაშვების ალგორითმის მუშაობის დროს.

ისევე როგორც წრფივი ნეირონული ქსელის შემთხვევაში არსებობს ნეირონული ქსელის ჯგუფური დასწავლის ვარიანტიც. მაშინ დასწავლის ადაპტური სიჩქარის მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებებიდან:

$$\alpha(t) = \frac{\sum_k \sum_j \gamma_j^k \gamma_j^k}{F'(0) \sum_k \sum_j (a_j^k)^2}$$

$$a_j^k = \sum_p \gamma_j^p F'(S_j^p) (1 + \sum_i y_i^p y_i^k)$$

სადაც  $k = \overline{1, L}$ ; L- მონაცემთა სახეების რაოდენობაა, რომელთა ნეირონული ქსელის შესასვლელზე მიწოდების შემდეგ ხდება ნეირონული ქსელის კოეფიციენტებისა და ნეირონების ზღვრული მნიშვნელობების გაწყობა. ეს გამოსახულება (2.19) გამოსახულების ანალოგიურად მიიღება. ამასთან ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების მოდიფიცირება შემდეგნაირად ხდება:

$$w_{ij}(L) = w_{ij}(0) - \alpha(t) \cdot \sum_k y_j^k F'(S_j^k) y_i^k$$

$$T_j(L) = T_j(0) + \alpha(t) \cdot \sum_k y_j^k F'(S_j^k)$$

უკანასკნელი გამოსახულებები შეიძლება გამოყენებული იქნას დასწავლის პაკეტურ რეჟიმში ნეირონული ქსელის წონითი კოეფიციენტების მოდიფიკაციისათვის.

დასწავლის ადაპტური საჩქარისათვის მოყვანილი გამოსახულებები არის მიახლოებით. მათი სიზუსტე განისაზღვრება ტეილორის მწკრივში გაშლით და ამ ოპერაციის შედეგად მიღებული (2.13) გამოსახულებით, აგრეთვე (2.19)-ის გამოყვანის დროს გათვალისწინებული შრეების დამოუკიდებლობის პრინციპით. ეს პრინციპი გულისხმობს ნეირონული ქსელის უკანასკნელ შრისათვის მიღებული შედეგების განზოგადებას ქსელის ყველა სხვა შრისათვის. რასაკვირველია ზოგადი შემთხვევისათვის ეს არ არის აბსოლიტურად სწორი. ამ ხარვეზის აღმოფხვრის მიზნით შეიძლება გამოყენებული იქნას დასწავლის სხვადასხვა სიჩქარე სხვადასხვა შრისათვის. შესაბამისად 2.1 ნახატის ტერმინაზის მიხედვით მივიღებთ [8]:

**მტკიცება 2.1:** ნეირონული ქსელის უკანასკნელი ფარული შრისათვის დასწავლის ადაპტური სიჩქარის მნიშვნელობა შეიძლება შემდეგნაირად იქნას დათვლილი:

$$\alpha_2(t) = \frac{\sum_i C_i \sum_j (y_j - t_j) w_{ij}}{(F'(0))^2 \sum_j (\sum_i C_i w_{ij})^2}$$

სადაც

$$C_i = \gamma_i F'(S_i) (1 + \sum_k y_k^2)$$

აქ  $j$ -ნეირონული ქსელის გამომავალი შრეა,  $i$ -უკანასკნელი ფარული შრე, ხოლო  $k$ -ბოლოს წინა ფარული შრე.

**დამტკიცება.** უკანასკნელი ფარული შრის  $i$ -ური ნეირონისათვის შეწონილი ჯამი (2.7)-ის გათვალისწინებით შეიძლება შემდეგნაირად ჩაიწეროს:

$$S_i(t+1) = S_i(t) - \alpha_2 C_i$$

სადაც

$$C_i = \sum_k y_k \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} - \frac{\partial E}{\partial T_i} = \gamma_i F'(S_i) (1 + \sum_k y_k^2)$$

მაშინ ტეილორის მწკრივში გაშლის შედეგად  $i$ -ური ნეირონის გამოსავალი მნიშვნელობისათვის მივიღებთ:

$$y_i(t+1) = F(0) + F'(0) S_i(t+1)$$

უკანასკნელი გამოსახულების გარდაქმნის შედეგად ვღებულობთ:

$$y_i(t+1) = y_i(t) - \alpha_2 F'(0) C_i \quad (2.20)$$

$j$ -ური ნეირონული ელემენტის შეწონილი ჯამი შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ:

$$S_j(t+1) = \sum_i w_{ij} y_i(t+1) - T_j \quad (2.21)$$

(2.20)-ის (2.21)-ში ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$S_j(t+1) = S_j(t) - \alpha_2 F'(0) \sum_i w_{ij} C_j$$

უკანასკნელი შრის  $j$ -ური ელემენტის გამოსავალი მნიშვნელობა განისაზღვრება შემდეგ ნაირად:

$$y_j(t+1) = y_j(t) + F'(0) S_j(t+1) = y_j(t) - (F'(0))^2 \alpha_2 \sum_j w_{ij} C_j$$

მაშინ

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_2} = \sum_j (y_j(t) - t_j - \alpha_2 (F'(0))^2 \sum_i w_{ij} C_i) \left( -(F'(0))^2 \sum_i w_{ij} C_i \right)$$

უკანასკნელი გამოსახულების ნულზე გატოლებითა და  $\alpha_2(t)$ -ს გამოსახვით მივიღებთ:

$$\alpha_2(t) = \frac{\sum_i C_i \sum_j (y_j - t_j) w_{ij}}{(F'(0))^2 \sum_j (\sum_i C_i w_{ij})^2}$$

რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

**მტკიცება 2.2:** ბოლოსწინა ფარული შრისათვის დასწავლის ადაპტური სიჩქარის მიახლოებითი მნიშვნელობა შეიძლება წარმოდგენილი იქნას შემდეგი სახით:

$$\alpha_2(t) = \frac{\sum_k C_k \sum_i w_{ki} \sum_j (y_j - t_j) w_{ij}}{(F'(0))^3 \sum_j (\sum_i w_{ij} \sum_k C_k w_{ki})^2}$$

სადაც

$$C_k = \gamma_k F'(S_k) (1 + \sum_l y_l^2)$$

უკანასკნელი თეორემა წინა თეორემის ანალოგიურად მტკიცდება.

ზემოთ მოყვანილი გამოსახულებები საშუალებას გვაძლევს შევარჩიოთ ნეირონული ქსელის დასწავლის ადაპტური სიჩქარე ქსელებისათვის, რომლებსაც გააჩნიათ ერთი ან ორი ფარული შრე. მაგრამ სწრაფქმედების თვალსაზრისით დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოსათვლელად უფრო ეფექტურია (2.19) გამოსახულება. რიცხვითი ექსპერიმენტების შედეგები მოყვანილია მომდევნო თავებში.

### 2.3.2 დასწავლა ადრეული გაჩერებით

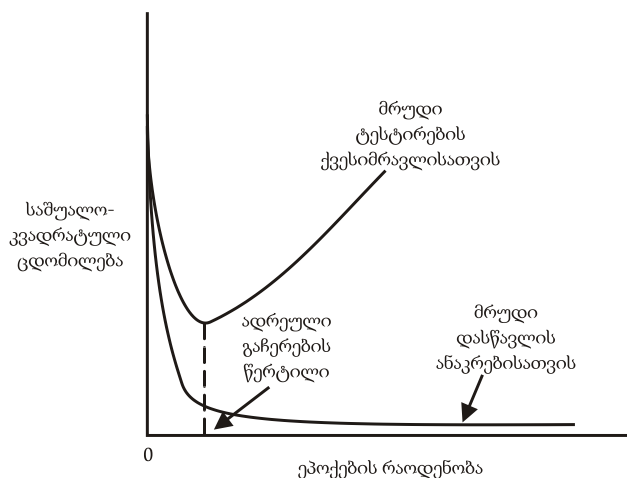
ჩვეულებრივ მრავალშრიანი ნეირონული ქსელის ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმით დასწავლის პროცესი სრულდება მრავალ ეტაპად, მარტივი

ასახვებიდან სულ უფრო რთული ასახვევისაკენ. ეს აიხსნება იმ ფაქტით, რომ ნორმალური პირობების შემთხვევაში საშუალო კვადრატული ცდომილება მცირდება ეპოქების ზრდასთან ერთად. დასწავლის მრუდის ფორმის მიხედვით საკმაოდ რთულია იმ მომენტის დაჭერა, როდესაც აუცილებელია დასწავლის პროცესის შეწყვეტა. თუ დასწავლის პროცესს დროულად არ შევწყვეტთ გაჩნდება საშიშროება ნეირონული ქსელის „გადასწავლების“ [36].

ზედმეტი გადასწავლების სტადიის დადგომა შეიძლება გამოვლენილი იქნას ჯვარედინი შემოწმების გზით, როდესაც მონაცემები იყოფა ორ ქვესიმრავლედ - შეფასებისა და შემოწმების. შეფასების სიმრავლე განკუთვნილია ქსელის ჩვეულებრივი დასწავლისათვის მცირე მოდიფიცირებით: დასწავლის სეანსი გარკვეული პერიოდულობით წყდება, რის შემდეგაც ხდება მისი ტესტირება შემოწმების ქვესიმრავლის ელემენტებზე. შეფასებს-ტესტირების პროცესი უფრო დეტალურად შემდეგნაირად ხდება:

- შეფასების ეტაპის ბოლოს მრავალშრიანი პერსეპტრონის წონითი კოეფიციენტები ფიქსირდება და ქსელი გადაერთვება სიგნალის პირდაპირი გავრცელების რეჟიმში. ქსელის ცდომილება დაითვლება შემოწმების ქვესიმრავლის ყოველი ელემენტისათვის.
- ტესტირების პროცესის შემდეგ დგება ნეირონული ქსელის დასწავლის ახალი ეტაპი, და ყველაფერი მეორდება.

დასწავლის ასეთ პროცედურას ეწოდება დასწავლა ადრეული გაჩერებით. წარმოდგენილი პროცესის გრაფიკული გამოსახულება მოყვანილია 2.4 ნახაზზე



ნახ 2.4: დასწავლის პროცესი ადრეული გაჩერებით

ნახ 2.4-ზე მოყვანილია მრავალშრიანი პრესკტრონის დასწავლის ორი მრუდი. პირველი მიეკუთვნება ცვლილებებს, რომლებიც მოხდა შეფასების ქვესიმრავლეზე, ხოლო მეორე მიეკუთვნება ცვლილებებს - შემოწმების ქვესიმრავლეზე. დასწავლის დასაწყისში ქსელის ცდომილება შეფასებისა და შემოწმების ქვესიმრავლეზე იქნება ერთნაირი. ქსელის დასწავლის პროცესში ცდომილება დაიწყებს კლებას. სანამ დასწავლის პროცესი ამცირებს ქსელის ცდომილებას, შემოწმების ქვესიმრავლეზე მცირდება ქსელის ცდომილება. იმ შემთხვევაში თუ შემოწმების ქვესიმრავლეზე ქსელის ცდომილება დასტაბილურდება ან გაიზრდება ეს ნიშნავს რომ ქსელი ზედმეტად ახლოს ახდენს მონაცემთა აპროქსიმაციას და ქსელის დასწავლის დროს ხდება სასწავლო მონაცემებში არსებული ფონური ხმაურის დასწავლა. ამგვარად შეიძლება გამოვთქვათ ვარაუდი, რომ ტესტირების მრუდის მინიმუმის წერტილი შეიძლება გამოყენებული იქნას, როგორც პრესკტრონის დასწავლის შეწყვეტის კრიტერიუმი.

### 2.3.3 პროგნოზირების ამოცანაში სამიზნე ფუნქციონალის პროგნოზირება

როგორც ზემოდ იყო აღნიშნული, ცდომილების უკუგავრცელების მეთოდით ნეირონული ქსელის დასწავლის მიზანია ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილების შემცირება, რომელიც შემდეგი ფორმულით გამოითვლება:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (d^{(n)} - \hat{z}^{(n)})^2,$$

სადაც  $d^{(n)}$  არის ქსელის სასურველი პასუხი  $n$ -ური მაგალითისათვის, ხოლო  $\hat{z}^{(n)}$  - შესაბამისი პროგნოზირებადი მნიშვნელობა.

ნეირონული ქსელის მოდელირების მიზანს წარმოადგენს ფინანსური ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების პროგნოზირება, რომელთვისაც მნიშვნელოვანია ხარისხიანი პროგნოზის მიღება, როგორც დროითი მწკრივის მნიშვნელობის მიხედვით ასევე ტრენდის მიმართულების მხვრივ.

ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების გაზრდის მიზნით სამიზნე  $E$  ფუნქციონალში შემოვიტანოთ  $\eta$  - საჯარიმო კოეფიციენტი, ამის გათვალისწინებით ქსელის საშუალო კვადრატული ცდომილება გამოითვლება შემდეგნაირად:



$$E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \eta (d^{(n)} - \hat{z}^{(n)})^2$$

სადაც

$$\eta = \begin{cases} \beta, & \text{თუ } (\hat{z}^{(n)} - z^{(n-1)})(z^{(n)} - z^{(n-1)}) \geq 0 \\ 2 - \beta, & \text{თუ } (\hat{z}^{(n)} - z^{(n-1)})(z^{(n)} - z^{(n-1)}) < 0 \end{cases}, \beta \in (0,1).$$

პროგნოზირების შედეგებზე ამ მოდიფიკაციის გავლენის პრაქტიკული შედეგები მოყვანილია 2.4.3 თავში.

## 2.4 რიცხვითი მოდელირება

აქ რეალიზებულია ნეირონული ქსელის მოდელი საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების დინამიკის მოდელირების მიზნით. რეალიზებული ნეირონული ქსელების დასწავლა ხდებოდა ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის საშუალებით. ფორმალიზებულია აგებული ნეირონული სქემების გამოყენების სრული მოდელი საფონდო ბაზრის ინსტრუმენტების დროითი მწკრივების პროგნოზირებისათვის კრძოთ კომანია IBM-ის ჩვეულებრივი აქციების კოტირებათა მაგალითზე (იხ. დანართი A)

პროგნოზირების გაუმჯობესების მიზნით საწყისი დროითი მწკრივი იქნა წინასწარ დამუშავებული. დროითი მწკრივის წინასწარ დამუშავების პროცედურები ანალოგიურია წინმდებარე ნაშრომის 1.4.3 პუნქტში აღწერილი მეთოდიკისა.

### 2.4.1 დასწავლის ოპტიმალური პარამეტრების განსაზღვრა

ნეირონული ქსელის დასწავლის  $\alpha$  სისწრაფისა და  $\gamma$  მოომენტის შეფასების მიზნით შესაძლებელია შემდეგი სამი განსაზღვრიდან გამოვიყენოთ ნებისმიერი:

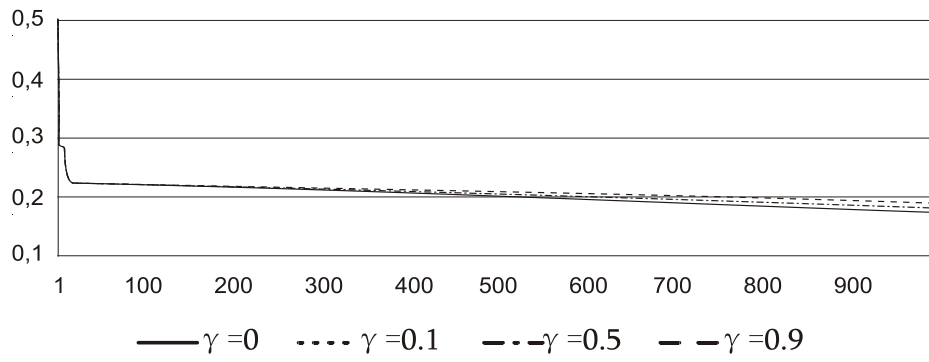
1. ოპტიმალურად ითვლება ისეთი  $\alpha$  და  $\gamma$  რომლის დროსაც, ქსელის კრებადობა ცდომილებათა ზედაპირის გლობალური მინიმუმისაკენ, ეპოქების მინიმალური რაოდენობის პირობებში ხდება საშუალოდ.

2. ოპტიმალურად ითვლება ისეთი  $\alpha$  და  $\gamma$ , რომლის დროსაც ქსელის კრებადობა ცდომილებათა ზედაპირის გლობალური მინიმუმისაკენ, ხდება ეპოქების მინიმალური რაოდენობის პირობებში.

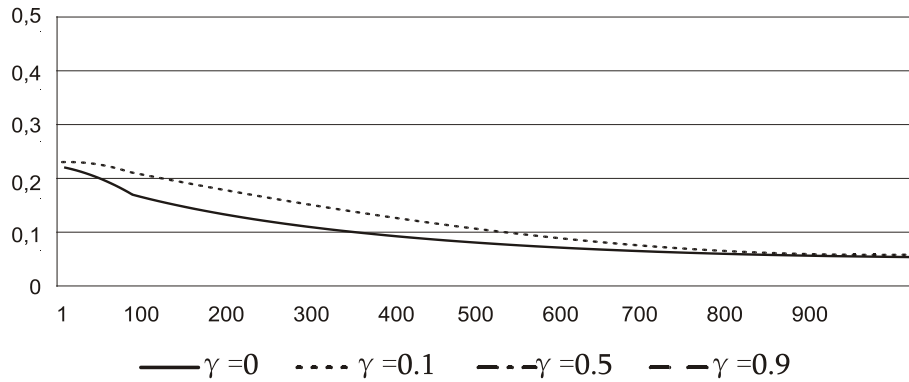
3. ოპტიმალურად ითვლება ისეთი  $\alpha$  და  $\gamma$ , რომლის დროსაც კრებადობის საშუალო კრებადობის მაჩვენებელი საუკეთესო განზოგადოების მქონე თვისებების კონფიგურაციისაკენ შესასვლელი სიგნალების მთელს სივრცეში, მიიღწევა ეპოქების მინიმალური რაოდენობის პირობებში.

მესამე განმარტება არის პრაქტიკისათვის ყველზე ღირებული, მაგრამ მისი გამოყენება ძალიან რთულია, რადგან ქსელის დასწავლის დროს გამოყენებული, საშუალო კვადრატული ცდომილების მინიმიზაცია - ეს ოპტიმალურობის მათემატიკური კრიტერიუმია, მაგრამ მისი შემცირება ყოველთვის არ იწვევს ქსელის განმაზოგადებელი უნარის ზრდას. კვლევის თვალსაზრისით მეორე განმარტება უფრო დიდი ინტერესის გამომწვევია ვიდრე პირველი. მაგალითად [28]-ში წარმოდგენილი იქნა საკმაოდ მრავალმხრივი კვლევის შედეგები, რომელთა მიზანი იყო ქსელის  $\alpha$  დასწავლის სიჩქარის ოპტიმალური მნიშვნელობის დაწყობა, რომლის დროსაც მრავალშრინ პერსეპტრონს ესაჭიროება ეპოქების მინიმალური დრო მოცემული სიზუსტით ფუნქციის აპროქსიმაციისათვის. მაგრამ მიუხედავად ზემოთ აღნიშნულისა  $\alpha$  და  $\gamma$  ოპტიმალური მნიშვნელობათა განსაზღვრის მიზნით გამოიყენება პირველი განმარტება.

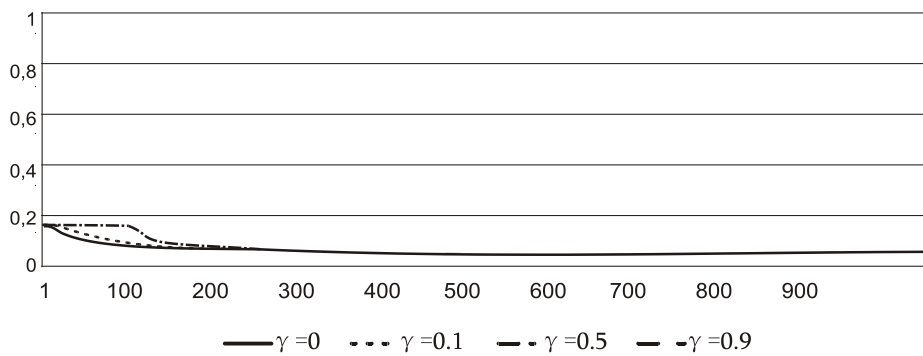
განვიხილოთ მრავალშრიანი ნეირონული ქსელის კრებადობა, რომელსაც აქვს ორი ნეირონი ფარულ შრეში, მოვახდინოთ ქსელის კრებადობის ციჩქარის შესწავლა დასწავლის სიჩქარის  $\alpha \in \{0.01; 0.1; 0.5; 0.9\}$  და მომენტის კონსტანტას  $\gamma \in \{0; 0.1; 0.5; 0.9\}$  ვარირების პირობებში. ქსელის ყოველი კონფიგურაციის დასწავლა ხდება ერთი და იგივე სასწავლო მონაცემების სიმრავლეზე და სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების ერთი და იგივე საწყისი მნიშვნელობებისათვის. დასწავლის პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ საშუალო კვადრატული ცდომილების ცვლილების ინტენსიობა აღემატება 1%, მაგრამ არაუმეტეს 1000 ეპოქა. დასწავლის ასეთი ხანგრძლივობა ნეირონული ქსელის მიერ ცდომილებათა ზედაპირზე რაიმე ლოკალური მინიმუმის მისაღწევად შეიძლება ჩაითვალოს საკმარისად. დასწავლის გასაშუალოებული მრუდები  $\alpha$  პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის ნაჩვენებია ნახ 2.5 (ა)-(გ)



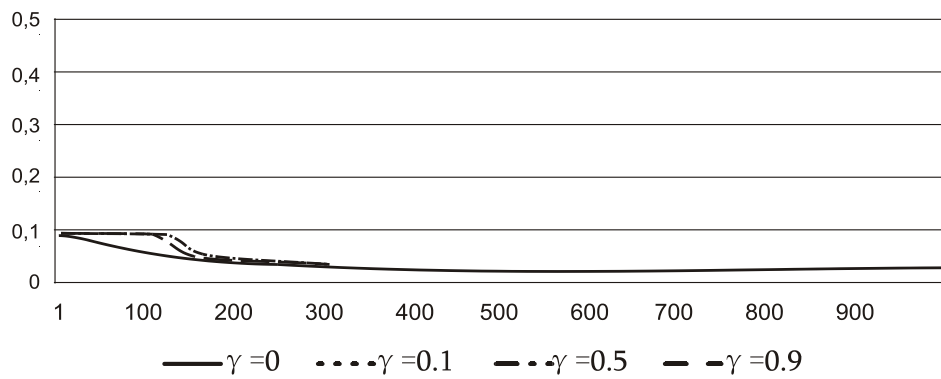
(ა)



(ბ)



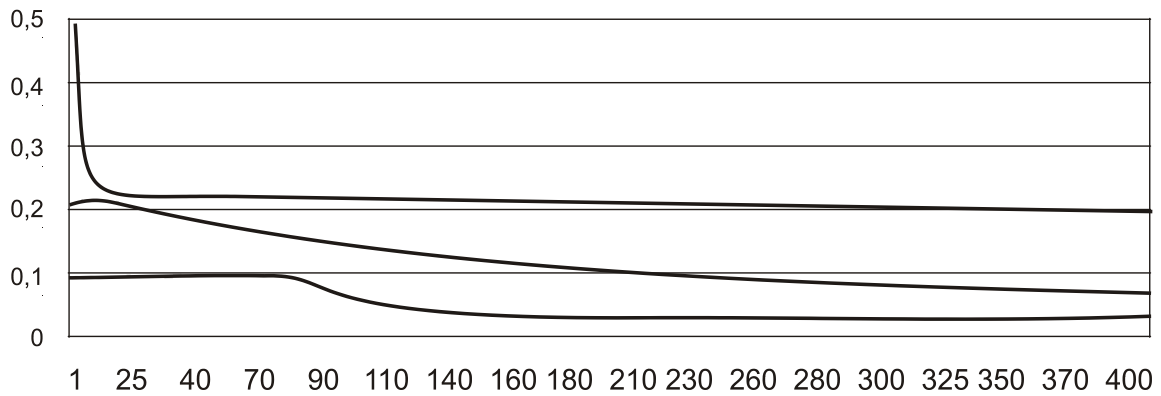
(გ)



(დ)

ნახ 2.5: დასწავლის გასაშუალოებული მრუდები  $\alpha$  და  $\gamma$  -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის:  
 (ა)  $\alpha = 0,01$ ; (ბ)  $\alpha = 0,1$ ; (გ)  $\alpha = 0,5$ ; (დ)  $\alpha = 0,9$

ნახ 2.6 ნაჩვენებია დასწავლის მრუდები დასწავლის დინამიკური სიჩქარის გამოყენების პირობებში.



ნახ 2.6: დასწავლის მრუდები დინამიკური  $\alpha$ -პირობებში და  $\gamma$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის

დასწავლის ექსპერიმენტალური მრუდები ასახავენ ნეირონული ქსელის დასწავლის შემდეგ ტენდენციებს:

- ზოგად შემთხვევაში დასწავლის სიჩქარის მცირე პარამეტრები  $\alpha \rightarrow 0$  უზრუნველყოფენ უფრო ნელ კრებადობას. ამ დროს მომენტის კონსტანტა  $\gamma$  პროცესზე არსებით გავლენას არ ახდენს.
- მომენტის კონსტანტა  $\gamma$ დიდი მნიშვნელობების შერჩევა  $\gamma \rightarrow 1$  ნებისმიერი  $\alpha$  პირობებში იწვევს კრებადობის ციჩქარის ზრდას.
- $\alpha \rightarrow 1$  და  $\gamma \rightarrow 0$  პირობებში იწვევს ქსელის სტაბილურობის ზრდას.
- მომენტისა და დასწავლის სიჩქარის ოპტიმალური მნიშვნელობებს წარმოადგენს  $\alpha_{op}, \gamma_{op} \in (0,1; 0,5)$ . იმ შემთხვევაში, როდესაც  $\gamma = 0$  დასწავლის სიჩქარის ოპტიმალურ მნიშვნელობას წარმოადგენს  $\alpha_{op} \rightarrow 1$ .
- დასწავლის დინამიკური სიჩქარისა და  $\gamma \in (0,1; 0,5)$  გამოყენება საშუალებას იძლევა საშუალოდ დაახლოებით 2.5-ჯერ შევამციროთ ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის კრებადოვისათვის აუცილებელი იტერაციების რაოდენობა.

ასევე აღსანიშნავია, რომ საბოლოო საშუალო კვადრატულ ცდომილება დიდად არ განსხვავდება სხვადასხვა მრუდებისათვის რაც გვაფიქრებინებს, რომ ცდომილებათა ზედაპირი საკმაოდ გლუვია.

დასწავლის  $\varepsilon$  სიზუსტის განსაზღვრის მიზნით გამოიყენებოდა დასწავლის ადრეული გაჩერების მეთოდი. რის შედეგადაც ჩვენს მიერ აღებული მონაცემებისათვის (იხ დანართი A) დასწავლის სიზუსტის ოპტიმალური მნიშვნელობა  $\varepsilon = 0.06$ .

ნეირონების აქტივაციის ფუნქციის შერჩევის მიზნით ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი. მრავალშრიანი ნეირონული ქსელი ერთი ფარული შრით, რომელიც ნეირონების სხვადასხვა აქტივაციის ფუნქციით დაისწავლებოდა  $\gamma = 0.1$  და დასწავლის ადაპტიური სიჩქარით  $\varepsilon = 0.06$  სიზუსტის მიღწევამდე. კრებადობის ყველაზე მაღალი სიჩქარე აჩვენა ნეირონულმა ქსელმა, რომელშიც ნეირონების აქტივაციისათვის იყო გამოყენებული ჰიპერბოლური ტანგენსი.

#### 2.4.2 პროგნოზირება

ჩატარებული კვლევების საფუძველზე განსახილველი დროითი მწკრივისათვის ოპტიმალურ ნეირონულ ქსელს წარმოადგენს ქსელი, რომელსაც გააჩნია შემავალ შრეზე 5 ნეირონი; 2 ნეირონი არის ფარულ შრეში; 1 ნეირონი გამოსავალ შრეში;

განვიხილოთ აღნიშნული სტრუქტურის ნეირონული ქსელი, რომლის დასწავლა ხდებოდა ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმით, მოდელის შემდეგი პარამეტრებისათვის (ცხრილი 2.1):

ცხრილი 2.1:

ნეირონული ქსელის მოდელის ძირითადი პარამეტრები	
პარამეტრის დასახელება	პარამეტრის მნიშვნელობა
წონითი კოეფიციენტები $(w_{ji})^{(0)}$	$ (w_{ji})^{(0)}  < 0,1$
აქტივაციის ფუნქცია	ჰიპერბოლური ტანგენსი
დასწავლის სიჩქარე - $\alpha$	ადაპტიური
$\gamma$ მომენტი	$\gamma = 0,1$
დასწავლის სიზუსტე $\varepsilon$	$\varepsilon = 0,06$
სამიზნე ფუნქციონალი	(2.22) სადაც $\beta = 1$

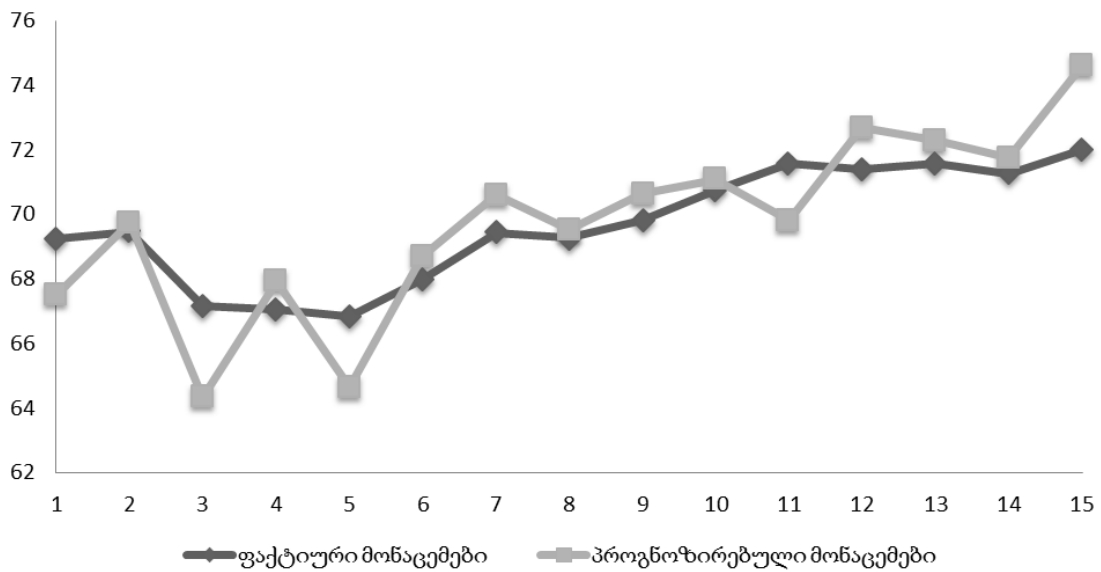
ერთდღიანი პროგნოზის შედეგები მოყვანილია 2.2 ცხრილში და ნახ 2.7.

ცხრილი 2.2

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი			
ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლიტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	72.160	2.91	0.042022
69.47	68.130	1.34	0.019289
67.15	66.620	0.53	0.007893

67.05	64.420	2.63	0.039224
66.82	68.090	1.27	0.019006
67.97	66.620	1.35	0.019862
69.43	69.510	0.08	0.001152
69.26	71.200	1.94	0.02801
69.8	66.760	3.04	0.043553
70.73	70.770	0.04	0.000566
71.58	72.360	0.78	0.010897
71.39	70.130	1.26	0.01765
71.58	74.110	2.53	0.035345
71.26	69.180	2.08	0.029189
72.02	74.580	2.56	0.035546

ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 850. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=2.328\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 52,33%.



ნახ 2.7: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება ერთდღიანი პროგნოზისათვის

გრძელვადიანი პროგნოზის შედეგები მოყვანილია 2.3 ცხრილში და ნახ 2.8.

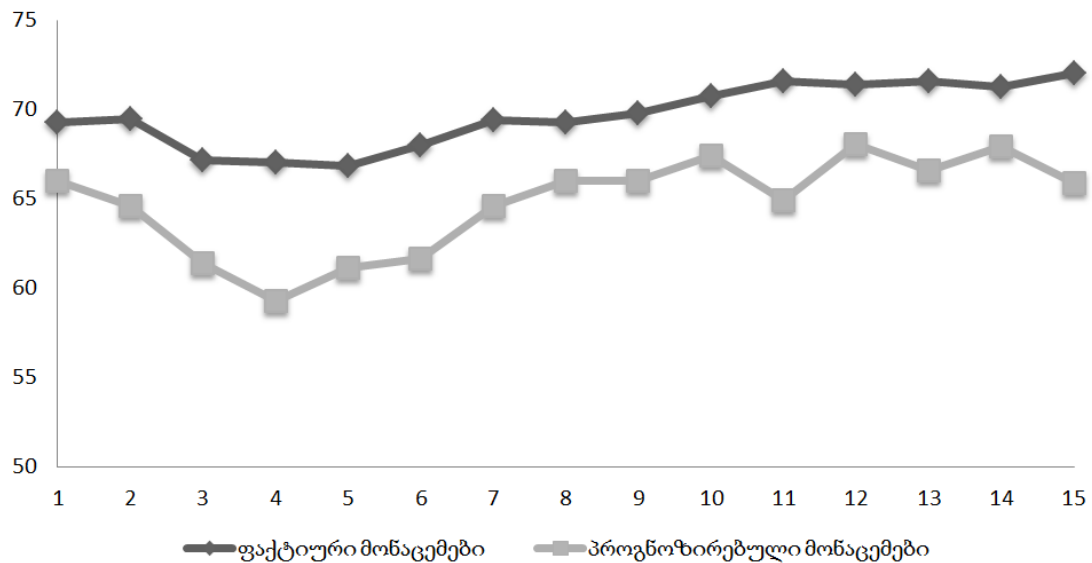
ცხრილი 2.3

გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგი

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლუტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	65.99466	3.255342	0.047009

69.47	64.60116	4.868838	0.070085
67.15	61.41068	5.739316	0.08547
67.05	59.25615	7.793846	0.116239
66.82	61.10889	5.711111	0.08547
67.97	61.63775	6.332248	0.093162
69.43	64.56397	4.866034	0.070085
69.26	66.00419	3.255812	0.047009
69.8	65.98188	3.81812	0.054701
70.73	67.40509	3.324915	0.047009
71.58	64.91144	6.668564	0.093162
71.39	68.03406	3.35594	0.047009
71.58	66.56328	5.016718	0.070085
71.26	67.91017	3.349829	0.047009
72.02	65.86444	6.155556	0.08547

ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 912. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=7.06\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 66,67%.

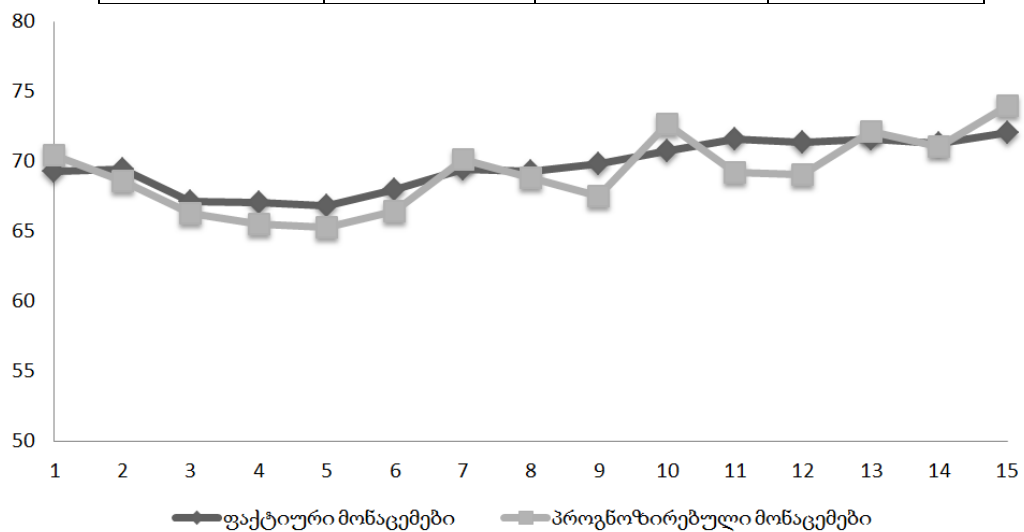


ნახ 2.8: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება გრძელვადიანი პროგნოზისათვის

სამიზნე ფუნქციონალის ნეირონული ქსელის დასწავლის პროცესზე და პროგნოზირების ხარისხზე გავლენის შესწავლის მიზნით, შესრულებულია ნეირონული ქსელის მოდელირება (2.22) ფორმულით განსაზღვრული სამიზნე ფუნქციონალისათვის, სადაც  $\beta = 0.5$ . ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი მოყვანილია ნახატი 2.9 და ცხრილი 2.4.

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლიტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	70.435	1.185	0.0171
69.47	68.5753	0.8947	0.0129
67.15	66.2785	0.8715	0.0130
67.05	65.509	1.541	0.0230
66.82	65.2836	1.5364	0.0230
67.97	66.4106	1.5594	0.0229
69.43	70.1243	0.6943	0.0100
69.26	68.8	0.46	0.0066
69.8	67.506	2.294	0.0329
70.73	72.6519	1.9219	0.0272
71.58	69.2326	2.3474	0.0328
71.39	69.0483	2.3417	0.0328
71.58	72.0958	0.5158	0.0072
71.26	71.06	0.2	0.0028
72.02	73.9806	1.9606	0.0272



ნახ 2.7: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება ერთდღიანი პროგნოზისათვის

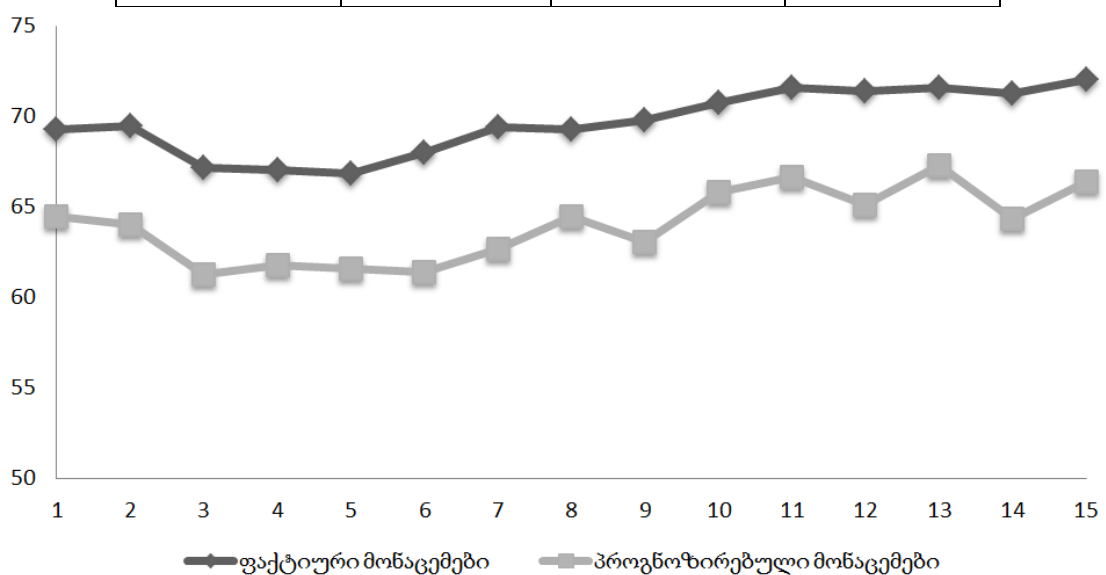
ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 1062. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=1.942\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 73,33%.

გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგები მოყვანილია ნახატი 2.10 და ცხრილი 2.5.



## გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგი

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლიტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	64.452	4.798	0.0693
69.47	64.0166	5.4534	0.0785
67.15	61.2599	5.8901	0.0877
67.05	61.7866	5.2634	0.0785
66.82	61.5746	5.2454	0.0785
67.97	61.3817	6.5883	0.0969
69.43	62.7002	6.7298	0.0969
69.26	64.4613	4.7987	0.0693
69.8	63.0343	6.7657	0.0969
70.73	65.8295	4.9005	0.0693
71.58	66.6206	4.9594	0.0693
71.39	65.128	6.262	0.0877
71.58	67.2802	4.2998	0.0601
71.26	64.3528	6.9072	0.0969
72.02	66.3664	5.6536	0.0785

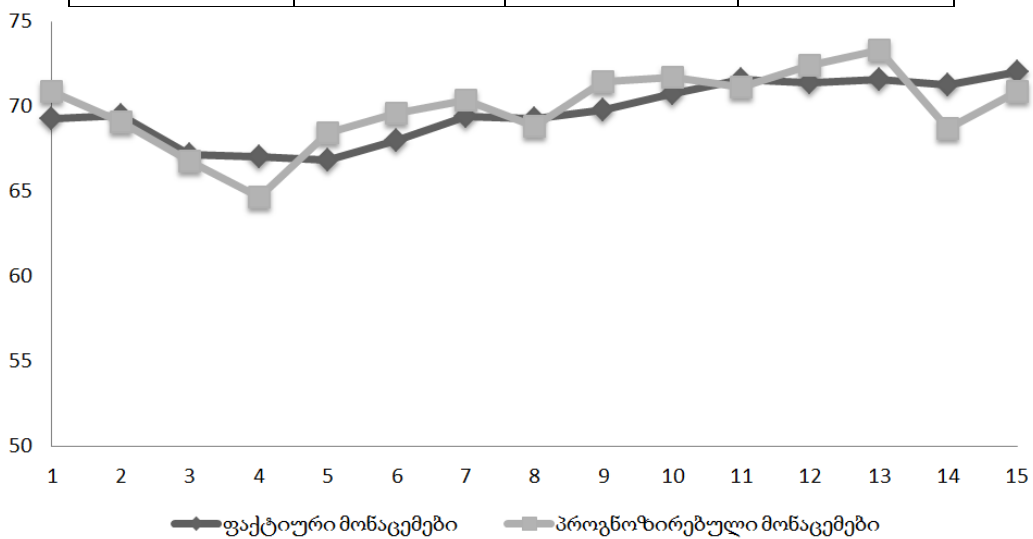


ნახ 2.10: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება გრძელვადიანი პროგნოზისათვის

ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 1175. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=8.096\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე  $65,57\%$ .

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგები

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლუტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	70.8999	1.6499	0.023825
69.47	69.0535	0.4165	0.005995
67.15	66.7474	0.4026	0.005996
67.05	64.6486	2.4014	0.035815
66.82	68.412	1.592	0.023825
67.97	69.5894	1.6194	0.023825
69.43	70.394	0.964	0.013884
69.26	68.8448	0.4152	0.005995
69.8	71.463	1.663	0.023825
70.73	71.7121	0.9821	0.013885
71.58	71.1509	0.4291	0.005995
71.39	72.3813	0.9913	0.013886
71.58	73.2854	1.7054	0.023825
71.26	68.7078	2.5522	0.035815
72.02	70.8724	1.1476	0.015934



ნახ 2.11 დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება ერთდღიანი პროგნოზისათვის

ნეირონული ქსელის დასწავლის სიჩქარეზე ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების დიაპაზონის გავლენის შესწავლის მიზნით ჩატარებული იქნა ნეირონული ქსელის მოდელირება (2.22)-ით განზაზღვრული სამიზნე ფუნქციონალის,  $\beta = 0.5$  და  $(w_{ij})^{(0)} \in [-0.1, 0.1]$  პირობებში. ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგი მოყვანილია ნახატი 2.11 და ცხრილი 2.6.

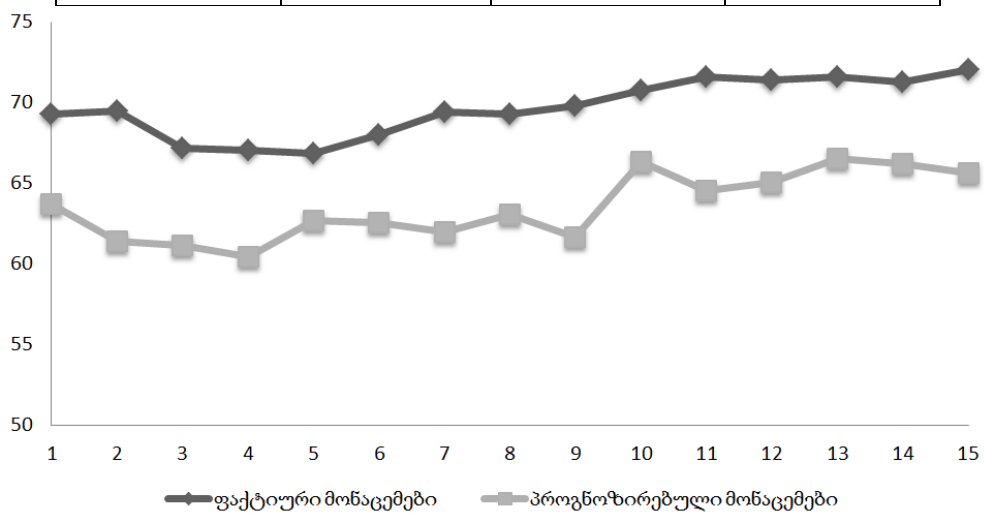
ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 2514. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=1.815\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 66,33%.

გრძელვადიანი პროგნოზის შედეგები მოყვანილია 2.7 ცხრილში და ნახ 2.12.

ცხრილი 2.7

გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგები

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლუტური ცდომილება	ვარდობითი ცდომილება
69.25	63.7036	5.5464	0.0801
69.47	61.3751	8.0949	0.1165
67.15	61.1602	5.9898	0.0892
67.05	60.4584	6.5916	0.0983
66.82	62.6854	4.1346	0.0619
67.97	62.5261	5.4439	0.0801
69.43	61.9721	7.4579	0.1074
69.26	63.082	6.178	0.0892
69.8	61.6666	8.1334	0.1165
70.73	66.3535	4.3765	0.0619
71.58	64.5431	7.0369	0.0983
71.39	65.022	6.368	0.0892
71.58	66.499	5.081	0.0710
71.26	66.2017	5.0583	0.0710
72.02	65.5958	6.4242	0.0892



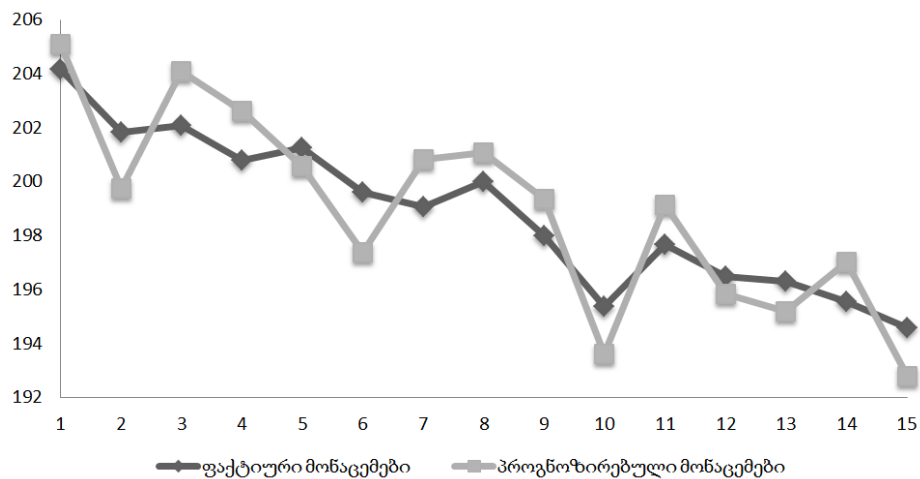
ნახ 2.12: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება გრძელვადიანი პროგნოზისათვის

ეპოქების საშუალო რაოდენობა, რომლის დროსაც ქსელი აღწევს მოცემულ სიზუსტეს შეადგინა 2480. ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული

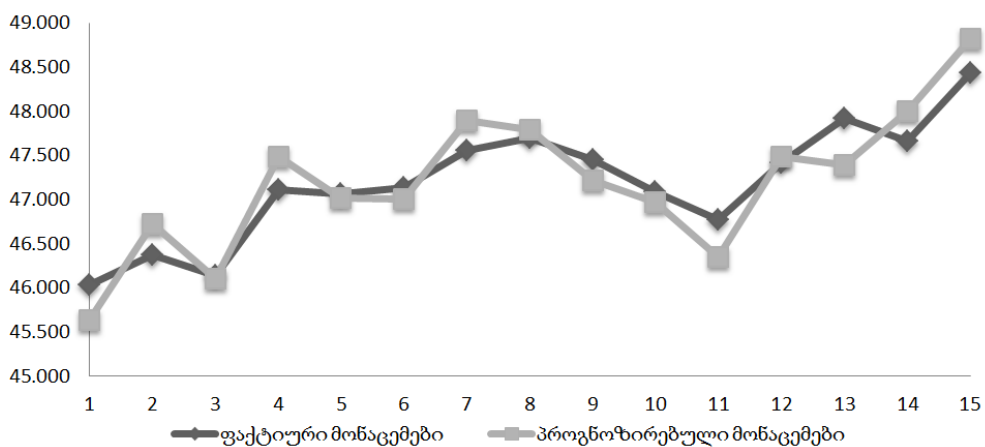
ცდომილება შეადგენს  $E=7.687\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე  $73,57\%$ .

## 2.5 საერთაშორისო საფონდო ბირჟაზე სხვადასხვა ემიტენტის ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირებათა დროითი მწკრივის პროგნოზირების მაგალითები

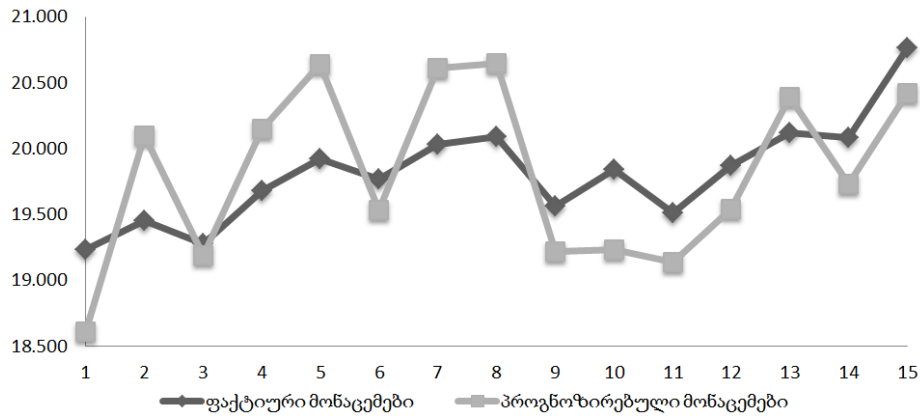
2.13-2.16 ნახატებზე წარმოდგენილია მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების მოდელების მეშვეობით გაკეთებული პროგნოზები საერთაშორისო საფონდო ბირჟის სხვადასხვა ემიტენტის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებების დროითი მწკრივებისათვის. ყოველ განხილულ მაგალითში ნეირონული ქსელის დასწავლა ხდებოდა დასწავლის ადაპტური სიჩქარის გამოყენებით და სამიზნე ფუნქციონალში  $\beta = 0.5$ .



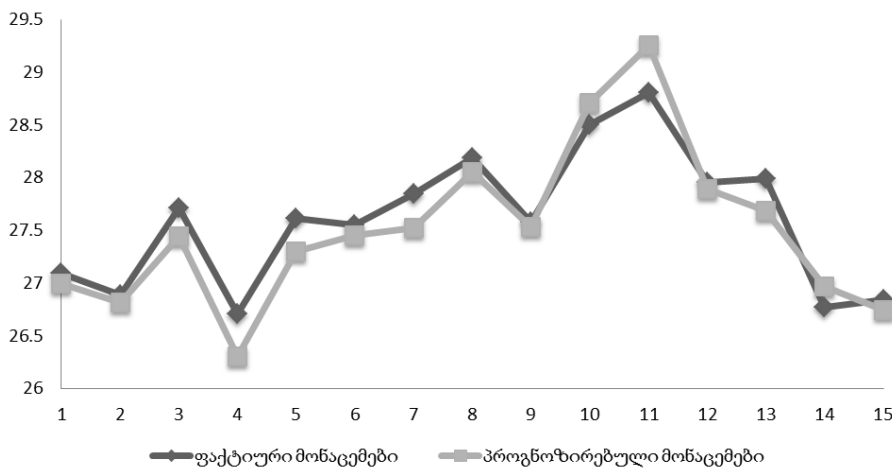
ნახ 2.13 The British Airways Group-სათვის გაკეთებული პროგნოზირება. ნეირონული ქსელის მოდელი 5:3:2:1,  $E=0.744\%$ ; ტრენდის პროგნოზირება  $73\%$



ნახ 2.14 The Walt Disney Company -სათვის გაკეთებული პროგნოზირება. ნეირონული ქსელის მოდელი 5:3:2:1,  $E=0.61\%$ ; ტრენდის პროგნოზირება  $71\%$



ნახ 2.15 General Electric -სათვის გაკეტებული პროგნოზირება. ნეირონული ქსელის მოდელი 5:3:2:1, E=2.202%; ტრენდის პროგნოზირება 65%



ნახ 2.16 Citigroup Inc.-სათვის გაკეტებული პროგნოზირება. ნეირონული ქსელის მოდელი 5:3:2:1, E=0.749%; ტრენდის პროგნოზირება 78%

## 2.6 ნეირონული ქსელები რადიალური ბაზისული ფუნქციების საფუძველზე

რადიალურ ბაზისული ფუნქციებზე დაფუძნებული ნეირონული ქსელების საბასისო არქიტექტურა გულისხმობს ნეირონულ ქსელში სამი სხვადასხვა ფუნქციონალური დატვირთვის მქონე შრის არსებობას. შემავალი შრე შედგება სენსორული ელემენტებისაგან, რომლებიც აკავშირებენ ქსელს გარე სამყაროსთან. მეორე შრე არის ქსელის ერთადერთი ფარული შრე. ის ასრულებს შემავალი სივრცის ფარულ სივრცეში არაწრფივ გარდაქმნას. რეალიზაციების უმეტესობაში ფარულ სივრცეს უფრო დიდი განზომილება აქვს, ვიდრე შემავალს. არაწრფივი და წრფივი გარდაქმნის თანმიმდევრული გამოყენების მიზანშეწონილობის მათემატიკური დასაბუთება მოყვანილია [45] ნაშრომში. ასევე მნიშვნელოვანია ავღნიშნოთ ის ფაქტი,

რომ ფარული სივრცის განზომილება უშუალოდ არის დაკავშირებული ქსელის თვისებებთან მოახდინოს „შესასვლელი-გამოსასვლელი“-ის გლუვი ასახვა [59],[62]. რაც უფრო მაღალია ფარული შრის განზომილება, მით უფრო დიდი იქნება აპროქსიმაციის სიზუსტე.

განვიხილოთ პირდაპირი გავრცელების ქსელი, რომელშიც გვაქვს შესასვლელი, ერთი ფარული და გამოსასვლელი შრე, რომელშიც არის ერთი ნეირონი. გამოსასვლელ შრეში ერთი ნეირონი აღებულია ფორმალური მსჯელობის გასამარტივებლად. ეს ქსელი განკუთვნილია შესასვლელი სივრცის ფარულ სივრცეში არაწრფივი ასახვისათვის და რომელსაც შემდგომ მოსდევს ფარული სივრცის გამოსასვლელ სივრცეში წრფივი ასახვა.

$m_0$  – შემავალი სივრცის განზომილებაა. მაშინ ქსელი საზოგადოდ ახდენს  $m_0$  განზომილებიანი შემავალი სივრცის ასახვას ერთგანზომილებიან გამოსავალ სივრცეზე:

$$s: R^{m_0} \rightarrow R^1$$

$S$  ასახვა შეიძლება განხილული იქნას როგორც ჰიპერსიბრტყე  $G \subset R^{m_0+1}$ .  $G$  ზედაპირი არის მრავალგანზომილებიანი გრაფიკი შემავალ სიგნალზე გამომავალი სიგნალის ცვლილების დამოკიდებულებისა. პრაქტიკულ რეალიზაციაში  $G$  არის უცნობი, ხოლო დასასწავლ სიმრავლეს ედება ხმაური. დასწავლისა და განზოგადების ეტაპები შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ [40].

- დასწავლის ეტაპზე  $G$ -ს ოპტიმიზაცია ხდება ცნობილი წერტილოვანი მონაცემების საფუძველზე, რომლებიც ქსელში წარმოდგენილია როგორც „შესასვლელი-გამოსასვლელი“ ტიპის მარკირებული მაგალითები.

- განზოგადების ფაზა ცნობილ მონაცემებს შორის ინტერპოლაციის ექვივალენტურია. ეს ინტერპოლაცია სრულდება შეზღუდულ ზედაპირზე, რომელიც გენერირებულია, როგორც ჰემმარიტი  $G$  - ზედაპირის ოპტიმალური აპროქსიმაცია.

ინტერპოლაციის ამოცანა თავისი საწყისი აზრით შეიძლება შემდეგნაირად წარმოვადგინოთ.

$N$  წერტილისაგან შემდგარი მოცემული  $\{x_i \in R^{m_0} \mid i = 1, 2, \dots, N\}$  სიმრავლისათვის და შესაბამისი  $N$  რაოდენობის  $\{d_i \in R^1 \mid i = 1, 2, \dots, N\}$  ნამდვილი რიცხვისათვის

მოვძებნოთ  $F: R^{m_0} \rightarrow R^1$  ფუნქცია, რომელიც დააკმაყოფილებს ინტერპოლაციის შემდეგ პირობას:

$$F(x_i) = d_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.23)$$

რადიალური ბაზისური ფუნქციების მეთოდი დაიყვანება ისეთი ფუნქციის პოვნაზე, რომელსაც გააჩნია შემდეგი სახე [65]:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N w_i \varphi(\|x - x_i\|) \quad (2.24)$$

სადაც  $\{\varphi(\|x - x_i\|) \mid i = 1, 2, \dots, N\}$  - არის  $N$  რაოდენობის (ჩვეულების არაწრფივი) ფუნქციის სიმრავლე, რომლებსაც ეწოდებათ რადიალურ ბაზისური ფუნქციები. მონაცემთა ცნობილი  $x_i \in R^{m_0} \mid i = 1, 2, \dots, N$  წერტილები აირჩევიან რადიალური ბაზისური ფუნქციების ცენტრებად.

(2.24)-ში (2.23) ინტერპოლაციის პირობის ჩასმის შედეგად მივიღებთ  $\{w_i\}$  წონითი კოეფიციენტებისათვის შემდეგ წრფივ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1N} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \varphi_{N2} & \dots & \varphi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

სადაც

$$\varphi_{ji} = \varphi(\|x - x_i\|), (i, j) = 1, 2, \dots, N \quad (2.26)$$

და

$$d = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T, w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T.$$

$N$  განზომილების  $d$  და  $w$  ვექტორები ქსელის არის შესაბამისად სასურველი რეაქციისა და სინაპსური კვაშირების წონითი კოეფიციენტების ვექტორებია. ხოლო  $\Phi - N \times N$  განზომილების მატრიცა, რომელიც შედგება  $\varphi_{ji}$  ელემენტებისაგან:

$$\Phi = \{\varphi_{ji} \mid (i, j) = 1, 2, \dots, N\} \quad (2.27)$$

ვუწოდოთ მას ინტერპოლაციის მატრიცა. ახლა (2.25) გამოსახულება შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\Phi w = d \quad (2.28)$$

ვვარაუდობთ რა, რომ  $\Phi$  მატრიცა არასინგულარულია (და შესაბამისად მისთვის არსებობს  $\Phi^{-1}$  მატრიცა), შეიძლება შევუდგეთ (2.28) განტოლების ამოხსნას  $w$  ვექტორის მიმართ:

$$w = \Phi^{-1} d \quad (2.29)$$

ამასთან ჩნდება აუცილებლობა დავრწმუნდეთ  $\Phi$  მატრიცის არასინგულარობაში. რადიალური ბაზისური ფუნქციების დიდი კლასისათვის რიგ პირობებში ამ პასუხს იძლევა [60] ნაშრომში მოყვანილი მიჩელი-ის თეორემა:

ვთქვათ  $\{x_i\}_{i=1}^N$ - სხვადასხვა წერტილების ერთობლიობაა  $R^{m_0}$ -დან  $\varphi_{ji} = \varphi(\|x - x_i\|)$  ელემენტებისაგან შემდგარი  $\Phi$  ინტერპოლაციის მატრიცა არის არასინგულარული.

მიჩელი-ის თეორემა მოიცავს რადიალურ ბაზისური ფუნქციების დიდ კლასს. ჩვენთვის ინტერესს წარმოადგენს შემდეგი ფუნქციები:

1. მულტიკვადრატული ფუნქცია

$$\varphi(r) = \sqrt{r^2 + c^2} \text{ ზოგიერთი } c > 0 \text{ და } r \in R. \quad (2.30)$$

2. უკუმულტიკვადრატული ფუნქცია

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + c^2}} \text{ ზოგიერთი } c > 0 \text{ და } r \in R. \quad (2.31)$$

3. გაუსის ფუნქცია

$$\varphi(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \text{ ზოგიერთი } c > 0 \text{ და } r \in R. \quad (2.32)$$

პირდაპირი და უკუ მულტიკვადრატული ფუნქციებისათვის გამოსახულებები მოყვანილია [48]-ის თანახმად.

იმისათვის, რომ (2.30)-(2.32) ფუნქციები იყოს არასინგულარული აუცილებელია, რომ ყველა  $\{x_i\}_{i=1}^N$  წერტილი იყოს სხვადასხვა. შესაბამისად  $\Phi$  მატრიცის არასინგულარობისათვის მეტი არაფერი არ არის აუცილებელი გარდა დასასწავლი მაგალითების  $N$  განზომილების სიმრავლისა და  $m_0$  განზომილების  $x_i$  ვექტორებისა.

(2.31) გამოსახულებით წარმოდგენილი უკუმულტიკვადრატული ფუნქცია და (2.32) ფორმულით წარმოდგენილი გაუსის ფუნქცია შეიძლება ჩაითვალოს ლოკალიზებულიად, რადგან  $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi(r) = 0$ . ამ ორივე შემთხვევაში  $\Phi$  მატრიცა არის დადებითად განსაზღვრული. (2.30) მულტიკვადრატული ფუნქცია არ არის ლოკალიზებული, რადგან ამ შემთხვევაში  $\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi(r) = \infty$  და მისი შესაბამის  $\Phi$  მატრიცას გააჩნია  $N-1$  უარყოფითი საკუთარი მნიშვნელობა და მხოლოდ ერთი დადებითი, შესაბამისად ის არ არის დადებითად განსაზღვრული [60].

რადიალურ ბაზისური ფუნქციები, რომელთა მნიშვნელობა მისწრაფვის უსასრულობისაკენ არგუმენტის ზრდასთან ერთად შეიძლება გამოყენებული იქნას გლუვი ფუნქციების მაღალი სიზუსტით ასახვის დროს [65].



რადიალურ ბაზისური ფუნქციების საფუძველზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელების ოჯახი იმდენად ფართოა, რომ საშუალებას იძლევა საკმაოდ დიდი სიზუსტით მოახდინოს შეზღუდულ სიმრავლეზე ნებისმიერი გლუვი ფუნქციის ასახვა [66].

ვთქვათ  $G: R^{m_0} \rightarrow R$  არის შეზღუდული, უწყვეტი და ინტეგრირებადი ფუნქცია, ისეთი, რომ

$$\int_{R^{m_0}} G(x) dx \neq 0.$$

ვთქვათ  $G_G$  რადიალური ბაზისური ფუნქციების საფუძველზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელების ოჯახია, რომელიც შეიცავს  $G: R^{m_0} \rightarrow R$  და გააჩნია შემდეგი სახე:

$$F(x) = \sum_{i=1}^{m_1} w_i G\left(\frac{x - t_i}{\sigma}\right),$$

სადაც  $\sigma > 0$ ,  $w_i \in R$  და  $t_i \in R^{m_0}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m_1$ . მაშინ სრულდება შემდეგი თეორემა რადიალური ბაზისური ფუნქციებით ფუნქციათა უნივერსალური აპროქსიმაციის შესახებ:

ნებისმიერი უწყვეტი  $f(x)$  ფუნქციისათვის მონახება ისეთი რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელი  $\{t_i\}_{i=1}^N$  ცენტრებითა და  $\sigma > 0$  საერთო სიფართით, რომ ამ ქსელით რეალიზებული  $F(x)$  ფუნქცია იქნება  $f(x)$  ფუნქციასთან ახლო  $L_p$ ,  $p \in [1, \infty]$  ნორმით.

ასეთი სახით ფორმულირებულ აპროქსიმაციის განზოგადებულ თეორემაში არ არის სავალდებულო, რომ  $G: R^{m_0} \rightarrow R$  ბირთვი აუცილებლად აკმაყოფილებდეს რადიალური სიმეტრიის პირობებს. ამრიგად თეორემა არის უფრო მკაცრი ვიდრე ეს აუცილებელია რადიალური ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ქსელებისათვის. რაც უფრო მნიშვნელოვანია ის ქმნის თეორიულ ბაზისს რადიალური ბაზისური ფუნქციების საფუძველზე ხელოვნური ნეირონული ქსელების აგებისა და მათი პრაქტიკაში გამოყენებისათვის [62].

პრაქტიკაში არ არსებობს მონაცემთა უსასრულო ანაკრები, ჩვეულებრივ მკვლევარის განკარგულებაში ხვდება სრულიად განსაზღვრული მოცულობის მონაცემთა სიმრავლე. ანალოგიურად არ არსებობენ უსასრულო გამოთვლითი სიმძლავრის მქონე ნეირონული ქსელები - ის ყოველთვის შეზღუდულია. შესაბამისად სასრულ

მონაცემთა სიმრავლეებზე დასწავლული და ადრე უცნობ მონაცემებზე ტესტირებული ნეირონული ქსელების განზოგადების დროს გვხვდება ორი მომენტი, რომელიც იწვევს შეცდომებს. პირველი მომენტი არის ე.წ. აპროქსიმაციის შეცდომა, რომელიც წარმოიშობა სამიზნე ფუნქციის წარმოდგენისათვის არასაკმარისი ქსელის სიმძლავრის შეზღუდულობის გამო. მეორე მომენტი, შეფასების შეცდომა არის შედეგი სასწავლო ანაკრებში არსებული ინფორმაციის შეზღუდულობისა. ამ გარემოებების გათვალისწინებით [62] ნაშრომში მიღებულია ნეირონული ქსელის განზოგადების ზღვარი, რომელიც შეიძლება გენერირებული იყოს რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ქსელის მიერ.

ვთქვათ  $G$  - არის რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული გაუსური ნეირონული ქსელების კლასი  $m_0$  შემავალი და  $m_1$  ფარული შრით. ვთქვათ  $f(x)$  - არის რეგრესიის ფუნქცია. თუ  $T = \{(x_i, d_i)\}_{i=1}^N$  არის  $f(x)$  ფუნქციაზე დაფუძნებული რეგრესიული მოდელიდან აღებული მონაცემთა შემთხვევითი ანაკრები. მაშინ ნებისმიერი  $\delta \in (0,1]$  მგრძობიარობის მქონე პარამეტრისათვის ქსელის განზოგადების უნარი  $1 - \delta$  ალბათობით ზემოდან შემოსაზღვრულია რიცხვით [62].

$$O\left(\frac{1}{m_1}\right) + O\left(\frac{m_0 m_1}{N} \log(m_1 N) + \frac{1}{N} \log\left(\frac{1}{\delta}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \quad (2.33)$$

(2.33) გამოსახულებიდან შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

- განზოგადების ცდომილება მისწრაფვის ნულისაკენ მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ  $m_1$  ფარული ელემენტების რაოდენობა იზრდება უფრო ნელა ვიდრე სასწავლო მონაცემთა ანაკრებში მონაცემთა რაოდენობა  $N$ .

- $N$  ფიქსირებული სასწავლო მაგალითებისათვის ქსელის ფარული ელემენტების  $m_1^*$  ოპტიმალური რაოდენობა იქცევა (2.34) შესაბამისად:

$$m_1^* \propto N^{\frac{1}{3}}. \quad (2.34)$$

- რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელები უზრუნველყოფენ  $O(1/m_1)$  რიგის აპროქსიმაციის სიჩქარეს, რაც ახლოსაა [39] მიღებული მრავალშრიანი პერსეპტრონისათვის.

რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ქსელები და მრავალშრიანი პერსეპტრონი წარმოადგენენ პირდაპირი გავრცელების ნეირონული ქსელების მაგალითს. როგორც პირველი ასევე მეორე არის უნივერსალური აპროქსიმატორი.

ამრიგად ყოველთვის არსებობს ხელოვნური ნეირონული ქსელი აგებული რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე, რომელსაც შეუძლია მრავალშრიანი პერსეპტრონის მუშაობის იმიტაცია (და პირიქით). მაგრამ ეს ორივე ტიპის ქსელი განსხვავდება რამოდენიმე მნიშვნელოვანი ასპექტით.

1. რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ქსელებს გააჩნიათ ერთი ფარული შრე, როდესაც მრავალშრიან პერსეპტრონს შეიძლება ჰქონდეს ფარული შრეების დიდი რაოდენობა.

2. ჩვეულებრივ მრავალშრიანი პერსეპტრონის ნეირონული ელემენტები, რომლებიც განლაგებულია ფარულ და გამოსასვლელ შრეებში იყენებენ ნეირონის ერთი და იგივე მოდელს. მეორესმხრივ რადიალური ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელის ფარული შრის ელემენტები შეიძლება განსხვავდებოდნენ გამოსავალი შრის ელემენტებისაგან.

3. რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელის ფარული შრე არის არაწრფივი, როდესაც გამომავალი შრე არის წრფივი ელემენტებისაგან შემდგარი. ამავე დროს მრავალშრიანი პერსეპტრონის ფარული და გამოსავალი შრე არის არაწრფივი. იმ შემთხვევაში თუ მრავალშრიანი პერსეპტრონი გამოიყენება არაწრფივი რეგრესიის ამოცანებისათვის, გამოსავალი შრის კვანძებისათვის ირჩევენ წრფივ ნეირონებს.

4. რადიალური ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელის ყოველი ფარული ნეირონის აქტივაციის ფუნქციის არგუმენტი წარმოადგენს ევკლიდესეულ ნორმას (მანძილს) შემავალ ვექტორსა და რადიალური ფუნქციის ცენტრს შორის. ამავე დროს ყოველი ფარული ნეირონის აქტივაციის ფუნქციის არგუმენტი მრავალშრიანი პერსეპტრონში - არის სკალარული ნამრავლი შემომავალი ვექტორისა შესაბამისი ნეირონის სინაპტიკური კავშირების ვექტორს შორის.

5. მრავალშრიანი პერსეპტრონი უზრუნველყოფს არაწრფივი ასახვის გლობალური აპროქსიმაციას. მეორესმხრივ რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ქსელი ექსპონენციალურად კლებადი ლოკალიზებული არაწრფივობების მეშვეობით (ანუ გაუსის ფუნქცია) ქმნის არაწრფივი ასახვის ლოკალურ აპროქსიმაციას.

ეს თავის მხრივ ნიშნავს, რომ ერთნაირი სიზუსტის პირობებში, მრავალშრიანი პერსეპტრონის მეშვეობით არაწრფივი ასახვის აპროქსიმაციის მიზნით

შესაძლოა აუცილებელი გახდეს პარამეტრების ნაკლები რაოდენობა ვიდრე რადიალურ ბაზური ბუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელისათვის.

რადიალურ ბაზური ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის გამომავალი შრის წრფივი მახასიათებლები ნიშნავს, რომ ეს ქსელები უფრო მჭიდროდაა დაკავშირებული როზენბლატის პერსეპტრონთან ვიდრე მრავალშრიან პერსეპტრონთან. მაგრამ მიუხედავად ამისა რადიალურ ბაზური ფუნქციებზე აგებული ქსელები განსხვავდებიან ამ პერსეპტრონისაგან იმით, რომ შეუძლიათ შემომავალი სივრცის არაწრფივი გარდაქმნა. ეს იყო კარგად ნაჩვენები XOR ამოცანის რეალიზაციის დროს, რომლის გადაწყვეტა არ შეუძლია არცერთ სხვა პერსეპტრონს გარდა რადიალურ ბაზური ფუნქციებზე აგებული ქსელებისა.

## 2.7 რადიალურ-ბაზური ფუნქციებზე აგებული ქსელების დასწავლის სტრატეგიები

რადიალურ-ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლის სტრატეგიების განხილვა მისი თეორიული ბაზისისაგან გამოუკიდებლად შემდეგნაირად შეიძლება შეიძლება. ქსელის გამოსავალ კვანძებთან დაკავშირებული წრფივი კოეფიციენტები შეიძლება იცვლებოდეს სხვა „როით მაშტაბში“ ვიდრე არასრფივ ელემენტებთან დაკავშირებული წონითი კოეფიციენტები. თუ ფარულ შრესთან დაკავშირებული აქტივაციის ფუნქციები ნელა იცვლება მაშინ გამოსავალი შრის ელემენტების წონითი კოეფიციენტები ოპტიმიზაციის წრფივი სტრატეგიის გამოყენებით იცვლება საკმაოდ ჩქარა. აქ უნდა აღინიშნოს, რომ რადიალურ ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ნეირონული ქსელის ყველა შრე ემსახურება სხვადასხვა ამოცანებს, ამიტომ მიზანშეწონილია განვაცალკევოთ გამოსავალი შრისა და ფარული შრის ელემენტების ოპტიმიზაციის პროცესი ერთმანეთისაგან. გამოვიყენოთ მათთვის სხვადასხვა მეთოდები და შესაძლოა დროის სხვადასხვა მაშტაბი [57]

არსებობს ასეთი ქსელები დასწავლის სხვადასხვა სტრატეგიები რომლებიც დამოკიდებულია რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრების განსაზღვრაზე.

### 2.7.1 ფიქსირებული ცენტრების შემთხვევითი არჩევა.

უმარტივესი მიდგომა გულისხმობს ფარული ელემენტების აქტივაციისათვის ფიქსირებული რადიალური ბაზისური ფუნქციების გამოყენებას. ცენტრების განლაგება შესაძლებელია შემთხვევითად იყოს აღებული დასწავლის მონაცემთა სიმრავლიდან. ასეთი მიდგომა ითვლება „მეძნობიარედ“ და მოითხოვს განსახილველი ამოცანის შესაბამისად სასწავლო მონაცემთა ანაკრების წარმომადგენლობით განაწილებას [56]. რაც შეეხება რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებს მათი რეალიზაციისათვის შესაძლებელია გაუსის იზოტროპული ფუნქციების გამოყენება, რადგან მათი სტანდარტული გადახრა ცენტრების გაბნევისთან მიმართებაში არის ფიქსირებული. კერძოდ ნორმალიზებული რადიალური ბაზისური ბუნქცია რომლის ცენტრია  $t_i$  წერტილი შიძლება შემდეგ ნაირად განვმარტოთ

$$G(\|x - t_i\|^2) = \exp\left(\frac{m_1}{d_{max}^2} \|x - t_i\|^2\right), i = 1, 2, \dots, m_1,$$

სადაც  $m_1$  - ცენტრების რაოდენობაა;  $d_{max}^2$  - მაქსიმალური მანძილია ამორჩეულ ცენტრებს შორის. შედეგად სტანდარტული გადახრა (ანუ სიფართე) ყველა გაუსის რადიალურ ბაზისური ფუნქციის იქნება ფიქსირებული

$$\sigma = \frac{d_{max}}{\sqrt{2m_1}}. \quad (2.35)$$

ეს ფორმულა გარანტიას გვაძლევს, რომ არც ერთი ფუნქცია არ იქნება ზედმეტად გლუვი ან ზედმეტად წვეტიანი. უნდა გვახსოვდეს რომ ეს ორივე ექსტრემალური შემთხვევა თავიდან უნდა იქნას აცილებული. (2.35)-ის ალტერნატივად გაუხშობული არეებისათვის შეიძლება გამოყენებული იქნას დიდი სიგანის ცენტრები, რაც მოითხოვს ექსპერიმენტებს დასასწავლ მონაცემებთან.

ამ მიდგომის გამოყენების დროს ქსელის დასწავლის დროს დასაწყობი ერთადერთი პარამეტრები არის ქსელის ნეირონებს შორის სინაპტიკური კავშირების კოეფიციენტები. მათი დაყოფა ყველაზე მარტივად შეიძლება ე.წ ფსევდოინვერსიის მეთოდით[32]. ვთქვათ:

$$w = G^+ d,$$

სადაც  $d$  - ქსელის სასურველი პასუხის ვექტორია.  $G^+$ - მატრიცა არის  $G$  - მატრიცის ფსევდოინვერსიული მატრიცა რომელიც თავისმხრივ შემდეგნაირად არის განმარტებული

$$G = \{g_{ji}\},$$

სადაც

$$g_{ji} = \exp\left(-\frac{m_1}{d_{max}^2} \|x_j - t_i\|^2\right), j = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, m_1,$$

სადაც  $x_j$  - დასასწავლი სიმრავლის  $j$ -ური ვექტორია.

ფსევდოინვერსიული მატრიცების გამოთვლის ყველა მეთოდის ბაზას წარმოადგენს სინგულარული დეკომპოზიციის მეთოდი [47].

თუ  $G$  -  $N \times M$  განზომილების ნამდვილი მატრიცაა მაშინ არსებობენ ორთოგონალური მატრიცები

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$$

და

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\},$$

ისეთი, რომ

$$U^T G V = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K), K = \min(N, M)$$

სადაც

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_K > 0.$$

$U$  მატრიცის სვეტებს უწოდებენ  $G$  მატრიცის მარცხენა სინგულარულ ვექტორებს, ხოლო  $V$  მატრიცის სვეტებს - მარჯვენა სინგულარულ ვექტორებს.  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K$ -რიცხვებს ეწოდებათ  $G$  მატრიცის სინგულარული მნიშვნელობები. სინგულარული მნიშვნელობებით დეკომპოზიციის თეორემის თანახმად  $N \times M$  განზომილების  $G$  მატრიცის ფსევდოინვერსიული მატრიცა შემდეგნაირად განიმარტება

$$G^+ = V \Sigma^+ U^T,$$

სადაც  $\Sigma^+$  -  $N \times N$  განზომილების მატრიცაა რომელიც გამოისახება  $G$  მატრიცის სინგულარული მნიშვნელობათა ტერმინებში:

$$\Sigma^+ = \text{diag}\left(\frac{1}{\sigma_1}, \frac{1}{\sigma_2}, \dots, \frac{1}{\sigma_K}, 0, \dots, 0\right).$$

ფსევდოინვერსიული მატრიცის გამოთვლის ეფექტური ალგორითმი მოყვნილია [47]-ში.

ცენტრების შემთხვევითი არჩევის მეთოდის პრაქტიკაში გამოყენებამ გვიჩვენა, რომ ეს მეთოდი არ არის მგრძობიარე რეგულარიზაციის გამოყენების მიმართ. ცენტრების შემთხვევითი ამორჩევის მეთოდი შეიძლება გამოყენებული იქნას როგორც რადიალურ ბაზისური ფუნქციების საფუძველზე აგებული ნეირონული ქსელებისათვის რომელთაც გააჩნიათ დიდი მოცულობის საწყისი სასწავლო მონაცემთა მასივი და გულისხმობენ რეგულარიზაციის ჩატარებას[36].

## 2.7.2 ცენტრების არჩევა თვითორგანიზაციის საფუძველზე

ვიქსირებული ცენტრების არჩევის ზემოთ აღწერილი მეთოდის ერთ-ერთ მთავარ ხარვეზს წარმოადგენს დიდი რაოდენობა სადასწავლი მასალის არსებობა. ამ პრობლემისაგან თავის არიდება შესაძლებელია დასწავლის გიბრიდული პროცესი, რომელიც თავისმხვრის ორი ეტაპისაგან შედგება [42],[63], [61].

თვითორგანიზაციაზე დაფუძნებული დასწავლის ეტაპი. მის მიზანს წარმოადგენს ფარული შრის რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრების შესაფერისი ადგილმდებარეობის შეფასება.

დასწავლა მასწავლებლის მეშვეობით. ამ ეტაპზე ქსელის შექმნა სრულდება გამომავალი შრის წრფივი კოეფიციენტების შეფასებით.

ამ ორი ეტაპის რეალიზაციის მიზნით შესაძლებელია გამოყენებული იქნას პაკეტური დამუშავება. მაგრამ უმჯობესია გამოვიყენოთ ადაპტური (ინტერაციული) მეთოდი.

თვითორგანიზაციაზე დაფუძნებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის დასწავლის პროცესის ორგანიზებისათვის აუცილებელია კლასტერიზაციის ალგორითმის შემუშავება, რომელიც გაყოფს მოცემული წერტილების ერთობლიობას ორ მაქსიმალურად ერთგვაროვან ქვეჯგუფად. ერთ-ერთი ასეთი ალგორითმი ცნობილია როგორც კლასტერიზაცია  $k$ -საშუალოების მიხედვით [9]. ამ ალგორითმის თანახმად რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრები განლაგებულია შესავალი  $X$  სივრცის მხოლოდ იმ წერტილებში სადაც არის ინფორმაციულად ღირებული მონაცემები. ვთქვათ  $m_1$  - რადიალურ ბაზისური ფუნქციების რაოდენობაა.  $m_1$ -ის განსაზღვრა ხდება რიცხვითი ექსპერიმენტების საფუძველზე. დავუშვათ, რომ

$\{t_k(n)\}_{i=1}^N$  - რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრებია ალგორითმის  $n$ -ური იტერაციის დროს. მაშინ  $k$ -საშუალოების მიხედვით კლასტერიზაციის ალგორითმი შემდეგნაირად აღიწერება.

1. ინიციალიზაცია. ვირჩევთ შემთხვევით მნიშვნელობებს  $t_k(n)$  საწყისი წენტრებისათვის. მათი შერჩევისადმი ერთადერთი მოთხოვნა ალგორითმის მოცემულ ბიჯზე არის მათი მნიშვნელობების ერთმანეთისაგან განსხვავებულობა. შემდგომში დაგვარად ევკლიდეს ნორმები არ უნდა იყოს დიდი სიდიდეები.

2. ამოკრება. განსაზღვრული ალბათობით ავირჩიოთ შესასვლელი  $X$  სივრციდან  $x$  ვექტორი. ეს ვექტორი იქნება შესასვლელი ვექტორი ალგორითმის  $n$ -ური იტერაციისათვის.

3. მსგავსების შემოწმება.  $k(x)$ -ით აღვნიშნოთ მოცემული  $x$  ვექტორისათვის ყველაზე მოსახერხებელი (გამარჯვებული) ცენტრის ინდექსი. მოვძებნოთ  $k(x)$  მინიმალური ევკლიდური მანძილის კრიტერიუმის გამოყენებით

$$k(x) = \arg \min_k \|x(n) - t_k(n)\|, k = 1, 2, \dots, m_1,$$

სადაც  $t_k(n)$ -  $n$  იტერაციაზე მიღებული  $k$ -ური რადიალურ ბაზისური ფუნქციის ცენტრი

4. კორექტირება. მოვახდინოთ რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრების

კორექტირება შემდეგი წესის გამოყენებით:

$$t_k(n) = \begin{cases} t_k(n) + \alpha[x(n) - t_k(n)], & k = k(x), \\ t_k(n) - \text{წინააღმდეგ შემთხვევაში,} \end{cases}$$

სადაც  $\alpha$  - დასწვლის სისწრაფის განმსაზღვრავი პარამეტრია რომელიც  $0 < \alpha < 1$  დიაპაზონიდან აიღება

5. გაგრძელება. გავზაროთ  $n$  ერთეულით და დავუბრუნდეთ 2 ბიჯს, გავაგრძელოთ ალგორითმის შესრულება მანამ სანამ ცენტრების ადგილმდებარეობა საგრძნობლად იცვლება.

აღწერილი ალგორითმი სინამდვილეში არის დასწავლის კონკურენტული პროცესი, რომელიც ასევე ცნობილია როგორც თვითორგანიზების რუქის აგება. ამ ალგორითმის რეალიზება მიზანშეწონილია მასწავლებლის გარეშე დასწავლის სტადიაზე (თვითორგანიზაციის საფუძველზე).



k-საშუალოების მიხედვით კლასტერიზაციის ალგორითმის შეზღუდვას წარმოადგენს მხოლოდ ლოკალური ოპტიმალური გადაწყვეტილების პოვნის შესაძლებლობა, რომელიც კლასტერის ცენტრების საწყისი ანაკრების არჩევასთან არის დაკავშირებული. შესაბამისად, გამოთვლითი რესურსები შეიძლება დახარჯული იქნას იმ ცენტრების დამუშავებაზე რომლებიც იმყოფებიან შემომავალი X სივრცის გაუხშობებულ არეებში და საიდანაც უფრო მჭიდრო არეებისაკენ გადაადგილება უფრო მჭიდრო არეებისაკენ ნაკლებად ალბათურია. შესაბამისად შესაძლოა მივიღოთ გაუმართლებლად დიდი ქსელი. იმისათვის რომ გვერდი აევლოთ k-საშუალოების მიხედვით კლასტერიზაციის ალგორითმის ამ ხარვეზისათვის 1995 წელს [43] შემოთავაზებული იქნა ამ ალგორითმის გაუმჯობესებული ვერსია სადაც გამოიყენება კლასტერისადმი კუთვნილების შეწონილი ზომა, რომელიც უზრუნველყოფს ალგორითმის კრებადობას ქსელის ოპტიმალური კონფიგურაციისაკენ, ცენტრების საწყისი მდგომარეობისაგან დამოუკიდებლად.

გაუსის რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრების განსაზღვრის შემდეგ გადავდივართ შემომავალი შრის წონების შეფასების ბოლო ეტაპზე. ასეთი შეფასების უმარტივესი მეთოდი არის უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ალგორითმი. ფარული შრის ნეირონების მიერ გენერირებული შემომავალი სიგნალის ვექტორი არის უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ალგორითმს შემავალი ვექტორი. k-საშუალოების მიხედვით კლასტერიზაციის ალგორითმი და უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ალგორითმი შესაძლოა მუშაობდეს პარალელურ რეჟიმში რითაც მოგვცემს დროის ეკონომიას.

### 2.7.3 ცენტრების არჩევა მასწავლებელთან ერთად

მესამე მიდგომის ფარგლებში რადიალურ ბაზისური ფუნქციების ცენტრები და ყველა თავისუფალი პარამეტრის დაყენება ხდება მასწავლებელთან ერთად დასწავლის პროცესში. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ რადიალურ ბაზისური ფუნქციების საფუძელზე აგებული ქსელი ღებულობს ყველაზე ზოგად სახეს. ასეთი ვითარების პირობებში დასწავლის ყველაზე ბუნებრივ გზას წარმოადგენს დასწავლა

შეცდომების კორექციის საფუძველზე, რომლის ყველზე მოსახერხებელი რეალიზება ხდება გრადიენტული დაშვების მეთოდით.

ასეთი მიდგომის დამუშავების პირველ ნაბიჯს წარმოადგენს ღირებულების ფუნქციის განსაზღვრა

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N e_j^2,$$

სადაც  $N$ - დასწავლისათვის გამოყენებული მონაცემთა ანაკრების მოცულობაა,  $e_j$ -ცდომილების სიგნალია, რომელსაც შემდეგი სახე აქვს:

$$e_j = d_j - F^*(x_j) = d_j - \sum_{i=1}^M w_i G(\|x_j - t_i\|_{C_i}),$$

აუცილებელია ვიპოვოთ  $w_i, t_i$ , და  $\sigma_i^{-1}$  (უკანასკნელი დაკავშირებულია ღირებულების ფუნქციის მამინიმიზირებელი  $C_i$  შეწონილი მატრიცის ნორმის განსაზღვრასთან)

ამრიგად რადიალურ ბაზური ფუნქციების წრფივი წონითი კოეფიციენტების დაყენების ფორმულებს შემდეგი სახე აქვთ:

1. წრფივი წონითი კოეფიციენტები (გამომავალი შრე)

$$\frac{\partial E(n)}{\partial w_i(n)} = \sum_{j=1}^N e_j(n) G(\|x_j - t_i\|_{C_i}),$$

$$w_i(n+1) = w_i(n) - \alpha_1 \frac{\partial E(n)}{\partial w_i(n)}, i = 1, 2, \dots, m_1.$$

2. ცენტრების პოზიციები (ფარული შრე)

$$\frac{\partial E(n)}{\partial t_i(n)} = 2w_i(n) \sum_{j=1}^N e_j(n) G'(\|x_j - t_i\|_{C_i}) \sigma_i^{-1} [x_j - t_i(n)],$$

$$t_i(n+1) = t_i(n) - \alpha_2 \frac{\partial E(n)}{\partial t_i(n)}, i = 1, 2, \dots, m_1.$$

3. ცენტრების განაცხადება (ფარული შრე)

$$\frac{\partial E(n)}{\partial \sigma_i^{-1}(n)} = -w_i(n) \sum_{j=1}^N e_j(n) G'(\|x_j - t_i\|_{C_i}) \sigma_i^{-1} Q_{ji}(n),$$

$$Q_{ji}(n) = [x_j - t_i(n)][x_j - t_i(n)]^T,$$

$$\sigma_i^{-1}(n+1) = \sigma_i^{-1}(n) - \alpha_3 \frac{\partial E(n)}{\partial \sigma_i^{-1}(n)}, i = 1, 2, \dots, m_1$$

სადაც  $e_j(n)$ -  $j$ -ური გამოსავალი კვანძის ცდომილებაა დროის  $n$ -ურ მომენტში;  
 $G'(\cdot)$  –გრინის ფუნქციის პირველი რიგის წარმოებულია თავისი არგუმენტით.

დასწავლის აღწერილ სტრატეგიას გააჩნია შემდეგი თავისებურებები:

- $E$  ღირებულების ფუნქცია არის ამოზნექილი  $w_i$  -პარამეტრის მიმართ, მაგრამ არა  $t_i$  და  $\sigma_i^{-1}$  მიმართ. შესაბამისად  $t_i$  და  $\sigma_i^{-1}$  ოპტიმალური მნიშვნელობის პოვნა შეიძლება დასრულდეს პარამეტრების სივრცის ლოკალურ მინიმუმში.

- $w_i, t_i$  და  $\sigma_i^{-1}$  მოდიფიკაციის ფორმულებში ზოგად შემთხვევაში შესაძლებელია სხვადასხვა  $\alpha: \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  დასწავლის სიჩქარის პარამეტრის გამოყენება.

- ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმისაგან განსხვავებით რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული გრადიენტული დაშვების ალგორითმი არ გულისხმობს ცდომილების უკუგავრცელების შესაძლებლობას

- $\partial E / \partial t_i$  გრადიენტის ვექტორს გააჩნია იგივე თვისებები რაც კლასტერიზაციის ალგორითმს, - მისი თვისებები დამოკიდებულია გადასაწყვეტ ამოცანის სპეციფიკაზე [64]

პარამეტრების სივრცეში ძებნა გრადიენტული დაშვების ალგორითმის ინიციალიზაციისათვის სასურველია დავიწყოთ რაიმე სტრუქტურირებული სასყიცი დონიდან, რომელიც შემოსაზღვრავს ძებნას უკვე ცნობილი გამოყენებადი არეთი. ამისი მიღწევა შესაძლებელია კლასიფიკაციის გრადიენტული მეთოდის გამოყენებით[47]. ამრიგად შემცირდება ალბათობა იმისა, რომ ამოცანა კრებადი იქნება არასასურველი ლიკალური მინიმუმუსაკენ.

ლიტერატურაში გამოქვეყნებული შედეგებზე დაყრდნობით შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, რომ ცენტრების პარამეტრების დაწყობას გააჩნია გარკვეული უპირატესობა. რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის მეშვეობით საუბრის ამოცნობის ამოცანისადმი მიძღვნილ [56] ნაშრომში, მითითებულია რომ, ფარული შრის აქტივაციის პარამეტრების არაწრფივი ოპტიმიზაციის მიზნით საკმარისია მინიმალური კონფიგურაციის ქსელის ქონა. მაგრამ [57] თანახმად იგივე ეფექტურობის მიღწევა შესაძლებელია რადიალურ ბაზურ ფუნქციებზე აგებული უფრო დიდი ქსელების საშუალებით. ანუ ქსელისა ფიქსირებული ცენტრების დიდი რაოდენობითა და გამომავალი შრის პარამეტრების წრფივი ოპტიმიზაციის მეშვეობით დაწყობით.

[69][72] ნაშრომში რადიალურ ბაზიური ფუნქციებზე (გაუსის) აგებული ხელობური ნეირონული ქსელების ეფექტურობა შედარებულია რეგულირებადი ცენტრების მქონე განზოგადებული რადიალურ ბაზირური ფუნქციების ბაზაზე შექმნილ ხელობური ნეირონულ ქსელების ეფექტურობასთან. აღწერილი ქსელების მიზანს წარმოადგენდა ინგლისური ტექსტის ფონეტიკური გამოთქმის დასწავლა. ამ ექსპერიმენტული კვლევიდან შეიძლება გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები

- თვითორგანიზებადი რადიალურ ბაზურ ფუნქციებზე აგებული ხელობური ნეირონული ქსელები ვერ უზრუნველყოფენ განზოგადობის იმ დონეს რომელიც მიიღწევა ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმით დასწავლული მრავალშრიანი პერსექტრონების გამოყენების შედეგად.
- რადიალურ ბაზურ ფუნქციებზე აგებული განზოგადობული ხელობური ნეირონული ქსელებმა შეიძლება მიაღწიონ იმ ეფექტურობას რასაც აღწევენ მრავალშრიანი პერსექტრონები.

## 2.8 არაწრფივი დინამიკური პროცესების იდენტიფიკაციის ამოცანა

უკანასკნელ პერიოდში არაწრფივ დინამიკური სისტემებში ინტენსიურად ვითარდება ახალი მიმართულება რომელიც მიმდევნილია ხაოსურისისტემების ყოფაქცევის პროგნოზირებასთან, მათი დინამიკის მართვასთან და მათი ქაოსის აღმოფხვრასთან. შეიდეგანმა, ლებრონმა, ფრანკმა და ცტენგოსმა აღმოაჩინეს ქაოსური ყოფაქცევა ფინანსური ბაზრების დინამიკაში. 1981 წელს ტაკენსმა შემოგვთავაზა არაწრფივი დინამიკის თვალსაზრისით დროითი მწკრივების პროგნოზირების მთელი კონცეპციის მკაცრი მათემატიკური დასაბუთება [71].

შეუძლებელია აგებული იქნას ისეთი რეალური დინამიკური სისტემის ატრაქტორები როგორცაა საფონდო ბაზარი. რადგან დაკვირვებისათვის ხელმისაწვდომია მხოლოდ ფინანსური ინსტრუმენტების საბირჟო კოტირებების დროითი მწკრივები, რომლებიც არ ასახავს დინამიკური სისტემის არსებით თვისებებს.

ქაოსური პროცესების აღსაწერად გამოიყენება უცნაური ატრაქტორები, რომლებსაც ფრაქტალური განზომილება გააჩნიათ. ატრაქტორების ასაგებად

გამოიყენება ფსევდოფაზური სივრცე. მეთოდი ეყრდნობა ტაკენსის [61] თეორემას, რომელშიც ნაჩვენებია, რომ შესაძლებელია ფაზურ სივრცეში ატრაქტორის ზოგიერთი თვისების აღდგენა, მხოლოდ ერთი მდგენელის დროითი მწკრივის გამოყენებით. პსევდოფაზური სივრცის მეთოდი მდგომარეობს იმაში, რომ შესაძლოა ატრაქტორის ტოპოლოგიის აღდგენა  $x(t)$  სიგნალის დაკვირვებითა და კოორდინატთა სისტემით მაგალითად  $x(t)$  და  $x(t + \tau)$  არჩევით.

დავუშვათ ჩვენ გვსურს დროითი მწკრივის მომავალი მნიშვნელობის პროგნოზირება გამოვდივართ რა მისი ცნობილი (არსებული) მნიშვნელობებიდან. ანუ  $x(n + 1) = f(x(1), x(2), \dots, x(n))$ . ტაკენსმა გვაჩვენა, რომ  $d$  ფრაქტალური განზომილების ატრაქტორის რეკონსტრუირებისათვის აუცილებელია  $n \geq 2d$  მონაცემი, სადაც  $n$  ახასიათებს დაკვირვების ფანჯრის სიგანეს ანუ ქსელის შესასვლელი ნეირონული ელემენტების რაოდენობას. მინიმალურ მთელი  $n$  რომელიც უზრუნველყოფს ატრაქტორის რეკონსტრუქციას ეწოდება ჩართულობის განზომილება.

ფაზური სივრცის აღდგენის მეთოდი პირველად შემოთავაზებული იქნა პაკკარდის მიერ და დამტკიცებული ტაკენსის მიერ.

ფინანსური ბაზრების ინსტრუმენტების კოტირებათა პროგნოზირების რადიალურ ბაზური ვექტორების საფუძველზე აგებული ნეირონული ქსელებისა და ფაზური სივრცის აღდგენის თეორიის გამოყენების სქემა შედგება ორი ეტაპისაგან. პირველ ეტაპზე საკვლევი დროითი მწკრივისათვის განისაზღვრება ჩართულობის ოპტიმალური განზომილება. მეორე ეტაპზე გამოვიყენებთ რა ჩართულობის ოპტიმალური განზომილებას და რადიალური ნეირონული ქსელების საფუძველზე დასწავლილ ნეირონულ ქსელს ვახდენთ საკვლევი დროითი მწკრივის მნიშვნელობის პროგნოზირებას.

### 2.8.1 რიცხვითი მოდელირება

$\{p_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  -ით ავლნიშნოთ გამოსაკვლევი დროითი მწკრივი (იხილეთ დანართი A)  $\tau = 1$  დროითი შეფერხება<sup>2</sup>. ფაზური სივრცის აღდგენის შეორიის

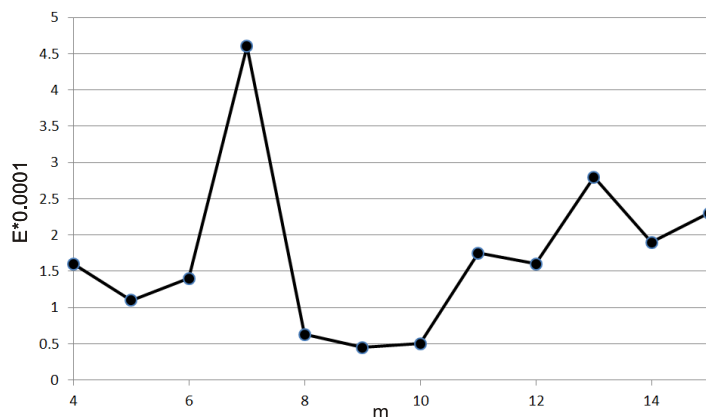
<sup>2</sup> დროითი შეფერხება (ინგლ temporary delay)

თანახმად საკვლები დროითი მწკრივის საფუძველზე ავგოთ  $m$  განზომილების  $P_t = (p_t, p_{t-1}, p_{t-2}, \dots, p_{t-(m-1)})$  ვექტორები.  $p_{t+1} = \hat{f}(P_t)$  განტოლება აღწერს კავშირს სისტემის მიმდინარე მდგომარეობასა და ფინანსური ინსტრუმენტის მომავალი მნიშვნელობას შორის.

რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე დაფუძნებული ნეირონული ქსელი რომელიც დასწავლილია  $\{(P_t, p_{t+1}): t = 1, 2, \dots, n - (m - 1)\}$ სახის მაგალითებზე, გააჩნია ერთი გამოსასვლელი ნეირონი და  $m$  ნეირონი ფარულ შრეში. ამრიგად  $P_t$  ვექტორი წარმოადგენენ ნეირონული ქსელის შესასვლელ სიგნალებს ხოლო  $\hat{f}$  ფუნქციის მნიშვნელობები კი გამოსავალი. ფარული შრის რადიალურ ბაზისური ფუნქციები ახდენენ შესავალი სიგნალის გამოსასვლელ სიგნალში არაწრფივ გარდაქმნას. დასწავლის ეტაპის შემდეგ ხდება  $\hat{f}$  ფუნქციით მიღებული შედეგების შედარება სავარაუდო  $p_{t+1}$  გამოსასვლელ ვექტორთან და დაითვლება ქსელის ცდომილების საშუალო კვადრატული გადახრა  $E$ .

$$E = \frac{1}{N - (m - 1)} \sum_{t=1}^{N-(m-1)} (\hat{f}(P_t) - p_{t+1})^2.$$

ჩართულობის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის იქნა მიღებული სხვადასხვა  $E$ -ს მნიშვნელობა. ოპტიმალურად ითვლება ჩართულობის მნიშვნელობა რომლისთვისაც  $E$  რეზულტობა მინიმალურ მნიშვნელობას.  $E$ -ს დამოკიდებულება სხვადასხვა ჩართულობისათვის მოყვანილია 2.17 ნახაზზე



ნახ 2.17 საშუალოკვადრატული ცდომილების ( $E$ ) დამოკიდებულება ჩართულობის ( $m$ ) სხვადასხვა მნიშვნელობაზე

2.17 სურათიდან ჩანს, რომ ჩართულობის ოპტიმალური მნიშვნელობა არის  $m=9$ . ტაკენსის თეორემის თანახმად  $m=9$  მნიშვნელობისათვის საფონდო ბაზრის ატრაქტორს ექნება  $d=4$  განზომილება. შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, რომ  $m=9$  მნიშვნელობისათვის პროგნოზირების ცდომილება იქნება მინიმალური.

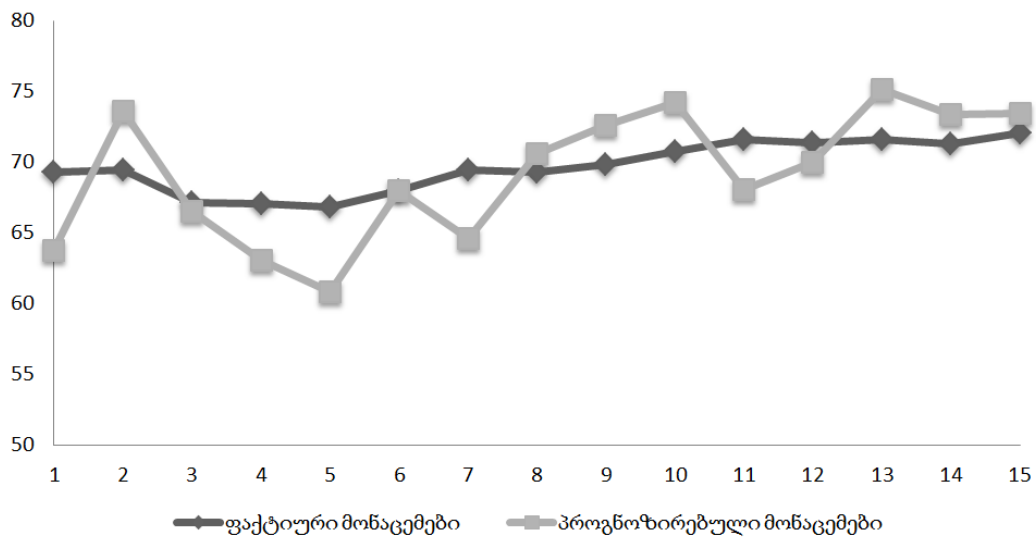
ჩართულობის განსაზღვრის შემდეგ ხდება რადიალურ ბაზისურ ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეურონული ქსელის დასწავლა იგივე მაგალითებზე უკანასკნელი 15 მნიშვნელობის გათვალისწინების გარეშე რადგან ეს მნიშვნელობები შეადგენენ დასწავლის შემდეგ ნეურონული ქსელის სატესტო სიმრავლეს.

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგები წარმოდგენილია 2.18 ნახატზე და 2.8 ცხრილში

ცხრილი 2.8

ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგები

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეურონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლიტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	63.7585	5.4915	0.0793
69.47	73.5896	4.1196	0.0593
67.15	66.4785	0.6715	0.0100
67.05	63.0605	3.9895	0.0595
66.82	60.8597	5.9603	0.0892
67.97	67.9632	0.0068	0.0001
69.43	64.6116	4.8184	0.0694
69.26	70.6244	1.3644	0.0197
69.8	72.5571	2.7571	0.0395
70.73	74.2241	3.4941	0.0494
71.58	68.0296	3.5504	0.0496
71.39	69.9693	1.4207	0.0199
71.58	75.1161	3.5361	0.0494
71.26	73.3693	2.1093	0.0296
72.02	73.4388	1.4188	0.0197



ნახ 2.19: დროითი მწკრივის ფაქტიური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება გრძელვადიანი პროგნოზისათვის

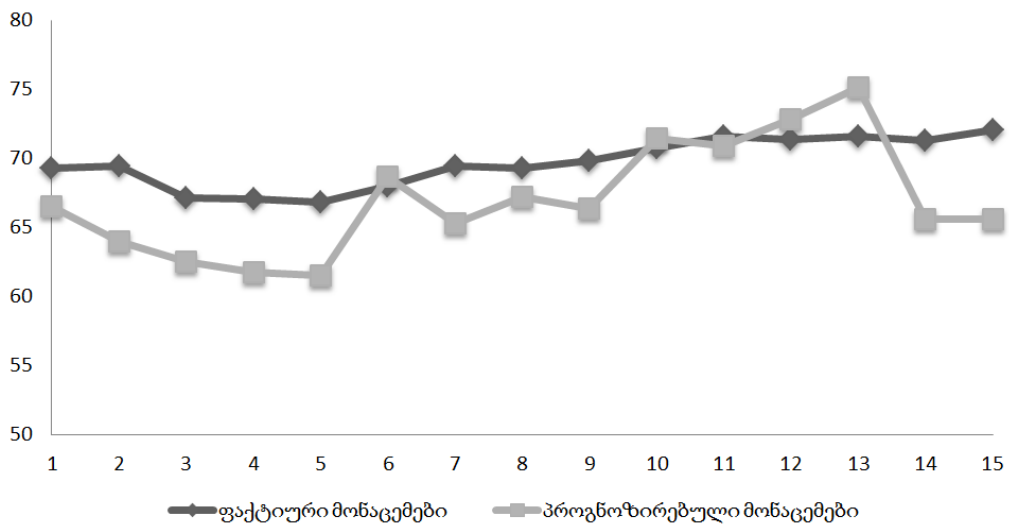
ერთდღიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=4.29\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე  $66,67\%$   
 გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგები მოყვანილია ნახატი 2.19 და ცხრილი 2.9.

ცხრილი 2.9

გრძელვადიანი პროგნოზირების შედეგები

ფაქტიური მნიშვნელობა	ნეირონული ქსელის პროგნოზი	აბსოლიტური ცდომილება	ფარდობითი ცდომილება
69.25	66.5008	2.7492	0.0397
69.47	63.961	5.509	0.0793
67.15	62.4898	4.6602	0.0694
67.05	61.7329	5.3171	0.0793
66.82	61.5212	5.2988	0.0793
67.97	68.6361	0.6661	0.0098
69.43	65.2989	4.1311	0.0595
69.26	67.1961	2.0639	0.0298
69.8	66.3379	3.4621	0.0496
70.73	71.4232	0.6932	0.0098
71.58	70.8642	0.7158	0.0100
71.39	72.7964	1.4064	0.0197
71.58	75.1161	3.5361	0.0494
71.26	65.6091	5.6509	0.0793
72.02	65.5958	6.4242	0.0892





ნახ 2.19: დროითი მწკრივის ფაქტური და პროგნოზირებული მონაცემების შედარება გრძელვადიანი პროგნოზისათვის

გრძელვადიანი პროგნოზის საშუალო პროცენტული ცდომილება შეადგენს  $E=5.02\%$ , ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 53,3%

რადიალურ ბაზური ფუნქციების საფუძველზე აგებული ნეირონული ქსელებისათვის ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგებმა გვიჩვენა რო ისინი დამაკმაყოფილებელია დროითი მწკრივის მნიშვნელობის პროგნოზირების მხვრივ და კარგი ხარისხისაა დროითი მწკრივის ტრენდის მიმართულების პროგნოზირებისათვის. მაგრამ დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზირების ხარისხი აღმოჩნდა მრავალშრიანი პერსეპტრონის პროგნოზირების ხარისხზე დაბალი და ანალოგიური ARIMA მოდელის პროგნოზზე დაბალი, ხოლო ტრენდის მიმართულების პროგნოზირება პრაქტიკულად იგივეა რაც მრავალშრიანი პერსეპტრონის შემთხვევაში მიღებული შედეგები მაგრამ აღემატება ARIMA მოდელით მიღებულ შედეგებს.

რადიალურ ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის მეშვეობით გაკეთებული გრძელვადიანი პროგნოზის ხარისხი უკეთესია ვიდრე ანალოგიური პროგნოზი რომელიც შესრულებული იქნა მრავალშრიანი პერსეპტრონის და ARIMA მოდელის მეშვეობით. ამრიგად შეიძლება ვილაპარაკოთ რადიალურ ბაზისური ფუნქციებზე აგებული ხელოვნური ნეირონული ქსელის უპირატესობაზე სტრატეგიული პროგნოზირების დროს.

## 2.9 მეორე თავის დასკვნები

მეორე თავში ჩატარებული მრავალშრიანი ხელოვნური ნეირონული ქსელების მეშვეობით დინამიკური სისტემების დროითი მწკრივევის მოდელირების შედეგად მიღებული იქნა შემდეგი ძირითადი შედეგები:

1. აღწერილია პერსპექტივებზე აგებული მრავალშრიანი ნეირონული ქსელის აგების საფუძვლები და ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმი მათი დასწავლისათვის. განხილულია ამ ალგორითმის მოდიფიკაციები რომლებიც საშუალებას გვაძლევს გავუმჯობესოთ როგორც ალგორითმის კრებადობის სისწრაფე ასევე მისი განზოგადების უნარი [46][1].

2. ჩატარებულია რიცხვითი მოდელირება დანართი A-ში წარმოდგენილი დროითი მწკრივისათვის სდომილების უკუგავრცელების ალგორითმის მშვეობით პროგნოზირების ამოცანის ოპტიმალური პარამეტრების დაწყობის მიზნით.

3. მოცემული ამოცანისათვის წარმოდგენილია სამიზნე ფუნქციონალის მოდიფიცირება რომელის საშუალებას იძლევა 20% გავუმჯობესოთ ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების ხარისხი [18].

4. გამომუშავებულია ზოგადი სქემა დანართ A-ში მოყვანილი დროითი მწკრივის შემთხვევაში დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზირების რადიალურ ბაზისური ფუნქციებზე აგებული [11],[17] ხელოვნური ნეირონული ქსელის მეშვეობით. შესრულებულია დროითი მწკრივის რიცხვითი მოდელირება და საფონდო ბაზრის ინსტრუმენტის (კერძოდ კომპანია IBM-ის აქციების) მნიშვნელობათა პროგნოზირების მიზნით, რადიალურ ბაზისური ფუნქციების გამოყენებით.

5. მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების მეშვეობით შესრულებულია საელთაშორისო საფონდო ბაზარზე კომპანია IBM-ის აქციათა კოტირების დროითი მწკრივის რიცხვითი მოდელირება და მათი მნიშვნელობათა პროგნოზირება 18/05/2011-დან 21/06/2012-მდე პერიოდში. მიღებულია ერთდღიანი და მრავალდღიანი პროგნოზირების შედეგები საკვლევი დროითი მწკრივისათვის, განხილულია პროგნოზირების შედეგებზე სხვადასხვა მეთოდისა და პარამეტრის გავლენა.

მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების მეშვეობით შერულებული პროგნოზირების შედეგები გვიჩვენებს, რომ ერთდღიანი პროგნოზირების შემთხვევაში ნეირონული ქსელები საშუალებას გვაძლავს მივიღოთ მაღალი სიზუსტის პროგნოზი. გრძელვადიანი პროგნოზირების დროს (15 დღემდე) პროგნოზირების ხარისხი ისევ მაღალი რჩება მართალია რარმოიშობა ტენდენცია მისი გაუარესებისაკენ. დადგენილია, რომ ხელოვნური ნეირონული ქსელის სინაპტიკური კავშირების წონითი კოეფიციენტების საწყისი მნიშვნელობები არ ახდენენ არსებით გავლენას პროგნოზირების ხარისხზე, ხოლო სამიზნე ფუნქციონალის ცვლილებამ საშუალება მოგვცა გაგვეუმჯობესებია პროგნოზირება ტრენდის მიმართულების მიმართ.

ხელოვნური ნეირონული ქსელების მეშვეობით მიღებული პროგნოზირების შედეგების ARIMA მოდელებით მიღებული შედეგებთან შედარებამ, გვიჩვენა რომ მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების გამოყენება საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა პროგნოზირებისათვის უფრო მიზანშეწონილია.

### თავი III. ინვესტიციების მართვა საფონდო ბაზრის ფინანსურ ინსტრუმენტებში

ამ თავში აღწერილია წინა თავებში არწერილი მეთოდებისა და საფონდო ბაზრის სტატისტიკური ანალიზის საფუძველზე საფონდო ბაზრის ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტირების პროგრამული უზრუნველყოფის აგების, გამოყენების, ოპტიმიზაციისა და ტესტირების მექანიზმები. მოყვანილია კვლევები აგებული პროგრამული უზრუნველყოფის საფონდო ბაზარზე მისი გამოყენების ეფექტურობის შესწავლის მიზნით.

#### 3.1 ძირითადი ცნებები

საფონდო ბაზარზე ინვესტირება განვსაზღვროთ როგორც თავისუფალი ფულადი საშუალებების დაბანდება სხვადასხვა ფინანსურ ინსტრუმენტში მოგების მიღების მიზნით. საინვესტიციო პორტფელის ფორმირების დროს აუცილებელია შევარჩიოთ საფონდო ბაზარზე არსებული ისეთი ფინანსური ინსტრუმენტები და მათი მართვის ისეთი მექანიზმი, რომ მივიღოთ მოგება რომელიც არ იქნება წინასწარ განსაზღვრულ მინიმალურ მნიშვნელობაზე ნაკლები, წინასწარ განსაზღვრული მოგების მაქსიმალური მნიშვნელობაზე მეტი მოგების შეუძლებლობის რისკის პირობებში.

არსებობს ფასიანი ქაღალდების პორტფელის მართვის ორი გზა [29]: აქტიური და პასიური.

ფასიანი ქაღალდების პორტფელი მართვის პასიური გზა მდგომარეობს კარგად დივერსიფიცირებული, ინსტრუმენტების დიდი რაოდენობისაგან შემდგარი პორტფელის შექმნასა და მის უცვლელ მდგომარეობაში შენარჩუნებაში დროის დიდი პერიოდის განმავლობაში. პასიური პორტფელები ხასიათდებიან მცირე ბრუნვითა და თანმხლები ხარჯების მცირე მოცულობებით.

შემდგომში ენი ყურადღება მიჰყრობილი იქნება პორტფელის აქტიურ მართვის სტრატეგიებზე, რომლის მიზანიც იქნება საშუალო საბაზრო მოგებაზე დიდი მოგების მიღება. პორტფელის აქტიური მართვა გულისხმობს:

- პორტფელის ფორმირებისათვის რამოდენიმე მაღალლიკვიდური საბაზრო ინსტრუმენტის შერჩევა;
  - პორტფელში შემავალი ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის პოზიციის გახსნისა და დახურვის წესების გამომუშავება;
  - ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის გახსნილი პოზიციების მოცულობის განსაზღვრას;
  - პორტფელის ოპტიმიზაცია ანუ პორტფელის მართვის რისკების შემცირება.
- განვსაზღვროთ რამოდენიმე ცნება რომელსაც შემდგომში გამოვიყენებთ.

*საფონდო ბაზრის ფინანსირ ინსტრუმენტებში ინვესტირების მართვის პროგრამული უზრუნველყოფა* ახდენს წესების ერთობლიობის ფორმირებას, რომლების ერთმნიშვნელოვნად განსაზღვრავენ ბაზარზე პოზიციების გახსნისა და დახურვის მომენტებს, ანუ პოზიციაზე შესვლის, მომგებიანი პოზიციიდან გამოსვლის, წამგებიანი პოზიციის დახურვის წესებს, ახდენს საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირებას, ახდენს ინტეგრირებას საფონდო ბაზრის მონაწილე კლიენტის ტერმინალსა და სავაჭრო სისტემას შორის.

*კაპიტალის მართვა* - წესების ერთობლიობა, რომლებიც განსაზღვრავენ სავაჭრო პროგრამული უზრუნველყოფიდან საფონდო ბაზარზე სავაჭრო პოზიციის გახსნაზე შემოსული სიგნალის შესაბამისად გახსნილი პოზიციის მოცულობას.

*პორტფელის ოპტიმიზაცია* - მეთოდები, რომლების საშუალებას იძლევა ისეთნაირად შევარჩიოთ საინვესტიციო პორტფელი და მასში შესული ფინანსური ინსტრუმენტების მართვის წესები, რომ ის მაქსიმალურად უზრუნველყოფდეს ბაზარზე მაქსიმალური მოგების კრიტერიუმს და აკმაყოფილებდეს კონკრეტული ინვესტორის მოთხოვნებს.

საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული კომპლექსის შექმნის მიზანს წარმოადგენს - კაპიტალის მართვის ისეთი ემპირიული წესების ფორმალიზება, რომლებიც საშუალებას მოგვცემს მივიღოთ მაქსიმალური მოგება საინვესტიციო პორტფელიდან და/ან შევამციროთ მისი მართვის რისკები „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიასთან შედარებით. ამასთან გასაგებია, რომ როგორც პოზიციის გახსნის ასევე მისი დახურვის წესების გამომუშავება ხდება შესაბამისი ფინანსური

ინსტრუმენტის კოტირებათა ისტორიის საფუძველზე და არ არსებობს გარანტია იმისა რომ ამ მონაცემებზე დაყრდნობით შექმნილი წესები (პროგრამული უზრუნველყოფა) ეფექტური იქნებამომავალშიც. მაგრამ რაც უფრო ხარისხიანად იქნება შესრულებული ტესტირება მით მეტია საფუძველი იმისა რომ ამ წესების დაცვით მომავალშიც საინვესტიციო საქმიანობის შედეგები იქნება ინვესტორისათვის მისაღებ ფარგლებში.

საინვესტიციო პორტფელის მართვის ფორმალურ მიდგომას ხშირად პრაქტიკაში გამოყენებადი ინტუიტიურ მეთოდთან შედარებით გააჩნია ორი უპირატესობა

- გადაწყვეტილების მიღების დროს გამოირიცხება ემოციონალური ფაქტორი;
- გადაწყვეტილების მიღება არ არის სუბიექტური, შესაბამისად, გამართლებულია ინვესტიციების მართვის შედეგების ფორმალური სტატისტიკური კვლევა რომელიც საშუალებას მოგვცემს აღმოვაჩინოთ სავაჭრო სტრატეგიის სუსტი ადგილები დამოვახდინოთ მათი კორექტირება

აღსანიშნავია, რომ ინვესტიციების მართვის ნებისმიერი პროგრამული უზრუნველყოფისათვის არსებობს იმის ალბათობა, რომ ნებისმიერი დროის ინტერვალის გავლის შემდეგ ამ პროგრამული კომპლექსის მიერ მოწოდებული სავაჭრო სიგნალებზე აგებულმა სტრატეგიამ შეიძლება მოგების ნაცვლად წაგება მოგვიტანოს. მაგრამ აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ ინვესტირების მართვის კარგი პაკეტებისათვის ეს ალბათობა მით უფრო მცირეა რაც მეტია ინვესტირების პერიოდი. ამიტომ იმისათვის, რომ პროგრამულმა კომპლექსმა მოახდინოს თავისი სტრატეგიული უპირატესობების გამოვლენა აუცილებელია არანაკლებ ერთი წლის საინვესტიციო პერიოდი.

### **3.2 პოზიციების გახსნისა და დახურვის წესები**

დროითი მწკრივების პროგნოზირების ადრე განხილული მეთოდები შეუძლებელი პირდაპირ გამოყენებული იქნას საფონდო ბაზარზე ვაჭრობის დროს, რადგან ისინი არ იძლევა ცალსახა პასუხს კითხვაზე თუ ინვესტორმა როდის უნდა მოახდინოს ფინანსური ინსტრუმენტის შესყიდვა (პოზიციის გახსნა) და მის ხელთ

არსებული აქტივების გაყიდვა (პოზიციის დახურვა). ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირების შინაარსიანი ინტერპრეტირების მიზნით აუცილებელია მოვახდინოთ ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის პოზიციის გახსნისა და დახურვის წესების ფორმალიზება. ამ წესების ერთობლიობას ხშირად სავაჭრო სტრატეგიებსაც უწოდებენ. განვიხილოთ სავაჭრო სტრატეგია რომელიც გამოიყენება შექმნილ პროგრამულ უზრუნველყოფაში:

$$\text{სიგნალი} = \begin{cases} \text{იყიდეთ თუ } R_{BP} > R_{BT} \\ \text{გაყიდეთ თუ } R_{BP} < R_{BT}' \end{cases} \quad (3.1)$$

სადაც  $R_{BP}$  - ამონაგები დაგეგმილი შესყიდვებიდან, გამოითვლება ფორმულით:

$$R_{BP} = \frac{\max_{0 \leq t < d} (\tilde{x}_{t+1}) - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

$R_{ST}$  - ამონაგები დაგეგმილი გაყიდვებიდან, გამოითვლება ფორმულით:

$$R_{ST} = \frac{\min_{0 \leq t < d} (\tilde{x}_{t+1}) - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

$R_{BP}$  და  $R_{ST}$  - კონსტანტებია რომელთა მნიშვნელობა წინასწარ გამოითვლება საინვესტიციო სისტემის ოპტიმიზაციისა და ტესტირების ეტაპზე.  $\tilde{x}_{t+1} - x_{t+1}$ -ის პროგნოზირებული მნიშვნელობაა დროის  $t$  მომენტისათვის.

### 3.3 წარმატებული პოზიციის მოცულობის გაზრდა

ფინანსური ინსტრუმენტისათვის პოზიციის გახსნის შემდეგ ბაზარზე შესაძლებელია ორი სცენარის განვითარება: გახსნილი პოზიცია ეწინააღმდეგება ბაზრის დინამიკას და დახურული იქნება სავაჭრო სისტემისაგან გაყიდვის სიგნალის მიღების მომენტში ან პოზიცია არის წარმატებული (მომგებიანი) და მისი დახურვა მოხდება გარკვეული, წინასწარ დაგეგმილი ამონაგების მიღების შემდეგ. განვიხილოთ საფონდო ბაზარზე ტრენდული სავაჭრო სისტემებისათვის მომგებიანი პოზიციის მოცულობის გაზრდის მეთოდოლოგია [6][19].

ვთქვათ დროის  $t_1$  მომენტში მიღებულია  $P_1$  ფასად ფინანსური ინსტრუმენტის შესყიდვის სიგნალი. ამ შემთხვევაში ხდება პირველი შესყიდვა ამასთან გარიგების თანხა წარმოადგენს თავისუფალი ფულადი მასის  $\alpha_1$  პროცენტს. იმ შემთხვევაში თუ ფასი განაგრძობს ზრდას, მაშინ დროის  $t_2$  მომენტში ხდება მეორე შესყიდვა  $P_2$  ფასად

მიმდინარე მომენტში არსებული თავისუფალი ფულადი მასის  $\alpha_2$  პროცენტს ოდენობით. მიმდინარე ინსტრუმენტის ფასიანი ქაღალდების მოცულობის ზრდა ხდება მანამ სანამ საბაზრო ტრენდი ეთანხმება ჩვენს პოზიციას (ამ შემთხვევაში ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირება იზრდება) აღსანიშნავია, რომ მეორე გარიგებიდან შესყიდვის საშუალო ღირებულება ნაკლებია ვიდრე ფინანსური ინსტრუმენტის მიმდინარე ღირებულება. ბაზრის ტენდენციის მოტრიალების შემთხვევაში ან ფასის მიერ რაიმე კრიტიკული ზღვარის მიღწევის დროს ყველა გახსნილი პოზიცია იხურება.

მოვახდინოთ წარმოდგენილი მეთოდის ფორმალიზება. შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$X_0$  – თავისუფალი ფულადი მასის საწყისი მნიშვნელობა

$N$  – შესრულებული გარიგებების საერთო რაოდენობა

$P_k$  –  $k$ -ური გარიგების საბაზრო ფასი

$c$  – საკომისიო გადასახადი ცალკეული გარიგებისათვის (%)

$X_N$  – თავისუფალი ფულადი მასის მნიშვნელობა  $N$  გარიგების შემდეგ

$Y_N^{(B)}$  – შესყიდვის საერთო ხარჯები  $N$  გარიგების შემდეგ (პორტფელში არსებული ფასიანი ქაღალდების საბალანსო ღირებულება)

$V_N$  – პორტფელში  $N$  გარიგების შემდეგ არსებული ფასიანი ქაღალდების რაოდენობა

$P_N^{(B)}$  –  $N$  გარიგების შემდეგ აქტივის შესყიდვის საშუალო ფასი (საბალანსო ღირებულება)

$N$  გარიგების შესრულების შემდეგ, სადაც  $k$ -ური გარიგების ღირებულება შეადგენს მიმდინარე თავისუფალი ფულადი მასის  $\alpha_k$  პროცენტს. ზემოთ მოყვანილი ცვლადები შემდეგი ფორმულებით გამოისახება:

$$X_N = X_0 \prod_{k=1}^N (1 - \alpha_k), \quad (3.4)$$

$$Y_N^{(B)} = X_0 - X_N = X_0 (1 - \prod_{k=1}^N (1 - \alpha_k)), \quad (3.5)$$

$$V_N = \frac{X_0}{1+c} \sum_{k=1}^N \left( \frac{\alpha_k}{P_k} \prod_{k=1}^N (1 - \alpha_k) \right), \quad (3.6)$$

$$P_N^{(B)} = \frac{Y_N^{(B)}}{V_N} = (1+c) \frac{1 - \prod_{k=1}^N (1 - \alpha_k)}{\sum_{k=1}^N \left( \frac{\alpha_k}{P_k} \prod_{k=1}^N (1 - \alpha_k) \right)}. \quad (3.7)$$

შემდგომი მსჯელობისათვის გავამარტივოთ (3.4)-(3.7) ფორმულები. ამ მიზნით



გავაკეთოთ ორი დაშვება:

1. ყველა  $\alpha_k$  ერთნაირია და უდრის  $\alpha$ .
2. მეორედან დაწყებული ყველა შესყიდვები სრულდება საბაზრო ღირებულების მნიშვნელობის შინა შესყიდვის ფასთან შედარებით გარკვეული პროცენტული ზრდის პირობებში, ანუ  $P_k = P_1(1 + \beta)^{k-1}$

ამ დაშვებების შემდეგ (3.4)-3.7) ფორმულები შემდეგ სახეს მიიღებს

$$X_N = X_0(1 - \alpha)^N, \quad (3.8)$$

$$Y_N^{(B)} = X_0(1 - (1 - \alpha)^N), \quad (3.9)$$

$$V_N = \frac{\alpha X_0}{P_1(1+c)} \cdot \frac{1+\beta}{\alpha+\beta} \cdot \left(1 - \left(\frac{1-\alpha}{1+\beta}\right)^N\right), \quad (3.10)$$

$$P_N^{(B)} = P_1(1 + c) \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\alpha+\beta}{1+\beta} \cdot \frac{1-(1-\alpha)^N}{1-\left(\frac{1-\alpha}{1+\beta}\right)^N}. \quad (3.11)$$

ასეთი მეთოდიკით მუშაობის შემთხვევაში პოზიციის დახურვა შესაძლოა შემდეგნაირად მოხდეს:

1. იმ შემთხვევაში თუ პირველი შესყიდვის შემდეგ საბაზრო ვითარება არჩეული პოზიციის საწინააღმდეგოდ შეიცვალა მაშინ პოზიციის დახურვა ხდება სავაჭრო სისტემიდან გაყიდვის სიგნალის მიღების დროს და რადგან გარიგების მოცულობა შედარებით მცირეა ზიანიც დიდი არ იქნება.
2. მეორე გარიგების შემდეგ პოზიციის დახურვის საზღვარი შეიძლება მოთავსებული იქნას ე.წ. წაუგებლობის დონეზე ანუ კომისიის გათვალისწინებით:  $P_2^{exit} = P_2^{(B)} / (1 - c)$ . მეორე გარიგების შემდეგ იმ შემთხვევაში თუ არ მოხდება ფორს-მაჟორული გარემოებები, პორტელი უსაზღვრო მოგების პირობებში დაზღვეულია წაგებისაგან
3. მესამე გარიგებიდან დაწყებული პოზიციის დახურვის ფასი შეიძლება გატოლებული იქნას სინა პოზიციის გახსნის ფასის

როგორც ვხედავთ საბოლოო პოზიციის გახსნა ხდება ნაწილ-ნაწილ, ხოლო მისი დახურვა სრულდება მთლიანი მოცულობით (ანუ მიმდინარე ინსტრუმენტზე აღებული ყველა პოზიცია) ერთდროულად. ნაწილობრივ პოზიციის დახურვა მიზანშეწონილია იმ შემთხვევაში, როდესაც სხვაობა მიმდინარე საბაზრო ღირებულებასა და შესყიდვის საშუალო ღირებულებას შორის საკმაოდ დიდია, ანუ თუ გასვლა პოზიციიდან სრულდებოდა ხელსაყრელი საბაზრო ტრენდის პირობებში.

### 3.4 პორტფელის ოპტიმიზაციის მარკოვიცის მოდელი

გადაწყვეტილება საფონდო ბაზრის მა თუ იმ ინსტრუმენტში (აქტივი) ინვესტირების შესახებ ყოველთვის შეიცავს გაურკვევლობის ელემენტებს. უმეტეს შემთხვევაში საფონდო ბაზრის რაიმე ინსტრუმენტში ინვესტირების რეალური შემოსავალი არ ემთხვევა ამ ინსტრუმენტისაგან მოლოდინს, რომელიც გააჩნდა ინვესტორს ინვესტირების გადაწყვეტილების მიღების მომენტში, ანუ ინვესტირება არის საქმინობის სფერო, რომელიც დაკავშირებულია რისკებთან [29].

მარკოვიცის თეორიის თანახმად მოსალოდნელი მოგების მიმართ რეალურად მიღებული მოგების განხვევის ზომა, ანუ აქტივის რისკი, ხასიათდება ამ აქტივის მეშვეობით მიღებული მოგებათა დისპერსიით (ანუ საშუალო კვადრატული გადახრით).

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ინვესტირება ხდება რამოდენიმე ფინანსურ ინსტრუმენტში ერთდოულად (ანუ სახეზე არის ფასიანი ქაღალდების გარკვეული პორტფელის არსებობა). პორტფელი არის ფინანსური ინსტრუმენტების წრფივი კომბინაცია, თვითოეულ მათგანს გააჩნია მოგების საკუთარი მათემატიკური მოლოდინი და მოგების საკუთარი დისპერსია, ამრიგად პორტფელის აქტივების მოგების მათემატიკური მოლოდინისათვის ( $\mu_y$ ) და პორტფელის აქტივების მოგების დისპერსიისათვის ( $\sigma_y^2$ ) მივიღებთ

$$\mu_y = \sum_{k=1}^N w_k \mu_k, \quad (3.12)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^N w_k^2 \sigma_k^2 + 2 \sum_{k=1}^N \sum_{i=k+1}^N w_i w_k \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k, \quad (3.13)$$

სადაც  $w_i$  არის პორტფელში  $i$ -ური ფინანსური ინსტრუმენტის წონითი ხვედრი;  $\mu_k$  – პორტფელში შემავალი  $k$ -ური ინსტრუმენტით მიღებული მოგების მათემატიკური მოლოდინი;  $\rho_{ik}$  – პორტფელში შემავალი  $i$ -ური და  $k$ -ური ფინანსური ინსტრუმენტებს შორის კორელაცია;

შემთხვევითი სიდიდეების ნებისმიერი წრფივი კომბინაციისაგან განსხვავებით პორტფელში სხვადასხვა ფინანსური ინსტრუმენტების წონითი ხვედრები ნორმირების პირობას ემორჩილებიან:

$$\sum_{k=1}^N w_k = 1$$

შესაბამისად:

- პორტფელის მოგების მათემატიკური ლოდინი - არის პორტფელში შემავალი ცალკეული ფინანსური ინსტრუმენტის მოგების მათემატიკური მოლოდინის შეწონილი ჯამი;
- პორტფელის მოგების რისკი - პორტფელში შემავალი ყველა ფინანსური ინსტრუმენტის წყვილთა კოვარიაციის ჯამი, ამასთან ყოველი კოვარიაციის წონითი კოეფიციენტის მნიშვნელობა არის ფინანსური ინსტრუმენტების შესაბამისი წყვილი წონითი კოეფიციენტების ნამრავლი, ხოლო ფინანსური ინსტრუმენტის კოვარიაცია საკუთარ თავთან არის მისი დისპერსია [38].

საინვესტიციო პორტფელის დისპერსიის (3.13) ფორმულიდან ჩანს, რომ პორტფელის ჯამური რისკი შეიძლება დაიყოს შესაკრებთა ორ ჯგუფად.

$w_k^2 \sigma_k^2$  სახის შესაკრებები, რომლებიც ახასიათებენ საინვესტიციო პორტფელში შემავალ ცალკეულ ფინანსურ ინსტრუმენტების რისკებს, ყოველთვის დადებითია. შესაბამისად მათ შეუძლიათ მხოლოდ გაზარდონ პორტფელის ჯამური რისკები.

$w_i w_k \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k$  სახის შესაკრებები, რომლებიც ახასიათებენ საინვესტიციო პორტფელში შემავალი ფინანსური ინსტრუმენტების ცალკეული წყვილების კოვარიაციას შესაძლებელია იყოს, როგორც დადებითი ასევე ნულის ტოლი და უარყოფითი, რაც განისაზღვრება მათ შორის კორელაციის კოეფიციენტით. შესაბამისად ამ შესაკრებებს შეუძლიათ ცალკეული ფინანსური ინსტრუმენტებთან შედარებით შეამცირონ ან გაზარდონ საინვესტიციო პორტფელის ჯამური რისკები.

ამრიგად საინვესტიციო პორტფელის ჯამური რისკი შეიძლება გაიყოს ორ ნაწილად [38]:

- არასისტმატური რისკები, რომელიც განისაზღვრება საინვესტიციო პორტფელში შემავალი ფინანსური ინსტრუმენტების საშუალო დისპერსიით. არასისტემური რისკების შემცირება შესაძლებელია ბევრი ფინანსური ინსტრუმენტის შემცველობის მქონე საინვესტიციო პორტფელის შექმნით (საინვესტიციო პორტფელის დივერსიფიცირება),

- სისტემატური (საბაზრო) რისკები, რომლებიც განისაზღვრება საინვესტიციო პორტფელში შემავალი სხვადასხვა ფინანსური ინსტრუმენტების წყვილების საშუალო კოვარიაციით. ამ რისკისაგან თავის დაღწევა შეუძლებელია საინვესტიციო პორტფელის დივერსიფიკაციის გზით.

ამასთან საინვესტიციო პორტფელის საერთო მოგებიანობა უდრის პორტფელში შემავალი ფინანსური ინსტრუმენტების მოგებათა მათემატიკური ლოდინის საშუალო არითმეტიკულს:

$$\mu_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mu_k = \bar{\mu}_k.$$

### 3.4.1 საინვესტიციო პორტფელის აგების ამოცანა

ნებისმიერი რაოდენობის ფინანსური ინსტრუმენტისაგან შემდგარი საინვესტიციო პორტფელის აგების ამოცანის ქვეშ იგულისხმება ისეთი წონითი კოეფიციენტების შერჩევა, რომლებიც უზრუნველყოფენ:

- საინვესტიციო პორტფელის მოგებას მეტი ან ტოლი წინასწარ განსაზღვრული მოგების მინიმალური მნიშვნელობის დროს;
- საინვესტიციო პორტფელის ჯამური რისკის ნაკლებობას ან ტოლობას რისკის წინასწარ მოცემული მაქსიმალური მნიშვნელობისა;

შესაბამისად თუ ცნობილია ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის მოსალოდნელი მოგება, რისკები და მათი წყვილ წყვილად კოვარიაციის კოეფიციენტები (კორელაციის კოეფიციენტები). მაშინ პორტფელში ცალკეული ფინანსური ინსტრუმენტის წონითი კოეფიციენტი უნდა აკმაყოფილებეს (3.17)-(3.19) სისტემას.

$$\mu_y = \sum_{k=1}^N w_k \mu_k \geq \mu_{min}, \quad (3.17)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^N w_k^2 \sigma_k^2 + 2 \sum_{k=1}^N \sum_{i=k+1}^N w_i w_k \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k \leq \sigma_{max}^2 \quad (3.18)$$

$$\sum_{k=1}^N w_k = 1 \quad (3.19)$$

სადაც  $\mu_{min}$  – საინვესტიციო პორტფელის მინიმალური მოსალოდნელო მომგებაა;  $\sigma_{max}^2$  – საინვესტიციო პორტფელის მაქსიმალური შესაძლო რისკი.

ვივარაუდოთ, რომ პორტფელში ერთ-ერთი ცალკეული ინსტრუმენტის სახით შესაძლოა იყოს ფულადი თანხები ანუ ურისკო აქტივი, რომელსაც გააჩნია მოგების ნულოვანი მოლოდინი, მოგების ნულოვანი დისპერსია და ნებისმიერ სხვა ფინანსურ ინსტრუმენტთან ნულოვანი კორელაციის კოეფიციენტი, ამიტომ (3.19) არის მკაცრი ტოლობა.

საინვესტიციო პორტფელის მოსალოდნელი მოგება და მოსალოდნელი რისკი მოცემული ამოცანისათვის არის სამიზნე ფუნქციები, ანუ აუცილებელია მოვახ-

დინოთ წრფივი  $\mu_y$  ფუნქციის მინიმიზაცია და კვადრატული  $\sigma_y^2$  ფუნქციის მაქსიმიზაცია, მოცემული შეზღუდვების გათვალისწინებით.

საინვესტიციო პორტფელის მოდელის, რომელიც შედგება N რაოდენობის ნებისმიერი ფინანსური ინსტრუმენტისაგან, უზრუნველყოფს მინიმალურ რისკებს და მომგებიანობას არანაკლებ  $\mu_{min}$  წინასწარ განსაზღვრული სიდიდისა აქვს შემდეგი სახე

$$\begin{cases} \sigma_y^2 \rightarrow \min \\ \mu_y \geq \mu_{min} \end{cases} \quad (3.20)$$

საინვესტიციო პორტფელის მოდელს, რომელიც შედგება N რაოდენობის ნებისმიერი ფინანსური ინსტრუმენტისაგან, თან უზრუნველყოფს მაქსიმალურ მომგებიანობას და ამასთან რისკების არ აღემატება წინასწარ განსაზღვრულ  $\sigma_{max}^2$  მნიშვნელობას აქვს შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} \mu_y \rightarrow \max \\ \sigma_y^2 \leq \sigma_{max}^2 \end{cases} \quad (3.21)$$

საინვესტიციო პორტფელის მოდელს, რომელიც შედგება N რაოდენობის ნებისმიერი ფინანსური ინსტრუმენტისაგან და ოპტიმიზირებულია მოგება-რისკი მიხედვით, აქვს შემდეგი სახე

$$\frac{\sqrt{\sigma_y^2}}{\mu_y} \rightarrow \min. \quad (3.22)$$

გარდა ამისა აუცილებელია მოცემულ მოდელში შემოვიტანოთ საინვესტიციო პორტფელში ფინანსური ინსტრუმენტების წონითი კოეფიციენტების შემდეგი შეზღუდვები:

$$w_{(min)k} \leq w_k \leq w_{(max)k}, \text{ სადაც } 0 \leq w_{(min)k} \leq 1, 0 \leq w_{(max)k} \leq 1$$

რომლებშიც იგულისხმება, რომ:

- სამიზნე ფუნქციების ფორმულებში არის გამოყენებული მხოლოდ ნებადართული ფინანსური ინსტრუმენტები;
- შემოღებული იქნება საინვესტიციო პორტფელში ყოველი კონკრეტული ფინანსური ინსტრუმენტის შეზღუდვა.

ნებისმიერი ფინანსური ინსტრუმენტის საინვესტიციო პორტფელში წონითი კოეფიციენტზე შეზღუდვა შემოიღება, როგორც ზემოდან ასევე ქვემოდან. პრაქტიკაში ზემოდან შეზღუდვებს უყენებენ პოტენციალურად მაღალმომგებიან, მაგრამ

ამავდროს დიდი რისკის მქონე ფინანსურ ინსტრუმენტებს, ზემოდან ყველაზე დიდ შეზღუდვებს უყენებენ ისეთ ფინანსურ ინსტრუმენტებს, რომელთა აქტივები შესაძლოა მთლიანად იქნას დაკარგული. საუკეთესო შემთხვევაში ეს ინსტრუმენტები მოგებას მოიტანს ინვესტირების ჰორიზონტს მიღმა. გასაგებია, რომ ზემოდან შეზღუდვა არ შეიძლება აღემატებოდეს 1-ს. ქვემოდან არანულოვანი შეზღუდვები შემოიღება ჩვეულებრივ საინვესტიციო პორტფელში ე.წ. „უსაფრთხოების ბალიშის“ შესაქმნელად, ანუ ისეთი ფინანსური ინსტრუმენტებისათვის, რომელთაც გააჩნიათ სტაბილური, მაგრამ დაბალი მომგებიანობა და შესაბამისად დაბალი რისკები.

ამ ამოცანებში საძიებელ სიდიდეებს წარმოადგენენ საინვესტიციო პორტფელში ფინანსური ინსტრუმენტების  $\{w_k\}$  წონითი კოეფიციენტები, რომლებიც აკმაყოფილებენ (3.20)-(3.22) ყველა განტოლებას და უტოლობას. მოცემული ამოცანა შესაძლებელია გადაწყვეტილი იქნას არაწრფივი ოპტიმიზაციის სტანდარტული მეთოდებით.

საინვესტიციო პორტფელის აგების ამოცანის პრაქტიკული რეზილიზებისათვის, რომელიც დააკმაყოფილებდა (3.17)-(3.19) პირობებს და შესაბამის შეზღუდვებს, შედგება ნებისმიერი  $N$  რაოდენობის ფინანსური ინსტრუმენტისაგან. დაპროგრამების გარემო Code Gear Rad Studio-ს ინტეგრირებულ დაპროგრამების გარემოში შეიქმნა პროგრამული პროდუქტი.

### 3.4.2 საინვესტიციო პორტფელის ფორმირების ალგორითმი

- 1) შეგვყავს საწყისი მონაცემები
  - 1.1). მოსალოდნელი მოგება ფინანსური ინსტრუმენტების მიხედვით:  $\{\mu_k\} k = 1, \dots, N$ .
  - 1.2). საშუალო კვადრატული გადახრები:  $\{\sigma_k\} k = 1, \dots, N$
  - 1.3). კორელაციის კოეფიციენტები სხვადასხვა ფინანსურ ინსტრუმენტს შორის:  $\{\rho_{ik}\} k = 1, \dots, N; i = k + 1, \dots, N$ .
  - 1.4). საინვესტიციო პორტფელის მინიმალური მოსალოდნელი მოგება  $\mu_{min}$
  - 1.5). საინვესტიციო პორტფელის მაქსიმალური მოსალოდნელი რისკი  $\sigma_{max}$

- 1.6). საინვესტიციო პორტფელის ფინანსური ინსტრუმენტების კოეფიციენტების შეზღუდვები ქვედა საზღვრების მიმართ  
 $\{w_{(min)k}\} k = 1, \dots, N$
- 1.7). საინვესტიციო პორტფელის ფინანსური ინსტრუმენტების კოეფიციენტების შეზღუდვები ზედა საზღვრების მიმართ  
 $\{w_{(max)k}\} k = 1, \dots, N$
- 1.8). კოეფიციენტების გათამაშებათა რაოდენობა (წონითი კოეფიციენტების გენერირების რაოდენობა)  $M$
- 1.9). ნორმირების სიზუსტე (მცირე დადებითი რიცხვი)  $\delta$ .
- 2) შემოგვაქვს წონითი კოეფიციენტების გენერირების საწყისი ნომერი  $m = 0$
- 3) წონითი კოეფიციენტების გენერირების მიმდინარე ნომერი:  $m = m + 1$
- 4) ვახდენთ ფინანსური ინსტრუმენტების წონითი კოეფიციენტების შემთხვევით გენერირებას ყოველი კონკრეტული ფინანსური ინსტრუმენტის მიხედვით მათი შეზღუდვების გათვალისწინებით
- 4.1). მივანიჭოთ წონითი კოეფიციენტების მინიმალურად შესაძლო მნიშვნელობები  $w_k = w_{(min)k}, k = 1, \dots, N$
- 4.2). დავთვალოთ წონითი კოეფიციენტების მიმდინარე ჯამი
- $$S = \sum_{k=1}^N w_k$$
- 4.3).  $k = 0$
- 4.4).  $k = k + 1$
- 4.5). შემთხვევითად დავთვალოთ  $k$ -ური ინსტრუმენტის წონითი კოეფიციენტის ნაზრდი  $dW = random\_number(0, \min(1 - S, w_{(max)k} - w_k))$ <sup>3</sup>
- 4.6). დავთვალოთ  $k$ -ური ინსტრუმენტის მიმდინარე წონითი კოეფიციენტი  
 $w_k = w_k + dW$
- 4.7). დავთვალოთ წონითი კოეფიციენტების ჯამი  $S = S + dW$
- 4.8). თუ  $k < N$  გადავიდეთ №4.4 ბიჯზე
- 4.9). თუ  $(1 - S) > \delta$  გადავიდეთ №4.3 ბიჯზე

<sup>3</sup>  $random\_number(a, b)$  - ფუნქცია რომელიც აბრუნებს  $(a, b)$  ინტერვალიდან შემთხვევით რიცხვს;  $\min(a, b)$  ფუნქცია რომელიც აბრუნებს  $a, b$  რიცხვებს შორის უმცირესს

- 5) ვამოწმებთ აკმაყოფილებს თუ არა მეოთხე ბიჯზე მიღებული წონითი კოეფიციენტები საინვესტიციო პორტფელისათვის მოსალოდნელ მინიმალურ მომგებიანობისა და მაქსიმალურ მოსალოდნელი რისკის კრიტერიუმებს:

$$\mu_y = \sum_{k=1}^N w_k \mu_k \geq \mu_{min},$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^N w_k^2 \sigma_k^2 + 2 \sum_{k=1}^N \sum_{i=k+1}^N w_i w_k \rho_{ik} \sigma_i \sigma_k \leq \sigma_{max}^2$$

- 6) თუ  $m < M$  გადავიდეთ №3 ბიჯზე
- 7) კოეფიციენტების ყველა გენერირებულ ანაკრებს შორის შევარჩიოთ ის ანაკრები, რომლისთვისაც

$$\frac{\mu_y}{\sqrt{\sigma_y^2}} \rightarrow \max$$

- 8) დასასრული

იმ შემთხვევაში თუ ალგორითმის მუშაობის შედეგად ვერ იქნა ნაპოვნი ვერც ერთი ამონახსნი მაშინ აუცილებელია:

- ან გავზარდოთ გენერირების მაქსიმალური რაოდენობა (M)
- ან დავასუსტოთ მოთხოვნები სამიზნე ფუნქციების მიმართ, ანუ შევამციროთ მოსალოდნელი მინიმალური მოგება ან გავზარდოთ მაქსიმალური რისკი
- ან გადავხედოთ წონითი კოეფიციენტების შეზღუდვების საზღვრებს კოეფიციენტების გენერირების დერეფნის გაზრდის მიმართულებით.

### 3.5 ინვესტიციების მართვის პროგრამების ტესტირება

ტესტირების მიზანს წარმოადგენს პროგრამის მუშაობის შემოწმება საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა ისტორიის დორით მწკრივზე. ტესტირება სრულდება ფინანსური ინსტრუმენტების შეზღუდულ კომპლექტზე, რომლისთვისაც შესაბამის სიგნალების მიხედვით სრულდება სავაჭრო ოპერაციები, რომელთა შედეგების საფუძველზე ხდება გარიგებათა ეფექტურობის განსაზღვრა და პროგრამული პაკეტის ეფექტურობის დადგენა.

ტესტირების ფარგლებში ხდება პროგრამული პაკეტისა და მასში შემავალი მოდელების საწყისი პარამეტრების ოპტიმიზაცია, საფონდო ბაზარზე ფინანსურ



ინსტრუმენტში პოზიციის გახსნისა და დახურვის წესების კორექტირება საინვესტიციო პორტფელის მომგებიანობის ასამაღლებლად ან რისკების დაწვევის მიზნით.

### 3.5.1 ტესტირების ანგარიშები

გარიგებათა ანგარიშები აღწერენ პროგრამული პაკეტის მეშვეობით ინიცირებულ ყოველ სავაჭრო ოპერაციას. ქვემოთ მოყვანილია გარიგებათა ანგარიშების ველების სიის აღწერა და ამ სიაში შემავალი ველების რიცხვითი მნიშვნელობების დათვლის ფორმულები:

ზოგადი მონაცემები გარიგებაზე:

<i>trade number</i>	პროგრამის მიერ ინიცირებული სავაჭრო ოპერაციის რიგითი ნომერი
<i>trade type</i>	გარიგების ტიპი "B" - შესყიდვა, "S" - გაყიდვა
<i>days in trade</i>	კალენდარული დღეების რაოდენობა, რომლის დროსაც იყო ღია მიმდინარე პოზიცია
<i>max price in trade</i>	ფინანსური ინსტრუმენტის მაქსიმალური მნიშვნელობა პოზიციის გახსნიდან მის დახურვამდე
<i>min price in trade</i>	ფინანსური ინსტრუმენტის მინიმალური მნიშვნელობა პოზიციის გახსნიდან მის დახურვამდე

პოზიციაში შესვლის მახასიათებლები

<i>enter date</i>	პოზიციაში შესვლის თარიღი
<i>enter price</i>	ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირება პოზიციის გახსნის მომენტისათვის
<i>enter equity</i>	პოზიციის მოცულობა შესვლის მომენტში
<i>enter comission</i>	პოზიციის გახსნისათვის გადახდილი კომისიის თანხა
<i>enter efficiency</i>	პოზიციაში შესვლის ეფექტურობა

პოზიციიდან გამოსვლის (დახურვის) მახასიათებლები

<i>exit date</i>	პოზიციის დახურვის თარიღი
<i>exit price</i>	ფინანსური ინსტრუმენტის კოტირება პოზიციის დახურვის მომენტისათვის
<i>exit equity</i>	პოზიციის მოცულობა დახურვის მომენტში
<i>exit comission</i>	პოზიციის დახურვისათვის გადახდილი კომისიის თანხა
<i>exit efficiency</i>	პოზიციიდან გასვლის ეფექტურობა

გარიგების მახასიათებლები

<i>net profit</i>	გარიგების შედეგად მიღებული მოგება (ვალუტაში)
<i>%profit</i>	გარიგების შედეგად მიღებული მოგება (%)
<i>net drawdown</i>	მოცემული პოზიციის განმავლობაში ანგარიშის მაქსიმალური შემცირება (ვალუტაში)
<i>%drawdown</i>	მოცემული პოზიციის განმავლობაში ანგარიშის მაქსიმალური შემცირება (%)
<i>commission in trade</i>	პოზიციის გახსნისა და დახურვისათვის გადახდილი კომისიის თანხა
<i>trade efficiency</i>	გარიგების ეფექტურობა

პოზიციაში შესვლის ეფექტურობა გვიჩვენებს თუ რმდენად კარგად იქნა გამოყენებული პროგრამული პაკეტის მიერ ფინანსური ინსტრუმენტის ფასის პოტენციური შესაძლებლობების რეალიზაცია, შესაძლო მოგების მიღების მიზნით პოზიციის გახსნის მომენტში

$$enter\ efficiency = \frac{max\ price\ in\ trade - enter\ price}{max\ price\ in\ trade - min\ price\ in\ trade} \quad (3.23)$$

პოზიციაში შესვლის ეფექტურობა ღებულობს მნიშვნელობებს [0,1] დიაპაზონში.

პოზიციიდან გამოსვლის ეფექტურობა გვიჩვენებს თუ რმდენად კარგად იქნა გამოყენებული პროგრამული პაკეტის მიერ ფინანსური ინსტრუმენტის ფასის პოტენციური შესაძლებლობების რეალიზაცია შესაძლო მოგების მიღების მიზნით პოზიციის დახურვის მომენტში

$$exit\ efficiency = \frac{exit\ price - min\ price\ in\ trade}{max\ price\ in\ trade - min\ price\ in\ trade} \quad (3.23)$$

პოზიციიდან გამოსვლის ეფექტურობა ღებულობს მნიშვნელობებს [0,1] დიაპაზონში.

გარიგების ეფექტურობა გვიჩვენებს თუ რამდენად ეფექტურად ახდენს პროგრამული კომპლექსი კონკრეტული გარიგების დროს პოტენციური მოგების რეალიზებას. გარიგების ეფექტურობა შემდეგ ნაირად გამოითვლება:

$$trade\ efficiency = \frac{exit\ price - enter\ price}{max\ price\ in\ trade - min\ price\ in\ trade} \quad (3.25)$$

ან ზოგადი ფორმულით

$$trade\ efficiency = enter\ efficiency + exit\ efficiency - 1 \quad (3.26)$$

გარიგების ეფექტურობა ღებულობს მნიშვნელობებს [-1,1] დიაპაზონში

ითვლება, რომ საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის კარგი პროგრამულ სისტემის ბაზარზე შესვლის საშუალო ეფექტურობა და პოზიციის დახურვის საშუალო ეფექტურობა უნდა აღემატებოდეს 0.6, ანუ გარიგების საშუალო ეფექტურობა ზოგადად უნდა იყოს 0.2 ზე მეტი. საფონდო ბაზარზე გარიგებათა ეფექტურობის ანალიზი ნათლად გვიჩვენებს ამგვარი პროგრამების გაუმჯობესების მიმართულებას, რაც საშუალებას გვაძლევს ერთიანი კრიტერიუმით ცალკე-ცალკე გავაანალიზოთ, როგორც ბაზარზე შესვლის სიგნალები, ასევე პოზიციის დახურვის სიგნალები.

**კონსოლიდირებული ანგარიში** გვაძლევს საერთო მონაცემებს. პროგრამული კომპლექსის ტესტირების შესახებ. ქვემოთ მოყვანილია კონსოლიდირებული ანგარიშის ველების სიის აღწერა და ამ სიაში შემავალი ველების რიცხვითი მნიშვნელობების დათვლის ფორმულები:

ტესტირების ჩატარების პერიოდში სავაჭრო ანგარიშის მახასიათებლები

start date	ტესტირების დაწყების თარიღი
start equity	სავაჭრო ანგარიშის მოცულობა ტესტირების დაწყების დროს
finish date	ტესტირების დასრულების თარიღი
finish equity	სავაჭრო ანგარიშის მოცულობა ტესტირების დასრულების დროს
total days	კალენდარული დღეების რაოდენობა რომლის განმავლობაშიც მიდიოდა ტესტირება
net system drawdown	სავაჭრო ანგარიშის უდიდესი დაწევა საწყისი ინვესტიციების მიმართ (ვალუტაში)
%system drawdown	სავაჭრო ანგარიშის უდიდესი დაწევა საწყისი ინვესტიციების მიმართ (პროცენტულად)

პროგრამის ტესტირების პერიოდში „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიის მახასიათებლები

buy&hold net profit	ტესტირების პერიოდში „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიის მოგება (ვალუტაში)
buy&hold %profit	ტესტირების პერიოდში „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიის მოგება (პროცენტულად)
buy&hold profit in year	ტესტირების პერიოდში „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიის მოგება (წლიური შემოსავლის % მაჩვენებელით, რთული პროცენტის ფორმულით)

პროგრამის ტესტირების პერიოდში სისტემის მოგების მახასიათებლები

total net profit	მოგება ტესტირების პერიოდის განმავლობაში (ვალუტაში)
total %profit	მოგება ტესტირების პერიოდის განმავლობაში (პროცენტულად)
total %profit in year	მოგება ტესტირების პერიოდის განმავლობაში (წლიური შემოსავლის % მაჩვენებელით, რთული პროცენტის ფორმულით)

გარიგების მახასიათებლები

total trades	გარიგებათა საერთო რაოდენობა
%in trade	ტესტირების განმავლობაში დროის წილი, როდესაც სისტემას გააჩნდა ღია პოზიციები
%out trade	ტესტირების განმავლობაში დროის წილი, როდესაც სისტემა იყო ბაზრის გარეთ (არ გააჩნდა ღია პოზიციები)
avg net profit	გარიგებათა საშუალო მოგება (ვალუტაში)
stdev net profit	მოგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა (ვალუტაში)
avg %profit	გარიგებათა საშუალო მოგება (პროცენტებში)
stdev %profit	მოგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა (პროცენტებში)
avg net drawdown	სავაჭრო ანგარიშის შემცირების საშუალო (ვალუტაში)
stdev net drawdown	სავაჭრო ანგარიშის შემცირების საშუალო კვადრატული გადახრა (ვალუტაში)
avg %drawdown	სავაჭრო ანგარიშის შემცირების საშუალო (პროცენტულად)
stdev %drawdown	სავაჭრო ანგარიშის შემცირების საშუალო კვადრატული გადახრა (პროცენტულად)
max net drawdown	უდედესი სავაჭრო ანგარიშის შემცირება (ვალუტაში)
max %drawdown	უდედესი სავაჭრო ანგარიშის შემცირება (პროცენტულად)
avg net win/(avg net loss)	საშუალო მოგებისა და საშუალო წაგების ფარდობა
Total comission	გადახდილი კომისიის დაერთო რაოდენობა

მომგებიან გარიგებათა მახასიათებლები

win trades	მომგებიან გარიგებათა რაოდენობა
win trades%	მომგებიანი გარიგებათა პროცენტი
win amount	საერთო მოგება
avg net win	საშუალო მოგება
stdev net win	მოგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა
max net win	გარიგებიდან მაქსიმალური მოგება
avg %win	საშუალო მოგება (პროცენტულად)
stdev %win	მოგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა (პროცენტულად)
max %win	გარიგებიდან მაქსიმალური მოგება (პროცენტულად)
max consecutive wins	თანმიმდევრული მოგებათა მაქსიმალური რაოდენობა

წამგებიან გარიგებათა მახასიათებლები

loss trades	წამგებიანი გარიგებათა რაოდენობა
loss trades%	წამგებიანი გარიგებათა პროცენტი
loss amount	საერთო წაგება
avg net loss	საშუალო წაგება
stdev net loss	წაგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა
max net loss	გარიგებიდან მაქსიმალური წაგება
avg %loss	საშუალო წაგება (პროცენტულად)
stdev %loss	წაგებათა საშუალო კვადრატული გადახრა (პროცენტულად)
max %loss	გარიგებიდან მაქსიმალური წაგება (პროცენტულად)
max consecutive losses	თანმიმდევრული წაგებათა მაქსიმალური რაოდენობა

გარიგებათა ეფექტურობის მახასიათებლები

avg enter efficiency	პოზიციის გახსნის საშუალო ეფექტურობა
stdev enter efficiency	პოზიციის გახსნის საშუალო კვადრატული გადახრა
avg exit efficiency	პოზიციის დახურვის საშუალო ეფექტურობა
stdev exit efficiency	პოზიციის დახურვის საშუალო კვადრატული გადახრა
avg trade efficiency	გარიგებათა საშუალო ეფექტურობა
stdev trade efficiency	გარიგებათა ეფექტურობის საშუალო კვადრატული გადახრა

ქვემოთ მოყვანილია ფორმულები პროგრამული კომპლექსის ზემოთ ჩამოთვლილი ზოგიერთი მახასიათებლის გამოთვლისათვის:

- მომგებიანობის მახასიათებლები:

$$total\ net\ profit = \sum_{i=1}^{total\ trades} net\ profit(i) \quad (3.27)$$

$$total\ \%profit = \prod_{i=1}^{total\ trades} (1 + \%profit(i)) - 1 \quad (3.28)$$

$$total\ \%profit\ in\ year = (1 + total\ \%profit)^{\frac{365}{total\ days}} - 1 \quad (3.29)$$

- გარიგებათა მოგების საშუალო მნიშვნელობა და საშუალო კვადრატული გადახრა (ვალუტაში)

$$avg\ net\ profit = \frac{1}{total\ trades} \sum_{i=1}^{total\ trades} net\ profit(i) \quad (3.30)$$

$$stdev\ net\ profit = \sqrt{\frac{1}{total\ trades-1} \sum_{i=1}^{total\ trades} (net\ profit(i) - avg\ net\ profit)^2} \quad (3.31)$$

- გარიგებათა მოგების საშუალო მნიშვნელობა და საშუალო კვადრატული გადახრა (პროცენტულად)

$$avg\ \%profit = \left( \prod_{i=1}^{total\ trades} (1 + \%profit(i)) \right)^{\frac{1}{total\ trades}} - 1 = \exp \left[ \frac{1}{total\ trades} \sum_{i=1}^{total\ trades} \ln(1 + \%profit(i)) \right] \quad (3.32)$$

$$stdev\ \%profit = (1 + avg\ \%profit) \sqrt{\frac{1}{total\ trades-1} \sum_{i=1}^{total\ trades} (\ln(1 + \%profit(i)) - \ln(1 + avg\ \%profit))^2} \quad (3.33)$$

- სავაჭრო ანგარიშის უდიდესი დაწვევა საწყისი ინვესტიციების მიმართ (ვალუტაში)

$$avg\ net\ drawdown = \frac{1}{total\ trades} \sum_{i=1}^{total\ trades} net\ drawdown(i) \quad (3.34)$$

$$stdev\ net\ drawdown =$$

$$\sqrt{\frac{1}{total\ trades-1} \sum_{i=1}^{total\ trades} (net\ drawdown(i) - avg\ net\ drawdown)^2} \quad (3.35)$$

- სავაჭრო ანგარიშის უდიდესი დაწვევა საწყისი ინვესტიციების მიმართ (პროცენტულად)  $avg\ \%drawdown =$

$$\left( \prod_{i=1}^{total\ trades} (1 + \%drawdown(i)) \right)^{\frac{1}{total\ trades}} - 1 = \exp \left[ \frac{1}{total\ trades} \sum_{i=1}^{total\ trades} \ln(1 + \%drawdown) \right] \quad (3.36)$$

$stdev \%drawdown =$

$$(1 + avg \%drawdown) \sqrt{\frac{1}{total\ trades-1} \sum_{i=1}^{total\ trades} \left( \ln(1 + \%drawdown(i)) - \ln(1 + avg \%drawdown) \right)^2} \quad (3.37)$$

საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული კომპლექსის მახასიათებლები, რომლებიც აღწერენ მხოლოდ მომგებიან ან წამგებიან გარიგებებს ანალოგიურად გამოითვლება.

### 3.5.2 ტესტირების მეთოდოლოგია

საფონდო ბაზარზე ინვესტიციების მართვის პროგრამული პაკეტის მუშაობის ხარისხის შეფასების მიზნით შესრულებულია ამ პროგრამული პაკეტის მუშაობის მოდელირება IBM, Sity Group, The Walt Disney Company, General Electric აქციათა კოტირების დროით მწკრივებზე 14/04/2011-დან 29/06/2012-მდე პერიოდში. რომლებიც პარალელურად გამოიყენებოდა, როგორც ნეირონული ქსელების დასწავლისათვის ასევე ნეირონული ქსელების პროგნოზირების შედეგებზე საფონდო ბაზარზე სავაჭრო გადაწყვეტილებათა მისაღებად.

ტესტირების დაწყების წინ აუცილებელია შევიმუშავოთ პროგრამული პაკეტის მუშაობის წესები, ანუ აუცილებელია განისაზღვროს საწყისი ინვესტიციების მოცულობა, ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტისათვის პოზიციების გახსნისა და დახურვის წესები, გახსნილი პოზიციების მოცულობები, საინვესტიციო პორტფელში ფინანსური ინსტრუმენტების თანაფარდობა.

ყველა ზემოთ აღწერილი პარამეტრის განსაზღვრის მიზნით შესრულებული იქნა მოქმედებათა შემდეგი თანმიმდევრობა:

1. ამა თუ იმ ფინანსურ ინსტრუმენტში ინვესტირების გადაწყვეტილების მიღება დაკავშირებული იყო ყოველი ფინანსური ინსტრუმენტის მოსალოდნელ ყოველკვირეულ შემოსავალთან და ამ ინსტრუმენტის ყოველკვირეულ რისკებთან. თუ ყოველკვირეული ანალიზი გვიჩვენებდა, რომ ინსტრუმენტისათვის მოსალოდნელია უარყოფითი კვირეული მოგება, ასეთ ინსტრუმენტში ინვესტირება არ ხორციელდებოდა.

2. საინვესტიციო პორტფელისათვის ფინანსური ინსტრუმენტების შერჩევის შემდეგ, საინვესტიციო პორტფელში მათი ხვედრითი წონის განსაზღვრის მიზნით გამოიყენებოდა საინვესტიციო პორტფელის ოპტიმიზაციის ზემოთ აღწერილი ალგორითმი.
3. ახალ პოზიციაში შესვლისა და არსებული პოზიციის დატოვების გადაწყვეტილებანი მიიღებოდა ნეირონული ქსელების ერთდღიანი პროგნოზირების შედეგების საფუძველზე (3.1) და (3.2) წესების დაცვით.  $R_{BT}$  და  $R_{ST}$  კონსტანტების მნიშვნელობები იხილეთ 3.1 ცხრილში. ყოველი სავაჭრო დღის შემდეგ სხებოდა პროგრამულ პაკეტში შემავალი ნეირონული ქსელების ხელახალი დასწავლა დღის განმავლობაში შემოსული მონაცემების საფუძველზე.
4. ყოველი მომგებიანი პოზიციისათვის ხდებოდა 3.3 პარაგრაფში აღწერილი სქემით გახსნილი პოზიციის მოცულობის გაზრდა, ტესტირების პირველ ეტაპზე ამ პროცედურისათვის აუცილებელი პარამეტრების სია წარმოდგენილია 3.1 ცხრილში.
5. ტესტირების ყოველი თვის შემდეგ ხდებოდა გარიგებათა შესახებ ანგარიშების ფორმირება (3.23)-(3.26) ფორმულების თანახმად, პროგრამული პაკეტის ეფექტურობის ანალიზი მისი პარამეტრების შესაძლო კორექტირების მიზნით.

### 3.5.3 ტესტირების შედეგები

#### *ტესტირების პირველი ეტაპი*

ტესტირების პირველ ეტაპზე იქნა გამოყენებული პარამეტრები, რომელთა მნიშვნელობებიც არის მოყვანილი 3.1 ცხრილში

ცხრილი 3.1

პროგრამული პაკეტის ძირითადი პარამეტრები ტესტირების პირველი ეტაპისათვის

$R_{BT}$	$R_{ST}$	$X_0$	$c$	$\alpha$	$\beta$
0.02	0.025	10000	0.002	0.5	0.02



ტესტირების პირველი ეტაპის განმავლობაში პროგრამული პაკეტის სავაჭრო სიგნალების მიხედვით იქნა დადებული 14 გარიგება აქედან 10 - შესყიდვაზე, 4 - გაყიდვაზე;

ტესტირების პირველ ეტაპზე გამოიკვეთა პოზიციებიდან გამოსვლის დაბალი ეფექტურობა, რაც თავისმხრივ არის პოზიციის მოცულობის ზრდის მეთოდის თავისებურებაა, რომელიც გულისხმობს პოზიციიდან გამოსვლას დაღმავალ ტრენდზე, აგრეთვე ტესტური პერიოდის განმავლობაში გახსნილი პოზიციების მცირე რაოდენობის, რაც იწვევს პორტფელის მცირე მომგებიანობას (მატებამ შეადგინა 8% თვეში). აგრეთვე აღსანიშნავია, რომ არჩეული პარამეტრები უზრუნველყოფდნენ ინვესტირების მაღალ საიმედოობას (პირველ ეტაპზე არ დაფიქსირებულა წამგებიანი გარიგებები), რაც ძალიან აქტუალურია დიდი ვოლანტილობის მქონე ბაზრებზე

### ტესტირების მეორე ეტაპი

პორტფელის მომგებიანობისა და შესაბამისად გარიგებათა რაოდენობის გაზრდის მიზნით ტესტირების მეორე ეტაპზე გამოიყენებოდა პარამეტრები, რომლებიც მოყვანილია 3.2 ცხრილში.

ცხრილი 3.2

პროგრამული პაკეტის ძირითადი პარამეტრები ტესტირების მეორე ეტაპისათვის

$R_{BT}$	$R_{ST}$	$X_0$	$c$	$\alpha$	$\beta$
0.02	0.025	10000	0.002	0.5	0.02

ტესტირების მეორე ეტაპის განმავლობაში პროგრამული პაკეტის სავაჭრო სიგნალების მიხედვით დადებული იქნა 57 გარიგება. აქედან 42 - შესყიდვაზე, 15 - გაყიდვაზე.

პროგრამული პაკეტის ტესტირების მეორე ეტაპის შედეგების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ გარიგებათა რაოდენობისა და მომგებიანობის გაზრდის მიზნით პარამეტრების ცვლილებამ შედეგი მოიტანა და გარიგებათა რაოდენობის ზრდასთან ერთად. პირველ ეტაპზე მივიღეთ შედარებით საგრძნობი მოგებაც (30% თვეში), მაგრამ პარამეტრების ცვლილებამ გამოიწვია ინვესტირების საიმედოობის შემცირება, რაც

გამოისახა წამგებიანი და დაბალი ეფექტურობის მქონე გარიგებების გაჩენით, თუმცა, მათი მოცულობა და ზეგავლენა პორტფელის ღირებულებაზე უმნიშვნელო დარჩა.

*ტესტირების მესამე ეტაპი*

ტესტირების მესამე ეტაპზე პროგრამული პაკეტის პარამეტრები ტესტირების მეორე ეტაპთან შედარებით უცვლელი დარჩა.

ტესტირების მესამე ეტაპის განმავლობაში პროგრამული პაკეტის სავაჭრო სიგნალების მიხედვით იქნა დადებული 46 გარიგება, აქედან 34 - შესყიდვაზე, 12 - გაყიდვაზე.

პროგრამული პაკეტის ტესტირების მესამე ეტაპის შედეგების ანალიზმა გვიჩვენა, მეორე ეტაპზე არჩეული მომგებიანობის გაზრდის კურსი ძირითადად სწორი აღმოჩნდა. საინვესტიციო პორტფელის მომგებიანობამ მესამე ეტაპზე შეადგინა 46,7%.

პროგრამული პაკეტის მუშაობის შედეგების ანალიზის მიზნით მოხდა კონსოლიდირებული ანგარიშის ფორმირება, რომელიც რარმოდგენილია ცხრილში.

ტესტირების ჩატარების პერიოდში სავაჭრო ანგარიშის მახასიათებლები

start date	14/04/2011
start equity	10 000 USD
finish date	29/06/2012
finish equity	20 622 USD
total days	442
net system drawdown	-
%system drawdown	-

პროგრამის ტესტირების პერიოდში „იყიდე და გეკავოს“ სტრატეგიის მახასიათებლები

buy&hold net profit	10 300 USD
buy&hold %profit	47.1
buy&hold profit in year	378%

პროგრამის ტესტირების პერიოდში სისტემის მოგების მახასიათებლები

total net profit	10622 USD
------------------	-----------

total %profit	106,2%
total %profit in year	1782%

#### გარიგების მახასიათებლები

total trades	117 (86 – Buy; 31 – Sell)
%in trade	53,6%
%out trade	46,4
avg net profit	4358 USD
stdev net profit	2354 USD
avg %profit	2,6%
stdev %profit	1.74%
avg net drawdown	2758 USD
stdev net drawdown	1357 USD
avg %drawdown	1.89%
stdev %drawdown	0.91%
max net drawdown	1759 USD
max %drawdown	7.2%
avg net win/(avg net loss)	37.17
Total comission	6752 USD

#### მომგებიან გარიგებათა მახასიათებლები

win trades	29
win trades%	93.5%
win amount	10622 USD
avg net win	3669 USD
stdev net win	4929 USD
max net win	5789 USD
avg %win	2.85%
stdev %win	2.8%
max %win	13.4%
max consecutive wins	15

#### გარიგებათა ეფექტურობის მახასიათებლები

avg enter efficiency	0.63
stdev enter efficiency	0.25
avg exit efficiency	0.5
stdev exit efficiency	0.19
avg trade efficiency	0.125
stdev trade efficiency	0.18

ტესტირების კონსოლიდირებული ანგარიშის პარამეტრების ანალიზი გვიჩვენებს, რომ საფონდო ბაზრის ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტირების პროგრამული პაკეტი არის საფონდო ბაზარზე კაპიტალი მართვის ეფექტური ინსტრუმენტი.

ეს დასკვნა გამომდინარეობს პროგრამული პაკეტის მიერ ნაჩვენები მაღალმა მომგებიანობიდან (106%), რომელიც თითქმის ორჯერ აღემატება ალტერნატიულ კონსერვატიულ სტრატეგიას „იყიდე და გეკავოს“. პროგრამული პაკეტისათვის აგრეთვე დამახასიათებელია მომგებიანი გარიგებათა მაღალი პროცენტი (93,5%) და საშუალო მოგებისა და საშუალო წაგების მაღალი ფარდობა (37,17). თუმცა გარიგების საშუალო ეფექტურობის მაჩვენებელი (0,125) აღმოჩნდა მაღალეფექტურ სავაჭრო სისტემებთან შედარებით (0.2) დაბალი, რაც განპირობებულია იმით, რომ პოზიციების დახურვა ხდებოდა დაღმავალ ტრენდზე ანუ აპრიორი ადგილი ქონდა ეფექტურობის კარგვას მოგების განაღდების დროს. ამასთან არ უნდა დაგვავიწყდეს, რომ პოზიციის გახსნის საერთო ეფექტურობა (0,63) მთლიანად შეესაბამება მაღალეფექტური სავაჭრო სისტემების ანალოგიურ მახასიათებლებს. იმის გამო, რომ პროგრამული პაკეტის ტესტირების დორს ადგილი არ ქონდა სავაჭრო ანგარიშის შემცირებას net system drawdown და %system drawdown პარამეტრები არ დათვლილა.

### 3.6 მესამე თავის დასკვნები

მესამე თავში აღწერილი საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტებში ინვესტიციების მართვის პროგრამული პაკეტის შექმნისა და ტესტირების პროცესში მიღებულია შემდეგი ძირითადი შედეგები:

1. მოყვანილია ასფონდო ბაზარზე ფინანსური ინსტრუმენტების საინვესტიციო პორტფელის, შექმნის, მართვის და ოპტიმიზაციის პროგრამული პაკეტი აგებისა და მუშაობის ძირითადი მეთოდები, მათ შორის საბირჟო ვაჭრობის სტრატეგიების ფორმალიზება, პოზიციების გახსნისა და დახურვის წესების ოპტიმიზაცია, კაპიტალის მართვის მეთოდიკა. პროგრამული პაკეტის მუშაობის ოპტიმიზაცია საწყისი პარამეტრების ცვლილების გზით.
2. მარკევიჩის საინვესტიციო პორტფელის მართვის თეორიის საფუძველზე შესრულებულია საინვესტიციო პორტფელის აგება ბაზარზე არსებული ფინანსური ინსტრუმენტების გამოყენებით, თითოეული მათგანის ხვედრითი წონის გათვალისწინებით და მოყვალა აღწერილი ოპერაციის რიცხვითი გადაწყვეტილების ძებნის ალგორითმი.

3. სავაჭრო ტრენდული სისიტემებისათვის რეალიზებულია მომგებიანი პოზიციის მოცულობის გაზრდის მეთოდი და მოყვანილია შესაბამისი ალგორითმი.
4. საერთაშორისო სავალუტო ბაზარზე ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტირების მართვის პროგრამული პაკეტების რეალიზების ალგორითმების, აგებისა და ტესტირების მეთოდების საფუძველზე, შექმნილია საერთაშორისო საფონდო ბირჟაზე ფასინი ქაღალდების პორტფელის მართვის პროგრამული პაკეტი.
5. ნაშრომში მოყვანილი მეთოდების თანახმად შესრულებულია აგებული პროგრამული პაკეტის კომპლექსური ტესტირება საფონდო ბაზრის ემიტენტების მიერ მოწოდებული შესაბამისი ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროით მწკრივებზე. ტესტირებამ გვიჩვენა, საფონდო ბაზარზე ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტირების შექმნილი პროგრამული პაკეტი მომგებიანობის მხვირვ ორჯერ აღემატება იგივე პერიოდში იგივე ინსტრუმენტებზე განხორციელებულ ინვესტირების პასიურ სტრატეგიას.

## დასკვნა

სადისერტაციო ნაშრომში მიღებულია შემდეგი ძირითადი შედეგები:

1. სადისერტაციო ნაშრომში შემუშავებული ერთშრიანი ნეირონული ქსელების გამოყენების მეთოდის მეშვეობით შესრულებულია საფონდო ბაზრის ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა ბაზაზე აგებული დროითი მწკრივების მოდელირება. საკვლევი დროითი მწკრივებისათვის მიღებულია ერთდღიანი და მრავალდღიანი პროგნოზები, განხილულია ამოცანის კრება-დოაზე მოდელის სხვადასხვა პარამეტრის ზეგავლენა. ჩატარებულმა რიცხვითმა ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, რომ დასწავლის ადაპტიური სისწრაფის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს დაახლოებით 10% შევამციროთ ნეირონული ქსელის დასწავლისათვის აუცილებელი დრო, მაგრამ არ აუმჯობესებს პროგნოზირების ხარისხს მოცემული სახის ამოცანებისათვის. პროგნოზირების საუკეთესო ხარისხი გვიჩვენა ნეირონულმა ქსელებმა, სადაც აქტივაციის ფუნქციად სიგმოიდალური ფუნქცია იყო გამოყენებული (ერთდღიანი პროგნოზირების აბსოლუტური ცდომილება არ აღემატებოდა 2.6%).
2. ერთშრიანი ნეირონული ქსელების აპარატის მეშვეობით შესრულებულია პროგნოზირების მოდელების ადაპტიური კომბინაციის აგება. პროგნოზირების მოდელების ადაპტიური კომბინაციის მეშვეობით ჩატარებულმა რიცხვითმა ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, რომ დინამიკური კომბინაციის შემადგენელ ბაზურ ალგორითმებთან შედარებით 30%-40% გაიზარდა პროგნოზირების სიზუსტე, ხოლო 10-20% გაიზარდა ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე.
3. გამომუშავებულია საერთაშორისო საფონდო ბაზარზე ფინანსური ინსტრუმენტების კოტირებათა დროითი მწკრივების პროგნოზირებისათვის რადიალურ-ბაზური ფუნქციების ბაზაზე აგებული ნეირონული ქსელების გამოყენების სქემა. შესრულებულია რიცხვითი მოდელირება სავალუტო ბირჟის ემიტენტების აქციათა კოტირებების დროით მწკრივებზე, რომლის დროსაც გამოვლინდა რადიალურ-ბაზური ფუნქციების გამოყენების უპირატესობა გრძელვადიანი პროგნოზირების დროს.

4. ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმით დასწავლილი მრავალშრიანი ნეირონული ქსელების გამოყენებით აგებული მეთოდის მეშვეობით შესრულებულია სავალუტო ბაზრის ცალკეული ფინანსური ინსტრუმენტების აქციათა კოტირებების დროითი მწკრივების რიცხვითი მოდელირება და პროგნოზირება. საკვლევი დროითი მწკრივებისათვის მიღებულია ერთდღიანი და გრძელვადიანი პროგნოზი. განხილულია პროგნოზის ხარისხზე სხვადასხვა მეთოდისა და პარამეტრის გავლენა. შემოთავაზებულია ცდომილების უკუგავრცელების ალგორითმში სამიზნე ფუნქციონალის მოდიფიცირება, რომელმაც საშუალება მოგვცა ნაშრომში განხილული ამოცანებისათვის გაგვეზარდა დროითი მწკრივის მნიშვნელობათა პროგნოზირების აბსოლიტური სიზუსტე 2%, ხოლო ტრენდის მიმართულების პროგნოზირების სიზუსტე 20%.
5. რეალიზებულია მომგებიანი პოზიციის მოცულობის გაზრდის მოთოდი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს შევამციროთ ინვესტირების რისკები მაღალი საერთო მომგებიანობის შენარჩუნების პირობებში.
6. Borland Builder Enterprise, MQL5 დაპროგრამების ენების მეშვეობით ნეირონული ქსელების აპარატზე დაყრდნობით დროითი მწკრივების პროგნოზირების, საინვესტიციო პორტფელის მართვის მოდელებისა და დამუშავებული მეთოდის საფუძველზე შემუშავებულია საფონდო ბირჟაზე ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტიციების მართვის პროგრამული პაკეტი.
7. ნაშრომში შემუშავებული მეთოდის საფუძველზე შესრულებული იქნა საერთაშორისო საფონდო ბაზრის ფინანსურ ინსტრუმენტებში ინვესტიციების მართვის პროგრამული პაკეტის ტესტირება და ოპტიმიზაცია.

## გამოყენებული ლიტერატურის სია

1. დიდმანიძე ი.შ., კახიანი გ.ა. პროგნოზირების ამოცანებისათვის ნეირონული ქსელების სამიზნე ფუნქციონალის მოდიფიცირება და ოპტიმალური პარამეტრების შერჩევა. ჟურნალი საქართველოს საინჟინრო სიახლენი სსს 1'13 No.1 (vol. 65), 2013. თბილისი, გვ. 53-59
2. კახიანი გ. დიდმანიძე ი. დიდმანიძე დ. თვითორგანიზაციის საკითხებისათვის მრავალ აგენტთან სისტემებში, ადგილობრივი პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი, თბილისის დავით აღმაშენებლის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტი. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი №9. 2010 გვ.19-22. თბილისი
3. კახიანი გ.ა. დიდმანიძე ი.შ., მეგრეიშვილი ზ.ნ. ნეირონული ქსელების მეშვეობით ფინანსური მონაცემების დროითი მწკრივების პროგნოზირების საკითხისათვის, მეორე საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია „კომპიუტინგი/ინფორმატიკა:“ ბათუმი 2012 წ.
4. Абу-Мустафа Я.С., Псалти Д. Оптические нейронно-сетевые компьютеры//В мире науки . 1987. N 5. С. 42-50 .
5. Андреева Е.А. Оптимальное управление динамическими системами. Тверь : ТвГУ, 1999.
6. Булашев С В . Статистика для трейдеров. — М. : Компания «Спутник +» , 2003 . - 245 с.
7. Воронцов К.В . Оптимизационные методы линейной и монотонной коррекции в алгебраическом подходе к проблеме распознавания // ЖВ М и МФ . - 2000 . - Т.40,№1.-С.166-176 .
8. Головки В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Кн.4:Учеб.пособие для вузов/Общая ред . А.И. Галушкина . - М. : ИПРЖР , 2001.- 256 с.
9. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ . - М. : Мир . - 1976.-511с.
10. Дидმანიძე ი. მეგრელიშვილი ზ. კახიანი გ. **К вопросу об использовании искусственной нейронной сети для прогнозирования валютных курсов на высоковолатильных рынках.** Материалы I международной научно-практической интернет конференций “СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИКИ ТА ІІ ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ - 2012”. стр.166-167. Донецк. 2012
11. Дидმანიძე ი. კახიანი გ. **Искусственная нейронная сеть и управление инвестициями фондового рынка.** ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ПОВУДОВИ ПРОГРАММНИХ СИСТЕМ. ТАAPSD'2013. Праці конференції. Ялта 2013. стр. 52-53.
12. Дидმანიძე ი., კახიანი გ. **Предпрогнозный анализ временных рядов финансовых данных.** Материалы IV МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ



- КОНФЕРЕНЦІЇ “Системний аналіз. Інформатика. Управління” САІУ -2013. Україна, Запоріжжє 2013. Стр.285-286
13. Иванченко А.Г. Персептрон — системы распознавания образов. К.: Наукова думка, 1972.
  14. Ивченко А.П. Как не проиграть на финансовых рынках. — М.:ДИС,1998. — 416 с.
  15. Колмогоров А.Н. Представление непрерывных функций многих переменных суперпозицией функций одной переменной и сложением//ДАН.-1958.->1.5.- С.953-956.
  16. Карпов А.В. Использование стохастических моделей для прогнозирования стоимости ценных бумаг//Математические методы управления : Сб . науч.тр. - Тверь :ТвГУ, 2009. - С.54 - 66;
  17. Кахиани Г., Дидманидзе И., Мегрелишвили З. **Некоторые особенности задачи оптимизации параметров и стратегий управления капиталом в торговле на бирже.** თბილისის დავით აღმაშენებლის სახელობის უნივერსიტეტის პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი აღმაშენებელი. #7, თბილისი 2009. გვ. 28-35.
  18. Кахиани Г., Дидманидзе И., Мегрелишвили З., **Пути оптимизации обучения искусственной нейронной сети при помощи алгоритма обратного распространения ошибок.** ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ПОБУДОВИ ПРОГРАММНИХ СИСТЕМ. ТААПСД' 2012. Тези доповідей. Київ 2012. стр. 99.
  19. Колесников М.Д. Методика увеличения объема выигрывающей позиции для трендовых торговых систем// Альманах современной науки и образования . — Тамбов: Грамота, 2010 . - № 1 (32) . - С. 58 - 61 ;
  20. Контимиров А.П. Модели нейронных сетей и модели ARIMA в задаче прогнозирования временных рядов//Математические методы управления : Сб . науч. тр . - Тверь : ТвГУ , 2010 .- С. 69 - 78 ;
  21. Кондратюк М.Ю. Модель нейронной сети типа RBF для прогноза котировок// Естественные и технические науки . — Москва : Спутник+ , 2010 . - №6 (50) . - С. 527-529 .
  22. Кононов В.А. Модель синхронизации нейронных сетей и ее применение в криптографии//Многоуровневая система подготовки специалистов на основе информационных и коммуникационных технологий образования : Сб . науч . тр . - Тверь : ТвГУ, 2006 . - С. 88 - 104;
  23. Кравцов Е.Ф. Нейронные сети и модели типа ARIMA для прогнозирования временных рядов//Международный журнал «Проблемы теории и практики управления» Международное научно-практическое приложение «Программные продукты и системы» . - 2011 . - № 1 (93) . - С. 95 - 98 ;
  24. Кравцов Е.Ф. Нейросетевая модель прогнозирования временных рядов финансовых данных//Международный журнал «Проблемы теории и практики управления»

- Международное научно-практическое приложение «Программные продукты и системы» .- 2010 . - № 1 (89) . - С. 132 - 134;
25. Кулагин С.А. Анализ временных рядов финансовых данных на основе методов фрактального анализа//Молодой ученый. - №1-2, 2010 - С. 11-17.
  26. Кутепов А.М. Синхронизация нейронных сетей и ее применение//Приложения нейронных сетей в математическом моделировании : Сб . науч . тр . - Оренбург : ОГУ, 2008 -С. 56 - 72. ;
  27. Куссуль В.М., Байдык Т.Н. Разработка архитектуры нейроподобной сети для распознавания формы объектов на изображении//Автоматика . 1990. N 5. С. 56-61.
  28. Мак-Каллок У., Питтс У .Логические исчисления идей, относящихся к нервной деятельности//Автоматы. М. : ИЛ , 1956.
  29. Максимова В.Ф. Инвестиционный менеджмент. //Московская финансово-промышленная академия . - М., 2005 . - 158 с.
  30. Минский М., Пайперт С. Перцептроны. М. : Мир , 1971 .
  31. Поляк Б.Т . Введение в оптимизацию. -М. : Наука.- 1983.-384 с .
  32. Розенблатт Ф. Аналитические методы изучения нейронных сетей//Зарубежная радиоэлектроника. 1965. N 5. С. 40-50 .
  33. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики: Перцептрон и теория механизмов мозга. Пер. с англ . -М.: Мир , 1965 .
  34. Тэнк Д.У. Хопфилд Д.Д. Коллективные вычисления в нейроподобных электронных схемах//мире науки . 1988 . N 2 . С. 44-53 .
  35. Уоссермен Ф . Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика. М. : Мир , 1992.
  36. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. Пер. с англ . — М. : Издательский дом «Вильямс» , 2006 . — 1104 с.
  37. Хинтон Д.Е . Как обучаются нейронные сети//В мире науки. 1992 .N11 . С. 103-107.
  38. Шарп У., Александр Г., Бейли Дж . Инвестиции //Пер. с англ . - М. : ИНФРА-М , 2001-ХII , 1028 с.:
  39. Barron A.R. Universal approximation bounds for superpositions of sigmoidal function//IEEE Transactions on Information Theory, 1993, vol. 39, P. 930-945.
  40. Broomhead D., S.D. Lowe Multivariable functional interpolation and adaptive networks//Complex Systems, 1988, vol. 2, P. 321-355.
  41. Carpenter G.A., Grossberg S.A massively parallel architecture for a self-organizing neural pattern recognition machine//Comput. Vision Graphics Image Process. 1986. V. 37. P. 54-115.
  42. Chen S., B. Mulgrew, S. McLaughlin Adaptive Bayesian feedback equalizer based on a radial basis function network//IEEE International Conference on Communications, 1992, vol. 3P. 1267-1271, Chicago.

43. Chinrungrueng C, C.H. Sequin Optimal adaptive k-means algorithm with dynamic adjustment of learning rate//IEEE Transactions on Neural Networks , 1994, vol. 6 P. 157-169.
44. Cohen M.A., Grossberg S. Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks//IEEE Trans. Syst, Man, Cybern. 1983. V. 13. N 5. P. 815-826 .
45. Cover T.M . Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition//IEEE Transactions on Electronic Computers, 1965 , vol . EC-14 , P . 326-334 .
46. Didmanidze Ibraim, Kakhiani Grigol. **Training artificial neural network is optimized for some solutions.** Наукові записки НаУКМА. Серія Комп'ютерні науки. том 141. Україна, Київ 2013. В печаті
47. Golub G.H., G.G . Van Loan Matrix Computations, 3 r d edition, Baltimor: John Hopkins University Press , 1996 .
48. Hardy R.L . Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces//Journal of Geophysics Research , 1971 , vol . 76 P . 1905-1915 .
49. Hebb D.O . The organization of behavior. N.Y. : Wiley , 1949 .
50. Hopfield J.J., Feinstein D.I. , Palmer F.G . Unlearning has a stabilizing effect in collective memories// Nature. 1983 . V . 304 . P . 141-152.
51. Hopfield J.J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities// Proc. Natl . Acad . Sci. 1984. V. 9. P . 147-169.
52. Hopfield J.J., Tank D.W. Neural computation of decision in optimization problems//Biol. Cybernet . 1985. V . 52 . P . 141-152.
53. Hornik K., Stinchcombe M . and White H . Multilayer feedforward networks are universal approximators//Neum\ Networks. - 1989.-N.2 - P.359-366 .
54. Hertz J., Krogh A., Palmer R. Introduction to the theory of neural computation. - Addison Wesley Publishing Company.-1991.-327p .
55. Kakhiani Grigol ,Didmanidze Ibraim. **Preforecast time-series analysis of financial data.** Наукові записки НаУКМА. Серія Комп'ютерні науки. том 141. Україна, Київ 2013. В печаті.
56. Lowe D. Adaptive radial basis function nonlinearities and the problem of generalization// First IEE International Conference on Artificial Neural Networks , 1989, P . 171-175, London .
57. Lowe D. What have neural networks to offer statistical pattern processing?// Proceedings of the SPIE Conference on Adaptive Signal Processing , 1991 , P . 460- 471 , San Diego , CA.
58. Maxwell T., Giles C , Lee Y., Chen H . Nonlinear Dynamics of Artifical Neural Systems// Proceeding s of th e Conf. On Neural Network s for Computing. - America n Institute of Phusics.-1986 .

59. Mhaskar H.N. Neural networks for optimal approximation of smooth and analytic functions// 'Neural Computation, 1996 , vol . 8 P . 1731-1742 .
60. Micchelli C.A. Interpolation of scattered data: Distance matrices and conditionally positive definition functions //Constructive Aproximation, 1986 , vol . 2 , P . 11-22 .
61. Moody J., C.I. Darken Fast learning in networks of locally-tuned processing units //Neural Computation, 1989 , vol . 1 P . 281-294.
62. Niyogi P., F. Girosi On the relationship between generalization error, hypothesis complexity and sample complexity for radial basis functions// Neural Computation , 1996, vol . 8 P . 819-842 .
63. Pattern classification using neural networks// IEE E Communication s Magazine 1989, vol . 2 7 P . 47-64 .
64. Poggio T., F. Girosi Networks for approximation and learning// Proceeding s of the IEEE, 1990, vol . 7 8 P . 1481-1497 .
65. Powell M J. D. Radial basis function approximations to polynomials//Numerical Analysis s 1987 Proceedings, 1988 , P . 223-247 , Dundee , UK .
66. Powell M J. D. The theory of radial basis function approximation in 1990//W. Lighted., Advance s in Numerical Analysis Vol . II : Wavelets , Subdivision Algorithm s an Radial Basis Functions, 1992, P. 105-210 , Oxford :Oxford Scienc e Publications.
67. Rosenblatt F. The perseptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain//Psychol. Rev . 1958 . V . 65 .
68. Rumelhart D.E., G.E. Hinton and R.J. Williams "Learning representation of back-propagation error", Nature (London) , 1986 , vol.323 , P.533 - 536 .
69. Sejnowski T.J., C.R. Rosenberg Parallel networks that learn to pronounce English text//Complex Systems , 1987 , vol. 1 P. 145-168 .
70. Takefuji D.Y. A new model of neural networks for error correction//Proc. 9th Armu Conf. IEE E Eng . Med . and Biol . Soc . Boston , Mass. , Nov . 13-16 , 1987 . V . 3 , New York, 1987 . P . 1709-1710 .
71. Takens F. Detecting Strange Attractors in Fluid Turbulence. In dynamical Systems and Turbulence, 1981 , Springer , Berlin .
72. Wettschereck D., T. Dietterich Improving the performance of radial basis function networks by learning center locations// Advances in Neural Information Processing Systems, 1992, vol . 4 P . 1133-1140, San Mateo , CA : Morgan Kaufmann .
73. Widrow B., M.E. Hoff J. Adaptive switching circuits// IRE WESCON Convention Record

დანართები

დანართი A

ნაშრომში გამოკვლეული ძირითადი დროითი მწკრივები

დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება
1	76.61	36	69.85	71	70.18	106	74.91	141	69.46
2	77.42	37	70.52	72	74.29	107	73.91	142	68.93
3	75.25	38	70.58	73	74.52	108	72.95	143	70.14
4	75.29	39	69.24	74	75.36	109	73.82	144	71.22
5	74.08	40	69.52	75	74.56	110	73.63	145	69.93
6	74.41	41	67.69	76	74.74	111	74.17	146	70.24
7	74.15	42	66.09	77	74.89	112	73.48	147	69.66
8	73.64	43	62.99	78	74.99	113	73.28	148	69.25
9	73.42	44	61.41	79	74.86	114	72.27	149	69.47
10	72.61	45	58.61	80	75.01	115	70.61	150	67.15
11	73.50	46	58.75	81	75.07	116	71.49	151	67.05
12	73.79	47	57.22	82	75.3	117	71.58	152	66.82
13	72.05	48	61.36	83	75.51	118	72.38	153	67.97
14	70.28	49	61.41	84	75.62	119	72.32	154	69.43
15	70.72	50	61.62	85	75.58	120	73.56	155	69.26
16	71.32	51	58.21	86	74.81	121	72.66	156	69.81
17	71.39	52	57.46	87	74.74	122	73.11	157	70.73
18	71.86	53	58.03	88	74.85	123	72.16	158	71.58
19	72.89	54	58.19	89	74.62	124	72.76	159	71.39
20	73.79	55	60.44	90	73.92	125	74.91	160	71.58
21	73.84	56	60.49	91	72.31	126	76.55	161	71.26
22	74.54	57	60.12	92	72.55	127	76.92	162	72.02
23	74.84	58	63.59	93	73.82	128	75.68	163	72.29
24	74.56	59	64.79	94	73.52	129	75.89	164	71.27
25	72.99	60	66.13	95	73.56	130	76.34	165	71.06
26	71.78	61	65.99	96	73.53	131	76.51	166	71.03
27	71.85	62	63.72	97	74.81	132	75.51	167	70.48
28	70.99	63	65.44	98	74.99	133	75.37	168	70.95
29	70.84	64	64.33	99	74.99	134	74.55	169	70.62
30	69.09	65	64.61	100	75.25	135	73.32	170	73.10
31	69.34	66	65.44	101	74.51	136	73.63		
32	70.94	67	67.72	102	74.79	137	73.25		
33	72.02	68	67.04	103	73.36	138	72.35		
34	72.23	69	69.81	104	73.74	139	72.41		
35	71.01	70	70.41	105	74.49	140	72.32		

ცხრილი №1: IBM -ის აქციათა კოტირება  
27/05/2011-დან 29/06/2012-მდე პერიოდისათვის

დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება
1	170.40	36	175.60	71	182.42	106	206.58	141	201.83
2	170.52	37	175.36	72	183.06	107	205.66	142	202.08
3	170.16	38	185.17	73	187.44	108	204.33	143	200.80
4	168.25	39	183.64	74	187.24	109	204.70	144	201.26
5	167.93	40	184.89	75	187.25	110	205.54	145	199.59
6	167.73	41	185.15	76	192.13	111	205.60	146	199.07
7	167.20	42	183.66	77	194.68	112	207.45	147	200.01
8	167.49	43	183.01	78	192.27	113	207.57	148	197.99
9	168.87	44	181.33	79	193.53	114	207.16	149	195.38
10	166.58	45	181.80	80	192.84	115	208.11	150	197.66
11	166.09	46	181.85	81	193.27	116	208.78	151	196.48
12	165.06	47	180.76	82	191.68	117	209.43	152	196.28
13	164.74	48	177.88	83	192.84	118	209.03	153	195.56
14	163.73	49	178.71	84	191.11	119	206.13	154	194.59
15	164.25	50	171.28	85	191.99	120	205.41	155	194.90
16	164.81	51	172.92	86	193.14	121	205.49	156	189.09
17	163.05	52	166.47	87	193.64	122	202.53	157	188.43
18	165.00	53	170.64	88	192.92	123	202.69	158	189.32
19	166.18	54	162.45	89	194.31	124	204.89	159	193.46
20	165.68	55	172.88	90	197.47	125	203.46	160	194.22
21	166.31	56	171.16	91	197.33	126	204.39	161	194.69
22	165.16	57	171.45	92	198.07	127	200.18	162	193.72
23	167.57	58	163.89	93	197.79	128	199.06	163	194.51
24	170.00	59	157.52	94	197.10	129	199.41	164	192.62
25	170.49	60	158.94	95	197.65	130	198.36	165	194.98
26	171.42	61	164.22	96	198.19	131	200.40	166	198.57
27	174.50	62	166.73	97	200.27	132	203.23	167	198.56
28	175.28	63	165.59	98	197.23	133	205.78	168	199.40
29	177.62	64	169.19	99	197.99	134	207.29	169	198.61
30	176.44	65	172.51	100	199.77	135	207.19	170	193.75
31	176.39	66	172.44	101	200.51	136	208.25		
32	175.08	67	171.90	102	201.00	137	208.11		
33	174.09	68	170.32	103	203.82	138	207.33		
34	174.31	69	167.02	104	204.72	139	205.03		
35	174.28	70	187.15	105	205.96	140	204.14		

ცხრილი №2: The British Airways Group -ის აქციათა კოტირება  
18/05/2011-დან 21/06/2012-მდე პერიოდისათვის

დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება
1	3.74	41	4.05	81	4.58	121	4.87	161	4.49	201	32.69
2	3.69	42	4.1	82	4.58	122	4.88	162	4.42	202	32.48
3	3.68	43	4.06	83	4.68	123	4.89	163	4.40	203	31.67
4	3.66	44	4.09	84	4.7	124	4.92	164	4.41	204	31.76
5	3.75	45	4.19	85	4.73	125	4.90	165	4.53	205	31.33
6	3.67	46	4.16	86	4.73	126	4.67	166	4.55	206	30.48
7	3.69	47	4.15	87	4.67	127	4.68	167	4.53	207	30.65
8	3.83	48	4.15	88	4.76	128	4.67	168	4.50	208	29.32
9	3.87	49	4.16	89	4.76	129	4.68	169	4.49	209	28.11
10	3.91	50	4.15	90	4.76	130	4.57	170	4.50	210	27.92
11	3.82	51	4.17	91	4.75	131	4.58	171	4.57	211	27.54
12	3.83	52	4.17	92	4.72	132	4.66	172	4.56	212	26.38
13	3.89	53	4.31	93	4.88	133	4.53	173	27.74	213	25.83
14	3.90	54	4.48	94	4.88	134	4.51	174	28.92	214	26.14
15	3.98	55	4.43	95	4.97	135	4.62	175	27.18	215	26.62
16	3.93	56	4.31	96	4.93	136	4.63	176	37.36	216	27.01
17	3.91	57	4.42	97	4.93	137	4.53	177	36.86	217	26.61
18	3.97	58	4.36	98	4.9	138	4.56	178	37.01	218	26.46
19	3.95	59	4.27	99	4.92	139	4.52	179	36.49	219	26.06
20	3.97	60	4.3	100	5.06	140	4.44	180	36.53	220	25.42
21	3.93	61	4.21	101	5.03	141	4.38	181	36.93	221	24.76
22	3.87	62	4.17	102	5.12	142	4.44	182	36.22	222	25.86
23	3.80	63	4.3	103	4.79	143	4.49	183	35.03	223	27.09
24	3.90	64	4.25	104	4.75	144	4.43	184	34.77	224	26.89
25	3.87	65	4.18	105	4.79	145	4.41	185	34.09	225	27.71
26	3.88	66	4.09	106	4.87	146	4.39	186	32.80	226	26.71
27	3.91	67	4.16	107	4.85	147	4.43	187	33.52	227	27.61
28	3.89	68	4.09	108	4.82	148	4.45	188	34.83	228	27.55
29	4.08	69	4.14	109	4.81	149	4.42	189	33.27	229	27.85
30	4.03	70	4.19	110	4.82	150	4.44	190	34.14	230	28.19
31	4.12	71	4.28	111	4.71	151	4.45	191	35.14	231	27.58
32	4.09	72	4.4	112	4.81	152	4.41	192	34.88	232	28.51
33	4.16	73	4.43	113	4.88	153	4.43	193	33.96	233	28.81
34	4.17	74	4.43	114	4.84	154	4.42	194	33.19	234	27.95
35	4.16	75	4.6	115	4.8	155	4.46	195	33.42	235	27.99
36	4.22	76	4.63	116	4.81	156	4.59	196	33.58	236	26.77
37	4.24	77	4.68	117	4.88	157	4.6	197	33.80	237	26.84
38	4.07	78	4.76	118	4.88	158	4.56	198	33.46	238	27.19
39	3.95	79	4.79	119	4.83	159	4.52	199	33.01	239	26.12
40	4.16	80	4.67	120	4.78	160	4.54	200	33.83	240	27.23

ცხრილი №3: Citigroup Inc. აქციათა კოტირება  
23/08/2010 დან 29/06/2012 პერიოდისათვის

დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება
1	41.005	41	38.225	81	32.535	121	41.845	161	43.800
2	41.525	42	38.775	82	31.885	122	41.805	162	43.000
3	41.205	43	38.315	83	32.025	123	42.095	163	43.860
4	41.345	44	37.815	84	32.085	124	42.195	164	44.050
5	42.045	45	37.605	85	32.505	125	42.315	165	45.090
6	42.255	46	38.065	86	32.015	126	44.025	166	45.230
7	41.935	47	37.915	87	32.385	127	43.475	167	45.570
8	42.325	48	38.365	88	33.145	128	43.475	168	45.180
9	42.555	49	39.015	89	33.565	129	43.185	169	45.020
10	43.015	50	39.725	90	34.045	130	43.445	170	45.160
11	43.095	51	39.965	91	33.365	131	43.265	171	44.330
12	43.255	52	39.565	92	32.465	132	43.265	172	43.750
13	43.065	53	39.735	93	35.075	133	43.295	173	44.340
14	42.635	54	39.895	94	33.695	134	43.645	174	44.270
15	42.695	55	39.225	95	34.405	135	44.360	175	44.260
16	43.045	56	39.145	96	36.855	136	44.22	176	44.270
17	43.075	57	39.565	97	35.885	137	43.540	177	44.470
18	43.925	58	39.595	98	36.285	138	43.030	178	45.180
19	41.515	59	39.255	99	36.055	139	43.781	179	45.150
20	41.555	60	38.725	100	36.685	140	43.880	180	44.430
21	41.495	61	39.505	101	36.690	141	43.171	181	44.340
22	40.925	62	39.375	102	40.595	142	42.892	182	44.750
23	41.005	63	40.725	103	41.435	143	43.951	183	45.330
24	41.415	64	40.635	104	41.545	144	42.161	184	45.690
25	41.365	65	40.565	105	41.275	145	41.052	185	46.090
26	41.485	66	40.505	106	41.835	146	41.334	186	46.030
27	41.165	67	39.515	107	41.375	147	42.111	187	46.370
28	41.085	68	39.405	108	41.265	148	41.982	188	46.140
29	41.115	69	38.585	109	41.605	149	41.751	189	47.110
30	40.995	70	38.425	110	41.755	150	42.512	190	47.060
31	41.515	71	36.935	111	41.565	151	42.061	191	47.130
32	41.615	72	37.435	112	41.185	152	42.392	192	47.560
33	40.405	73	35.355	113	41.445	153	41.993	193	47.700
34	40.025	74	35.185	114	41.295	154	42.125	194	47.450
35	39.395	75	33.035	115	41.705	155	42.681	195	47.090
36	39.415	76	34.675	116	41.815	156	43.322	196	46.770
37	39.355	77	31.525	117	42.165	157	43.421	197	47.410
38	39.245	78	33.605	118	42.365	158	43.142	198	47.920
39	39.375	79	33.415	119	42.325	159	43.843	199	47.660
40	38.495	80	33.345	120	42.625	160	43.554	200	48.430

ცხრილი №4: The Walt Disney Company აქციათა კოტირება  
14/04/2011 დან 29/06/2012 პერიოდისათვის



დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება	დღე	კოტირება
1	19.99	41	18.47	81	15.35	121	18.35	161	19.64
2	20.04	42	18.80	82	15.09	122	18.81	162	19.34
3	19.97	43	18.56	83	15.10	123	19.06	163	19.34
4	20.25	44	18.37	84	15.53	124	19.04	164	19.24
5	20.40	45	17.99	85	15.72	125	19.14	165	18.95
6	19.93	46	18.28	86	15.42	126	19.60	166	19.07
7	19.88	47	18.42	87	15.53	127	19.79	167	19.02
8	20.09	48	18.56	88	16.03	128	20.15	168	18.58
9	20.65	49	18.84	89	16.10	129	20.18	169	18.42
10	20.60	50	19.18	90	16.28	130	20.19	170	19.04
11	20.45	51	19.04	91	16.20	131	20.06	171	18.87
12	20.47	52	19.05	92	15.74	132	20.07	172	18.87
13	20.62	53	19.30	93	16.42	133	19.84	173	19.10
14	20.26	54	18.97	94	15.78	134	19.80	174	19.10
15	19.89	55	18.61	95	15.98	135	20.02	175	19.20
16	19.99	56	18.38	96	16.26	136	20.05	176	19.22
17	20.06	57	18.51	97	16.03	137	19.92	177	19.19
18	20.30	58	18.52	98	16.10	138	19.92	178	19.00
19	20.06	59	18.42	99	16.35	139	20.06	179	18.95
20	20.13	60	18.27	100	16.88	140	20.04	180	18.52
21	19.86	61	18.57	101	16.44	141	19.90	181	18.13
22	19.75	62	18.78	102	19.11	142	19.75	182	18.27
23	19.56	63	19.17	103	19.26	143	19.51	183	18.75
24	19.76	64	19.03	104	19.17	144	19.22	184	19.00
25	19.94	65	18.96	105	18.83	145	18.74	185	19.21
26	19.61	66	18.56	106	19.03	146	19.02	186	19.23
27	19.36	67	18.10	107	18.87	147	19.30	187	19.45
28	19.09	68	18.11	108	18.71	148	18.97	188	19.28
29	19.23	69	17.88	109	18.99	149	18.97	189	19.68
30	19.41	70	17.96	110	19.21	150	19.10	190	19.92
31	19.43	71	17.20	111	19.33	151	19.18	191	19.77
32	19.61	72	17.47	112	19.34	152	19.41	192	20.03
33	19.12	73	16.44	113	19.32	153	18.98	193	20.09
34	19.08	74	16.52	114	19.17	154	19.57	194	19.56
35	18.80	75	15.45	115	19.10	155	19.46	195	19.84
36	18.45	76	15.95	116	19.15	156	19.62	196	19.51
37	18.49	77	15.09	117	19.10	157	19.80	197	19.87
38	18.49	78	16.37	118	19.12	158	19.54	198	20.12
39	18.58	79	16.15	119	18.94	159	19.85	199	20.08
40	18.32	80	16.21	120	18.85	160	19.76	200	20.76

ცხრილი №5: General Electric აქციათა კოტირება  
14/04/2011 დან 29/06/2012 პერიოდისათვის

```

#include <Trade\PositionInfo.mqh>
#include <Trade\Trade.mqh>

int      RSI_h;
double   RSI_b[];

double   inp[10];
double   wei[10];
CPositionInfo  MPos;
double   NetRez;

string   my_s;

double   sizelot;
ENUM_TIMEFRAMES  my_t;
CTrade   MTrade;

input double ww00=0.5;
input double ww11=0.5;
input double ww22=0.5;
input double ww33=0.5;
input double ww44=0.5;
input double ww55=0.5;
input double ww66=0.5;
input double ww77=0.5;
input double ww88=0.5;
input double ww99=0.5;

double NeuronActivate(double x)
{
    double NetRez;
    NetRez=1/(1+exp(-x));
    return(NetRez);
}

int OnInit()
{
    my_s=Symbol();
    my_t=PERIOD_CURRENT;
    sizelot=SymbolInfoDouble(my_s,SYMBOL_VOLUME_MIN);
    RSI_h=iRSI(my_s,my_t,14,PRICE_CLOSE);
    if(RSI_h==INVALID_HANDLE)
    {

```

```

    Print("Failed to get the handle");
    return(-1);
}

ChartIndicatorAdd(ChartID(),0,RSI_h);
ArraySetAsSeries(RSI_b,true);
wei[0]=ww00;
wei[1]=ww11;
wei[2]=ww22;
wei[3]=ww33;
wei[4]=ww44;
wei[5]=ww55;
wei[6]=ww66;
wei[7]=ww77;
wei[8]=ww88;
wei[9]=ww99;
return(0);
}
double NeuronCalculate(double &x[],double &w[])
{
    double NET=0.0;
    for(int n=0;n<ArraySize(x);n++)
    {
        NET+=x[n]*w[n];
    }
    NET*=0.4;
    return(NeuronActivate(NET));
}

void OnTick()
{
    int err1=0;
    err1=CopyBuffer(RSI_h,0,1,10,RSI_b);
    if(err1<0)
    {
        Print("Failed to copy data");
        return;
    }
    double d1=0.0;
    double d2=1.0;
    double x_min=RSI_b[ArrayMinimum(RSI_b)];
    double x_max=RSI_b[ArrayMaximum(RSI_b)];

    for(int i=0;i<ArraySize(inp);i++)
    {

```

```

    inp[i]=(((RSI_b[i]-x_min)*(d2-d1))/(x_max-x_min))+d1;
}
NetRez=NeuronCalculate(inp,wei);
if(NetRez<0.5)
{
    if(MPos.Select(my_s))
    {
        if(MPos.PositionType()==POSITION_TYPE_SELL) MTrade.PositionClose(my_s);
        if(MPos.PositionType()==POSITION_TYPE_BUY) return;
    }
    MTrade.Buy(sizelot,my_s);
}
if(NetRez>=0.5)
{
    if(MPos.Select(my_s))
    {
        if(MPos.PositionType()==POSITION_TYPE_BUY) MTrade.PositionClose(my_s);
        if(MPos.PositionType()==POSITION_TYPE_SELL) return;
    }
    MTrade.Sell(sizelot,my_s);
}
}
void OnDeinit(const int reason)
{
    IndicatorRelease(RSI_h);
    ArrayFree(RSI_b);
}

```